

Κεφάλαιο 14

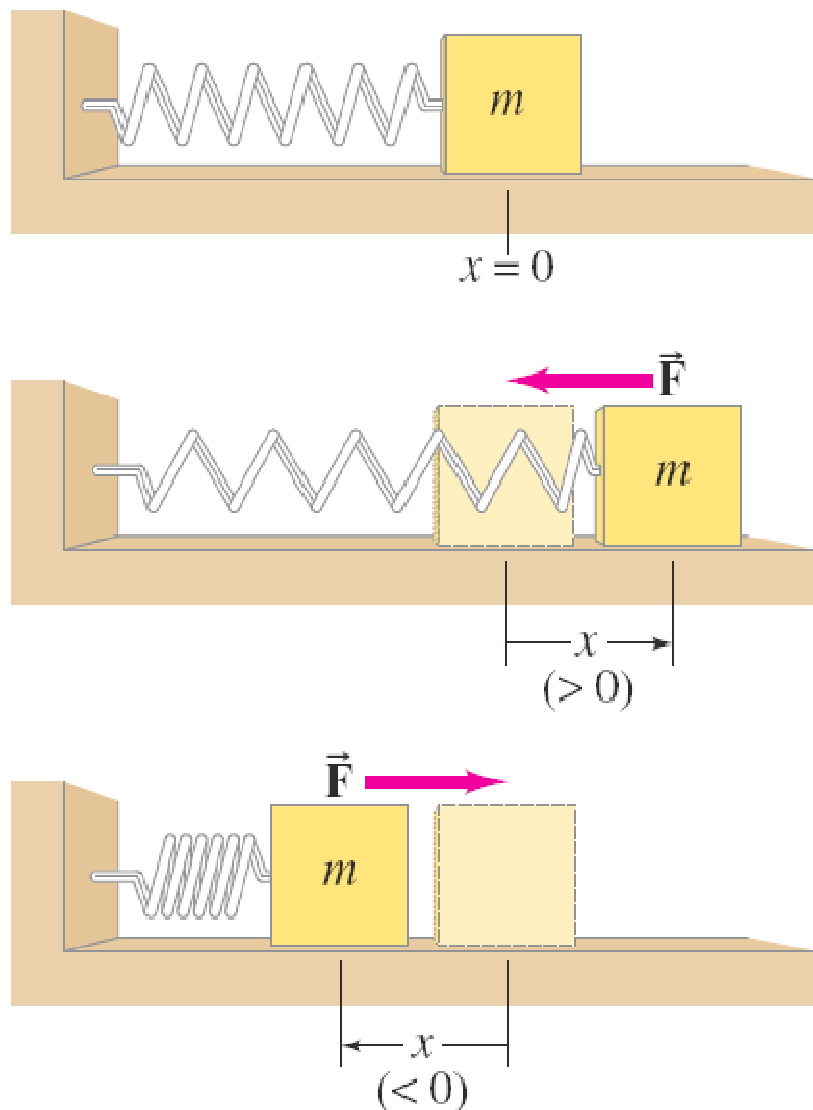
Ταλαντώσεις



Περιεχόμενα 14

- Ταλαντώσεις Ελατηρίου
- Απλή αρμονική κίνηση
- Ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή
- Σχέση απλού αρμονικού ταλαντωτή και κυκλικής κίνησης
- Το απλό εκκρεμές
- Το φυσικό εκκρεμές και το στροφικό εκκρεμές
- Εφησυχασμός Ταλάντωσης
- Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις και Συντονισμός

14-1 Ταλαντώσεις Ελατηρίου



Όταν ένα αντικείμενο δονείται ή ταλαντεύεται μπρος-πίσω διανύοντας ένα διάστημα σε τακτό χρονικό διάστημα η κίνηση ονομάζεται **περιοδική**. Το σύστημα μάζας και ελατηρίου αποτελεί ένα μοντέλο περιοδικού συστήματος

14-1 Ταλαντώσεις Ελατηρίου

Υποθέτουμε ότι μια επιφάνεια είναι άνευ τριβής. Υπάρχει ένα σημείο όπου το ελατήριο ούτε συμπιέζεται ούτε τεντώνεται. Το σημείο αυτό ονομάζεται **σημείο ισορροπίας**. Η **μετατόπιση** μετριέται σε σχέση με το σημείο αυτό ($x = 0$ στην προηγούμενη διαφάνεια).

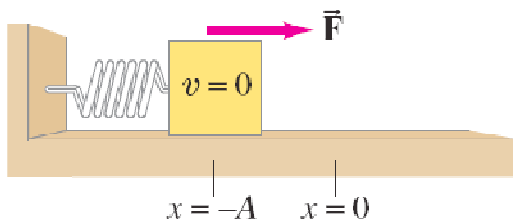
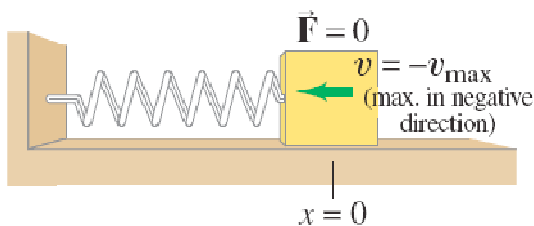
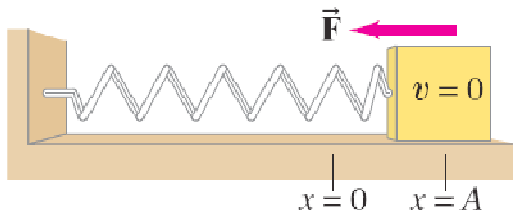
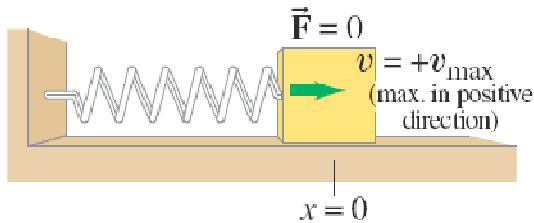
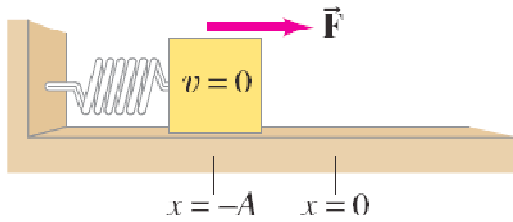
Η **δύναμη** που ασκείται στο ελατήριο είναι **ανάλογη της μετατόπισης**:

$$F = -kx.$$

14-1 Ταλαντώσεις Ελατηρίου

- Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η δύναμη είναι επαναφοράς—δηλ κατευθύνεται προς το σημείο ισορροπίας.
- k είναι η σταθερά ελατηρίου.
- Η δύναμη δεν είναι σταθερή, επομένως η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή.

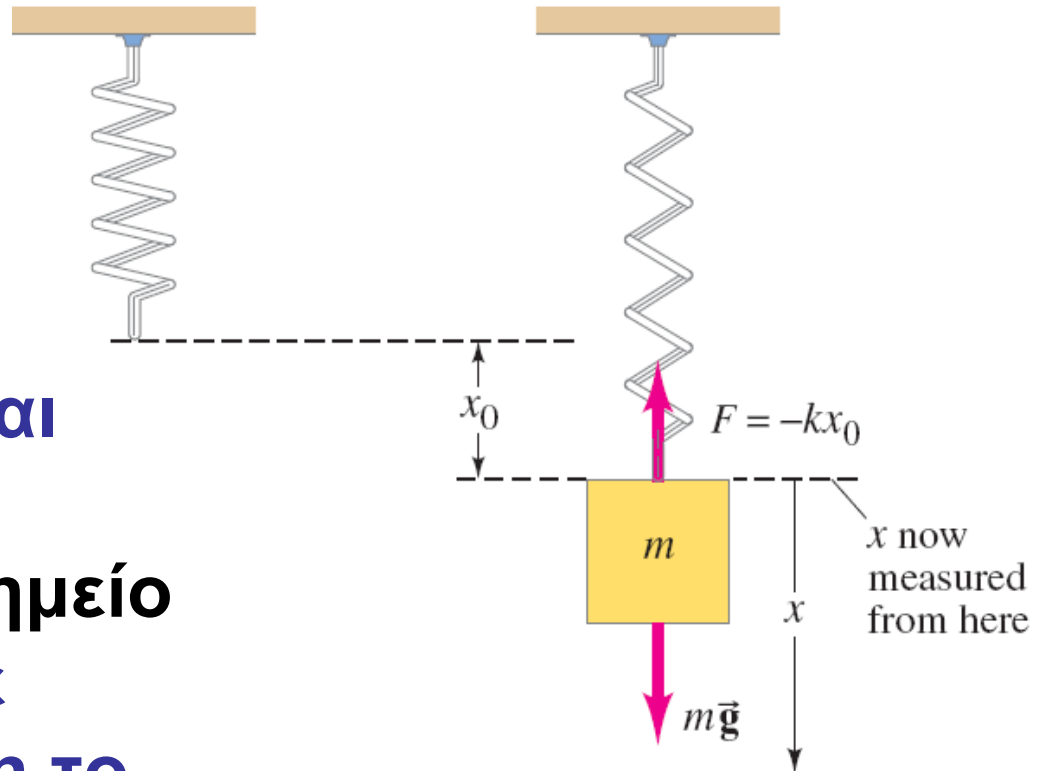
14-1 Ταλαντώσεις Ελατηρίου



- Η μετατόπιση μετριέται από το σημείο ισορροπίας.
- Το Πλάτος είναι η μέγιστη μετατόπιση.
- Ένας κύκλος είναι μια πλήρης κίνηση από και προς το σημείο ισορροπίας
- Η περίοδος είναι ο χρόνος που απαιτείται για ένα πλήρη κύκλο.
- Η συχνότητα είναι ο αριθμός των κύκλων ανά δευτερόλεπτο.

14-1 Ταλαντώσεις Ελατηρίου

Ένα ελατήριο κρέμεται κατακόρυφα, η μόνη αλλαγή είναι στο σημείο ισορροπίας, όπου σε αυτήν την περίπτωση το σημείο αυτό είναι εκεί όπου η δύναμη της βαρύτητας εξισώνεται με την δύναμη του ελατηρίου



14-1 Ταλαντώσεις Ελατηρίου

Μια τετραμελής οικογένεια ζυγίζει 200 kg, και επιβιβάζονται στο αυτοκίνητό τους που ζυγίζει 1200-kg. Και τα ελατήρια του αυτοκινήτου (αμορτισέρ) συμπιέζονται κατά 3.0 cm. (a) Εάν υποθέσουμε ότι τα τέσσερα ελατήρια συμπεριφέρονται ως ένα, ποια είναι η σταθερά του ελατηρίου (b) Πόσο θα χαμηλώσει το αυτοκίνητο εάν φορτωθεί με 300 kg αντί 200 kg;



APPROACH We use Hooke's law: the weight of the people, mg , causes a 3.0-cm displacement.

SOLUTION (a) The added force of $(200 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 1960 \text{ N}$ causes the springs to compress $3.0 \times 10^{-2} \text{ m}$. Therefore (Eq. 14-1), the spring constant is

$$k = \frac{F}{x} = \frac{1960 \text{ N}}{3.0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 6.5 \times 10^4 \text{ N/m}.$$

(b) If the car is loaded with 300 kg, Hooke's law gives

$$x = \frac{F}{k} = \frac{(300 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(6.5 \times 10^4 \text{ N/m})} = 4.5 \times 10^{-2} \text{ m},$$

or 4.5 cm.

NOTE In (b), we could have obtained x without solving for k : since x is proportional to F , if 200 kg compresses the spring 3.0 cm, then 1.5 times the force will compress the spring 1.5 times as much, or 4.5 cm.

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Κάθε σύστημα που δονείται όπου η δύναμη είναι ανάλογη της αρνητικής μετατόπισης αποτελεί απλή αρμονική κίνηση και συχνά αποκαλείται απλός αρμονικός ταλαντωτής.

Θέτοντας $F = kx$ στο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα καταλήγουμε στην εξίσωση της κίνησης:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0,$$

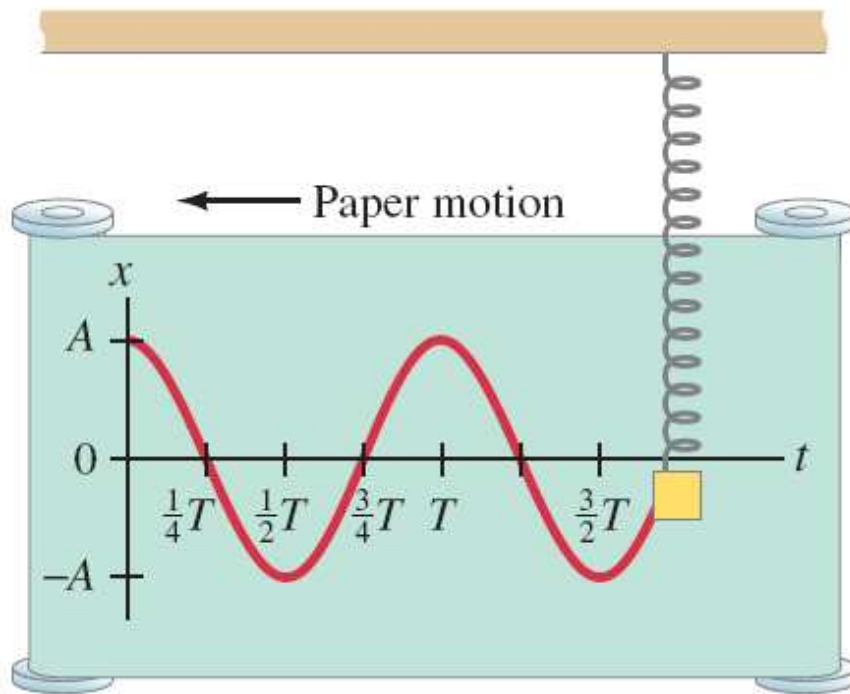
Η λύση της εξίσωσης αυτής είναι:

$$x = A \cos(\omega t + \phi).$$

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Με αντικατάσταση βλέπουμε ότι η λύση αυτή επαληθεύει την εξίσωση όπου:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}.$$



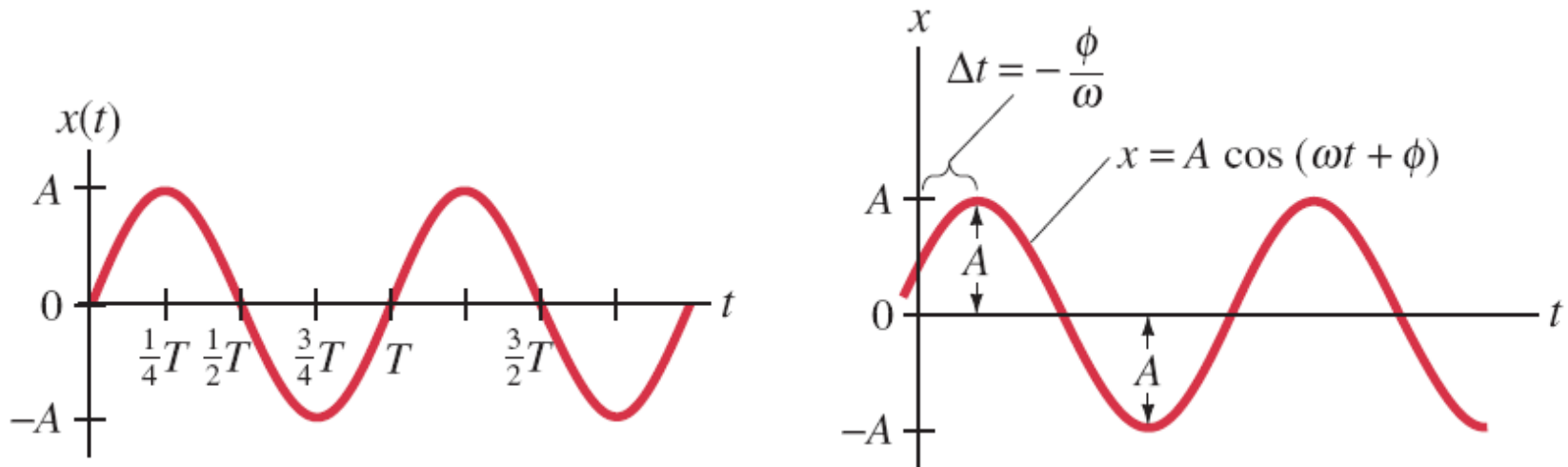
Οι σταθερές A και φ προσδιορίζονται από τις αρχικές συνθήκες. A είναι το πλάτος και φ η φάση στο χρόνο $t = 0$.

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Η ταχύτητα προσδιορίζεται από την παράγωγο της μετατόπισης:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cos(\omega t + \phi)] = -\omega A \sin(\omega t + \phi).$$

Ο ρόλος της φάσης ϕ φαίνεται στο διάγραμμα:



14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Επειδή $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$, τότε

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}},$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Προσδιορίστε την περίοδο και την συχνότητα ενός ταλάντωσης αυτοκινήτου μάζας 1400 kg και του οποίου τα αμορτισέρ έχουν σταθερά ελατηρίου $6.5 \times 10^4 \text{ N/m}$ αφότου πέρασε πάνω από ένα εμπόδιο. Υποθέτουμε ότι το αυτοκίνητο ταλαντεύεται κατακόρυφα.

APPROACH We put $m = 1400 \text{ kg}$ and $k = 6.5 \times 10^4 \text{ N/m}$ from Example 14–1a into Eqs. 14–7.

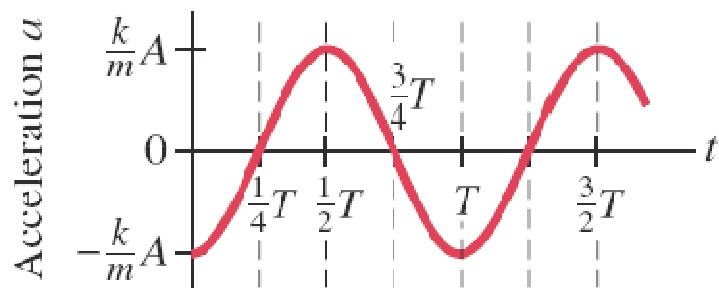
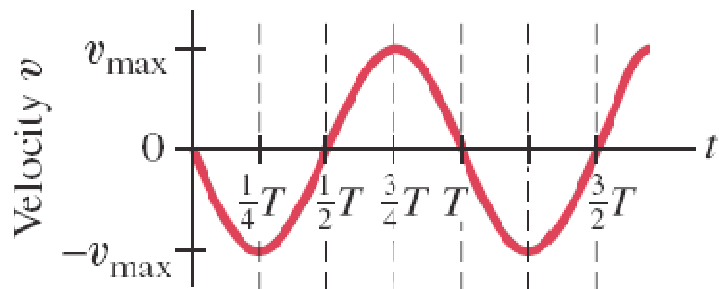
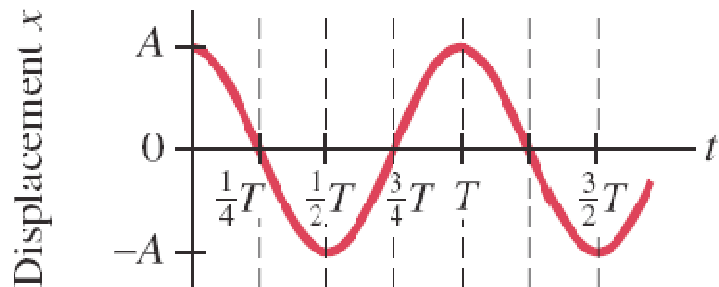
SOLUTION From Eq. 14–7b,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1400 \text{ kg}}{6.5 \times 10^4 \text{ N/m}}} = 0.92 \text{ s},$$

or slightly less than a second. The frequency $f = 1/T = 1.09 \text{ Hz}$.

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση για την αρμονική κίνηση περιγράφονται από τις εξισώσεις:



$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi).$$

14-2 Απλή αρμονική κίνησης

Σε ένα εργοστάσιο ένας μεγάλος ηλεκτροκινητήρας προκαλεί το δάπεδο του κτιρίου να τρέμει με συχνότητας 10 Hz. Το πλάτος της δόνησης είναι περίπου 3.0 mm. Βρείτε την μέγιστη επιτάχυνση του δαπέδου.

APPROACH Assuming the motion of the floor is roughly SHM we can make an estimate for the maximum acceleration using Eq. 14–9b.

SOLUTION Given $\omega = 2\pi f = (2\pi)(10 \text{ s}^{-1}) = 62.8 \text{ rad/s}$, then Eq. 14–9b gives

$$a_{\max} = \omega^2 A = (62.8 \text{ rad/s})^2(0.0030 \text{ m}) = 12 \text{ m/s}^2.$$

NOTE The maximum acceleration is a little over g , so when the floor accelerates down, objects sitting on the floor will actually lose contact momentarily, which will cause noise and serious wear.

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Ο κώνος ενός ηχείου ταλαντεύεται με συχνότητα 262 Hz (“middle C”). Το πλάτος του κέντρου είναι $A = 1.5 \times 10^{-4}$ m, και σε χρόνο $t = 0$, $x = A$. (a) Ποια εξίσωση περιγράφει την κίνησης του κέντρου; (b) Ποια είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση σαν συνάρτηση του χρόνου; (c) Ποια είναι η μετατόπιση όταν $t = 1.00$ ms ($= 1.00 \times 10^{-3}$ s)?



APPROACH The motion begins ($t = 0$) with the cone at its maximum displacement ($x = A$ at $t = 0$). So we use the cosine function, $x = A \cos \omega t$, with $\phi = 0$.

SOLUTION (a) The amplitude $A = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ and

$$\omega = 2\pi f = (6.28 \text{ rad})(262 \text{ s}^{-1}) = 1650 \text{ rad/s}.$$

The motion is described as

$$x = A \cos \omega t = (1.5 \times 10^{-4} \text{ m}) \cos(1650t),$$

where t is in seconds.

(b) The maximum velocity, from Eq. 14-9a, is

$$v_{\max} = \omega A = (1650 \text{ rad/s})(1.5 \times 10^{-4} \text{ m}) = 0.25 \text{ m/s},$$

so

$$v = -(0.25 \text{ m/s}) \sin(1650t).$$

From Eq. 14-9b the maximum acceleration is $a_{\max} = \omega^2 A = (1650 \text{ rad/s})^2(1.5 \times 10^{-4} \text{ m}) = 410 \text{ m/s}^2$, which is more than 40 g 's. Then

$$a = -(410 \text{ m/s}^2) \cos(1650t).$$

(c) At $t = 1.00 \times 10^{-3} \text{ s}$,

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega t = (1.5 \times 10^{-4} \text{ m}) \cos[(1650 \text{ rad/s})(1.00 \times 10^{-3} \text{ s})] \\ &= (1.5 \times 10^{-4} \text{ m}) \cos(1.65 \text{ rad}) = -1.2 \times 10^{-5} \text{ m}. \end{aligned}$$

NOTE Be sure your calculator is set in RAD mode, not DEG mode, for these $\cos \omega t$ calculations.

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Ένα ελατήριο τεντώνει κατά 0.150 m όταν μια μάζα 0.300-kg συνδεθεί πάνω του. Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία οριζοντίως πάνω σε τραπέζι άνευ τριβής. Η μάζα μετατοπίζεται έτσι ώστε να συμπιέσει το ελατήριο κατά 0.100 m από την θέση ισορροπίας. Προσδιορίστε: (a) η σταθερά του ελατηρίου είναι k και η γωνιακή συχνότητα ω ; (b) το πλάτος της οριζόντιας ταλάντωσης A ; (c) το μέγεθος της μέγιστης ταχύτητας $v_{\max}$; (d) το μέγεθος της μέγιστης επιτάχυνσης $a_{\max}$ της μάζας; (e) την περίοδο T και την συχνότητα f ; (f) την μετατόπιση x σαν συνάρτηση χρόνου και (g) την ταχύτητα όταν $t = 0.150\text{ s}$.

APPROACH When the 0.300-kg mass hangs at rest from the spring as in Fig. 14–3b, we apply Newton’s second law for the vertical forces: $\Sigma F = 0 = mg - kx_0$, so $k = mg/x_0$. For the horizontal oscillations, the amplitude is given, and the other quantities can be found from Eqs. 14–4, 14–5, 14–7, and 14–9. We choose x positive to the right.

SOLUTION (a) The spring stretches 0.150 m due to the 0.300-kg load, so

$$k = \frac{F}{x_0} = \frac{mg}{x_0} = \frac{(0.300 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)}{0.150 \text{ m}} = 19.6 \text{ N/m}.$$

From Eq. 14–5,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{19.6 \text{ N/m}}{0.300 \text{ kg}}} = 8.08 \text{ s}^{-1}.$$

(b) The spring is now horizontal (on a table). It is compressed 0.100 m from equilibrium and is given no initial speed, so $A = 0.100 \text{ m}$.

(c) From Eq. 14–9a, the maximum velocity has magnitude

$$v_{\text{max}} = \omega A = (8.08 \text{ s}^{-1})(0.100 \text{ m}) = 0.808 \text{ m/s}.$$

(d) Since $F = ma$, the maximum acceleration occurs where the force is greatest—that is, when $x = \pm A = \pm 0.100 \text{ m}$. Thus its magnitude is

$$a_{\text{max}} = \frac{F}{m} = \frac{kA}{m} = \frac{(19.6 \text{ N/m})(0.100 \text{ m})}{0.300 \text{ kg}} = 6.53 \text{ m/s}^2.$$

[This result could also have been obtained directly from Eq. 14–9b, but it is often useful to go back to basics as we did here.]

(e) Equations 14-7b and 14-2 give

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.300 \text{ kg}}{19.6 \text{ N/m}}} = 0.777 \text{ s}$$
$$f = \frac{1}{T} = 1.29 \text{ Hz.}$$

(f) The motion begins at a point of maximum compression. If we take x positive to the right in Fig. 14-2, then at $t = 0$, $x = -A = -0.100 \text{ m}$. So we need a sinusoidal curve that has its maximum negative value at $t = 0$; this is just a negative cosine:

$$x = -A \cos \omega t.$$

To write this in the form of Eq. 14-4 (no minus sign), recall that $\cos \theta = -\cos(\theta - \pi)$. Then, putting in numbers, and recalling $-\cos \theta = \cos(\pi - \theta) = \cos(\theta - \pi)$, we have

$$\begin{aligned} x &= -(0.100 \text{ m}) \cos 8.08t \\ &= (0.100 \text{ m}) \cos(8.08t - \pi), \end{aligned}$$

where t is in seconds and x is in meters. Note that the phase angle (Eq. 14-4) is $\phi = -\pi$ or -180° .

(g) The velocity at any time t is dx/dt (see also part c):

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \sin \omega t = (0.808 \text{ m/s}) \sin 8.08t.$$

At $t = 0.150 \text{ s}$, $v = (0.808 \text{ m/s}) \sin(1.21 \text{ rad}) = 0.756 \text{ m/s}$, and is to the right (+).

14-2 Απλή αρμονική κίνηση

Το ελατήριο του παραδείγματος 14–5 (όπου $\omega = 8.08 \text{ s}^{-1}$) συμπιέζεται κατά 0.100 m από την θέση ισορροπίας ($x_0 = -0.100 \text{ m}$) αλλά δέχεται μια επιπλέον ώθηση στην διεύθυνση $+x$ ώστε να φτάσει την ταχύτητα $v_0 = 0.400 \text{ m/s}$. Προσδιορίστε (a) την φάση φ , (b) το πλάτος A , και (c) την μετατόπιση x σαν συνάρτηση του χρόνου, $x(t)$.

APPROACH We use Eq. 14–8a, at $t = 0$, to write $v_0 = -\omega A \sin \phi$, and Eq. 14–4 to write $x_0 = A \cos \phi$. Combining these, we can obtain ϕ . We obtain A by using Eq. 14–4 again at $t = 0$. From Example 14–5, $\omega = 8.08 \text{ s}^{-1}$.

SOLUTION (a) We combine Eqs. 14–8a and 14–4 at $t = 0$ and solve for the tangent:

$$\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{(v_0 / -\omega A)}{(x_0 / A)} = -\frac{v_0}{\omega x_0} = -\frac{0.400 \text{ m/s}}{(8.08 \text{ s}^{-1})(-0.100 \text{ m})} = 0.495.$$

A calculator gives the angle as 26.3° , but we note from this equation that both the sine and cosine are negative, so our angle is in the third quadrant. Hence

$$\phi = 26.3^\circ + 180^\circ = 206.3^\circ = 3.60 \text{ rad}.$$

(b) Again using Eq. 14–4 at $t = 0$, as given in the Approach above,

$$A = \frac{x_0}{\cos \phi} = \frac{(-0.100 \text{ m})}{\cos(3.60 \text{ rad})} = 0.112 \text{ m}.$$

(c) $x = A \cos(\omega t + \phi) = (0.112 \text{ m}) \cos(8.08t + 3.60).$

14-3 Η ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίδεται από την σχέση:

$$U = - \int F \, dx = \frac{1}{2} kx^2.$$

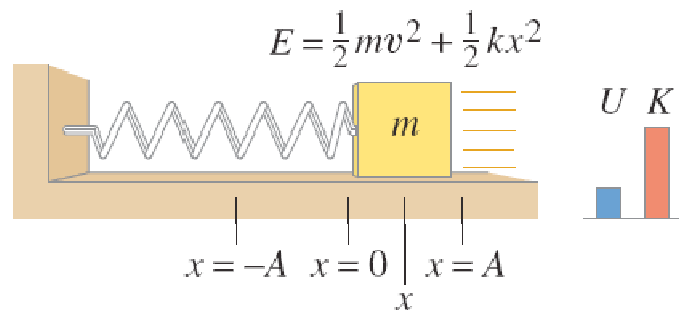
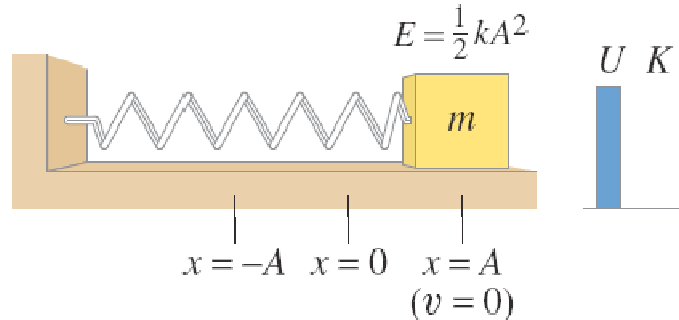
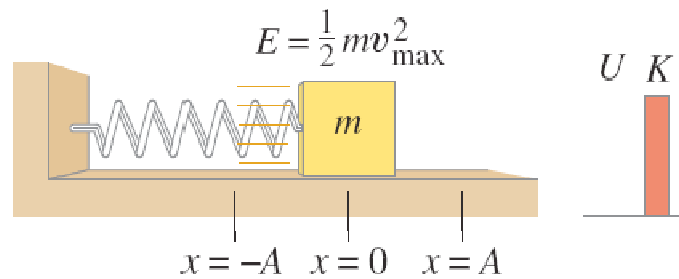
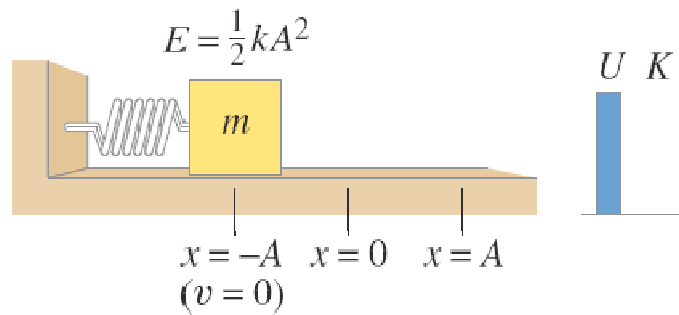
Η μηχανική ενέργειας δίδεται από την σχέση:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2.$$

Απουσία τριβών η συνολική μηχανική ενέργεια διατηρείται.

14-3 Ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή

Στα όρια της ταλάντωσης όλη η ενέργεια είναι δυναμική ενέργεια.



$$E = \frac{1}{2}kA^2.$$

Στη θέση ισορροπίας όλη η ενέργεια είναι κινητική.

14-3 Ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή

Η συνολική κινητική ενέργειας είναι, $\frac{1}{2} k A^2$.

επομένως:

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2.$$

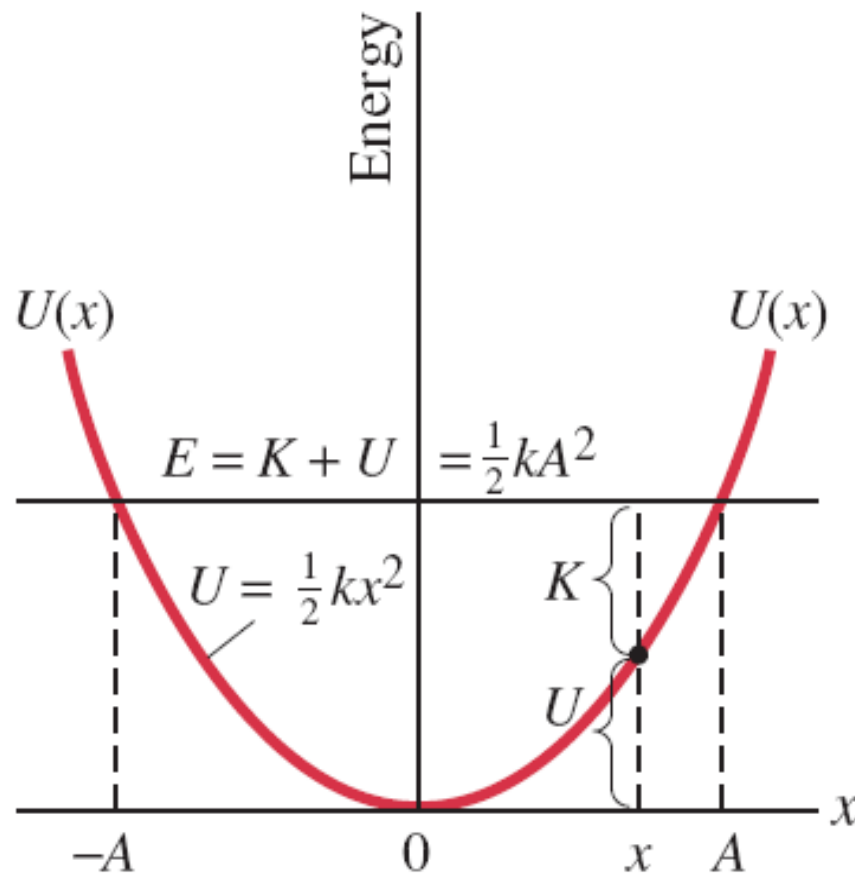
Λύνουμε ως προς την ταχύτητα και βρίσκουμε:

$$v = \pm v_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}},$$

όπου $v_{\max}^2 = (k/m) A^2.$

14-3 Η ενέργειας απλού ταλαντωτή

Γραφική παράσταση που απεικονίζει την δυναμική ενέργεια. Βλέπουμε ότι η συνολική ενέργεια είναι σταθερή



14-3 Ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή

Για το απλό αρμονικό ταλαντωτή του παραδείγματος 14–5 (όπου $k = 19.6 \text{ N/m}$, $A = 0.100 \text{ m}$, $x = -(0.100 \text{ m}) \cos 8.08t$, and $v = (0.808 \text{ m/s}) \sin 8.08t$), προσδιορίστε (a) την συνολική ενέργεια (b) η κινητική και η δυναμική ενέργεια σαν συνάρτηση του χρόνου, (c) η ταχύτητα όταν η μάζα βρίσκεται 0.050 m από την θέση ισορροπίας, (d) την κινητική και δυναμική ενέργεια στο ήμισυ του πλάτους. ($x = \pm A/2$).

APPROACH We use conservation of energy for a spring–mass system, Eqs. 14–10 and 14–11.

SOLUTION (a) From Example 14–5, $k = 19.6 \text{ N/m}$ and $A = 0.100 \text{ m}$, so the total energy E from Eq. 14–10a is

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(19.6 \text{ N/m})(0.100 \text{ m})^2 = 9.80 \times 10^{-2} \text{ J}.$$

(b) We have, from parts (f) and (g) of Example 14–5, $x = -(0.100 \text{ m}) \cos 8.08t$ and $v = (0.808 \text{ m/s}) \sin 8.08t$, so

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(19.6 \text{ N/m})(0.100 \text{ m})^2 \cos^2 8.08t = (9.80 \times 10^{-2} \text{ J}) \cos^2 8.08t$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.300 \text{ kg})(0.808 \text{ m/s})^2 \sin^2 8.08t = (9.80 \times 10^{-2} \text{ J}) \sin^2 8.08t.$$

(c) We use Eq. 14–11b and find

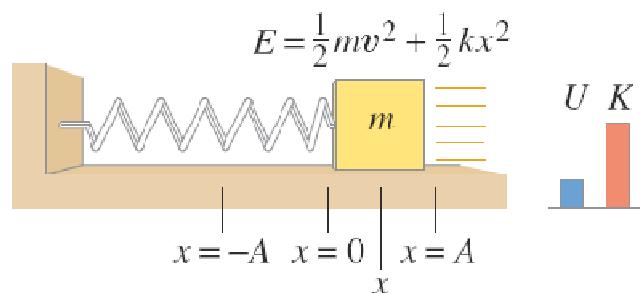
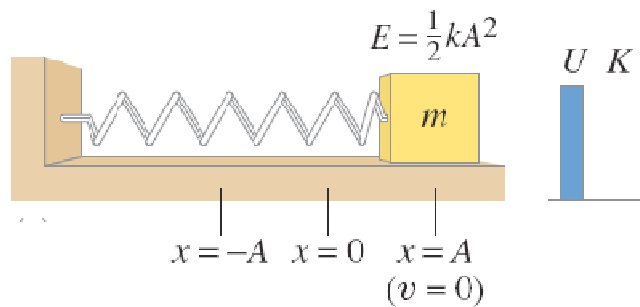
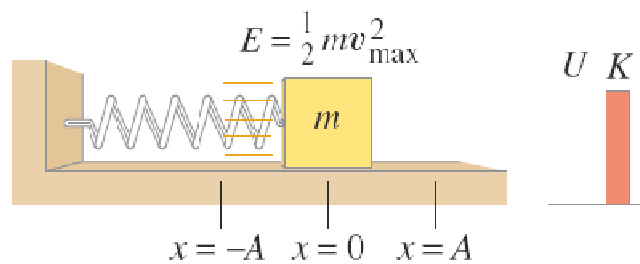
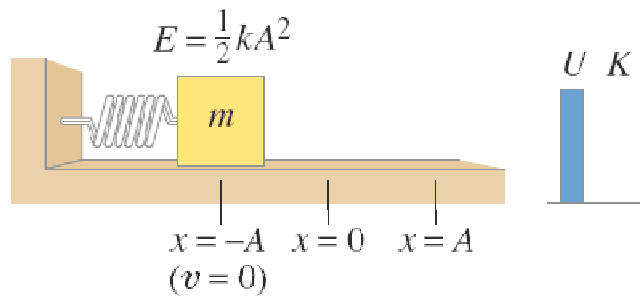
$$v = v_{\max} \sqrt{1 - x^2/A^2} = (0.808 \text{ m/s}) \sqrt{1 - (\frac{1}{2})^2} = 0.70 \text{ m/s}.$$

(d) At $x = A/2 = 0.050 \text{ m}$, we have

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(19.6 \text{ N/m})(0.050 \text{ m})^2 = 2.5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$K = E - U = 7.3 \times 10^{-2} \text{ J}.$$

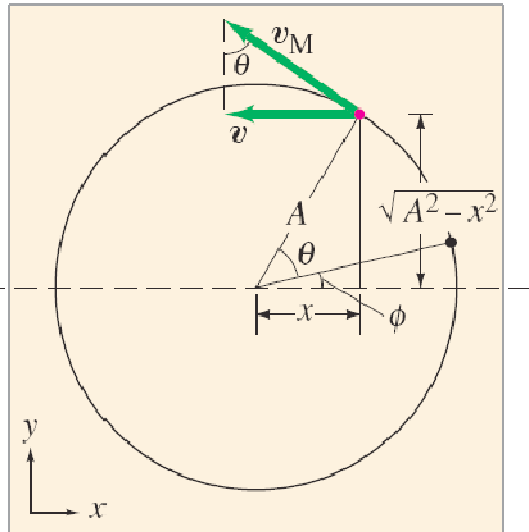
14-3 Ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή



Υποθέστε ότι ένα ελατήριο «τεντώνεται» σε διπλάσιο του πλάτους ταλάντωσης (στο $x = 2A$). Τι συμβαίνει (a) στην ενέργεια του συστήματος (b) στη μέγιστη ταχύτητα της ταλαντευόμενης μάζας, (c) τη μέγιστη ταχύτητα της ταλαντευόμενης μάζας

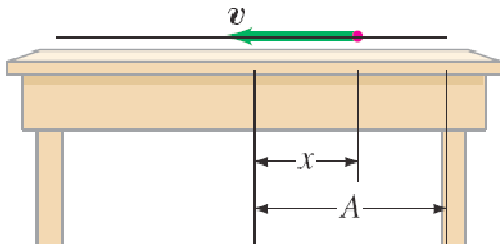
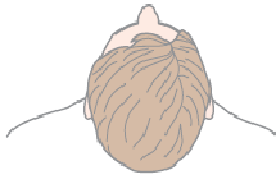
RESPONSE (a) From Eq. 14–10a, the total energy is proportional to the square of the amplitude A , so stretching it twice as far quadruples the energy ($2^2 = 4$). You may protest, “I did work stretching the spring from $x = 0$ to $x = A$. Don’t I do the same work stretching it from A to $2A$?” No. The force you exert is proportional to the displacement x , so for the second displacement, from $x = A$ to $2A$, you do more work than for the first displacement ($x = 0$ to A). (b) From Eq. 14–10b, we can see that when the energy is quadrupled, the maximum velocity must be doubled. [$v_{\max} \propto \sqrt{E} \propto A$.] (c) Since the force is twice as great when we stretch the spring twice as far, the acceleration is also twice as great: $a \propto F \propto x$.

14-4 Σχέση αρμονικού ταλαντωτή και κυκλικής κίνησης



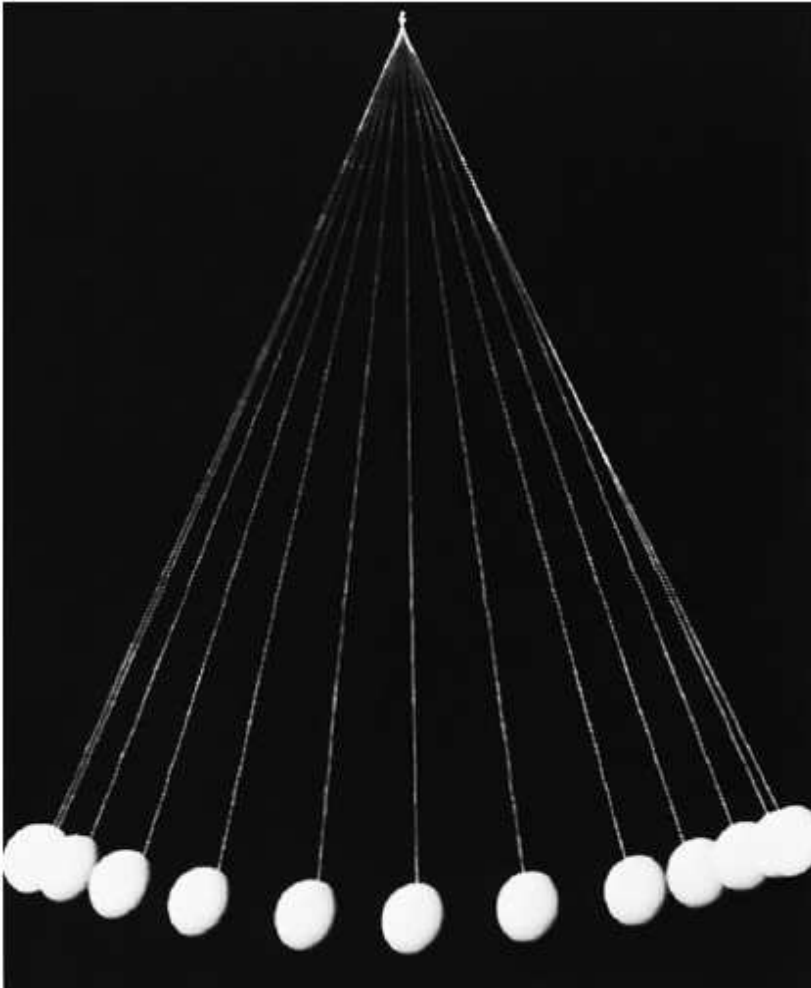
Η προβολή της γραμμικής ταχύτητας πάνω στο άξονα x ενός αντικειμένου που κινείται σε κύκλο με ακτίνα A με σταθερή ταχύτητα v_M , βρίσκουμε ότι:

$$v = v_M \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}.$$



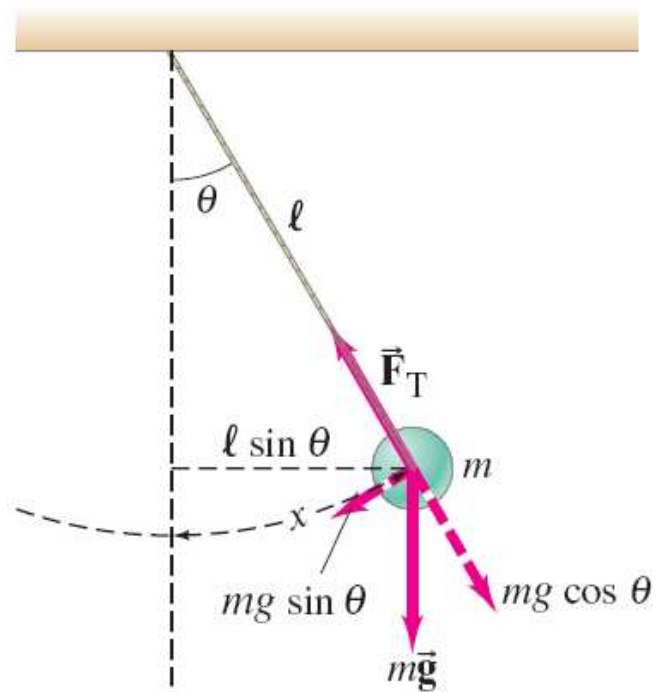
Η εξίσωση αυτή είναι ίδια με την ταχύτητα του απλού αρμονικού ταλαντωτή

14-5 Το απλό εκκρεμές



Το απλό εκκρεμές αποτελείται από μια μάζα που κρέμεται από λεπτό σχοινί, το οποίο υποθέτουμε ότι οι διαστάσεις του δεν μεταβάλλονται και η μάζα του είναι αμελητέα.

14-5 Το απλό εκκρεμές



$$F = -mg \sin \theta,$$

Για μικρές γωνίες $\sin \theta \approx \theta$.

14-5 Το απλό εκκρεμές

Επομένως για μικρές γωνίες

$$F \approx -\frac{mg}{L}x,$$

όπου $x = L\theta$.

Η περίοδος και η συχνότητα είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}.$$

14-5 Το απλό εκκρεμές



Επομένως εφόσον το σχοινί δεν έχει μάζα και για μικρό πλάτος η περίοδος είναι ανεξάρτητη της μάζας!

14-5 Το απλό εκκρεμές

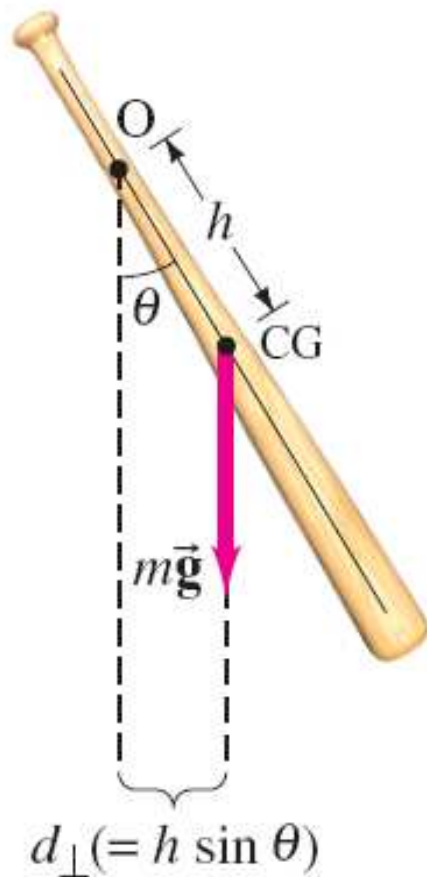
Ένας γεωλόγος χρησιμοποιεί ένα απλό εκκρεμές με μήκος 37.10 cm και συχνότητα 0.8190 Hz σε για συγκεκριμένη τοποθεσία της γης. Ποια είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην τοποθεσία αυτή;

APPROACH We can use the length ℓ and frequency f of the pendulum in Eq. 14-12b, which contains our unknown, g .

SOLUTION We solve Eq. 14-12b for g and obtain

$$g = (2\pi f)^2 \ell = (6.283 \times 0.8190 \text{ s}^{-1})^2 (0.3710 \text{ m}) = 9.824 \text{ m/s}^2.$$

14-6 Το Φυσικό εκκρεμές και το Torsional εκκρεμές



Το φυσικό εκκρεμές είναι οποιοδήποτε πραγματικό αντικείμενο που ταλαντεύεται μπρος-πίσω.

Η ροπή περίξ του σημείο O είναι:

$$\tau = -mgh \sin \theta.$$

Με αντικατάσταση στο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mgh \sin \theta.$$

14-6 Το Φυσικό εκκρεμές και το στροφικό εκκρεμές

Για μικρές γωνίες έχουμε:

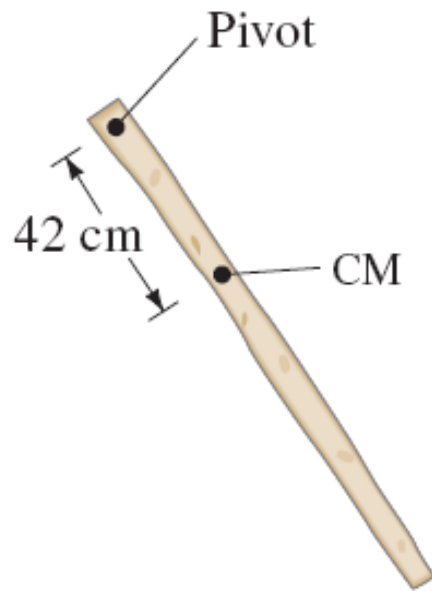
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{mgh}{I}\right)\theta = 0,$$

Που ταυτίζεται με την εξίσωση του απλού αρμονικού ταλαντωτή όπου

$$\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \phi),$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}.$$

14-6 Το Φυσικό εκκρεμές και το στροφικό εκκρεμές



Ένας εύκολος τρόπος για τον προσδιορισμό της ροπής αδράνειας ενός αντικειμένου γύρω από οποιοδήποτε άξονα μπορεί να γίνει μέσω της μέτρησης της συχνότητας ταλάντωσης γύρω από τον συγκεκριμένα άξονα. (a) Θεωρούμε μία ανομοιογενή ράβδο 1.0-kg που μπορεί και ισορροπεί σε σημείο 42 cm από την μια άκρη. Η περίοδος ταλάντωσης περίξ του σημείου αυτού είναι 1.6 s. Πόση είναι η ροπή αδράνειας γύρω από το σημείο αυτό; (b) Πόση είναι η ροπή αδράνειας για άξονα περιστροφής που περνάει από το κέντρο μάζας και κάθετο στη ράβδο.

APPROACH We put the given values into Eq. 14–14 and solve for I . For (b) we use the parallel-axis theorem (Section 10–7).

SOLUTION (a) Given $T = 1.6$ s, and $h = 0.42$ m, Eq. 14–14 gives

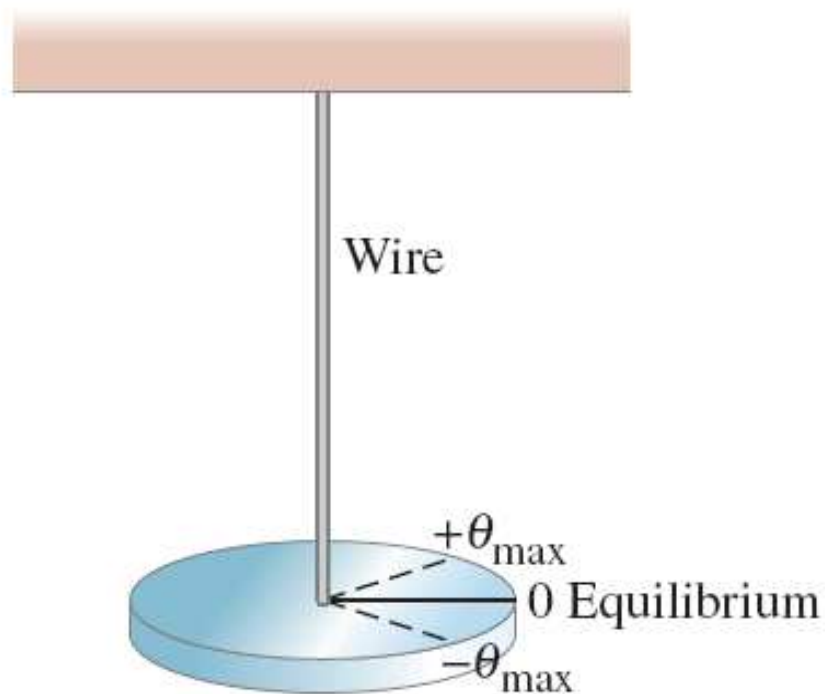
$$I = mghT^2/4\pi^2 = 0.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) We use the parallel-axis theorem, Eq. 10–17. The CM is where the stick balanced, 42 cm from the end, so

$$I_{\text{CM}} = I - mh^2 = 0.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 - (1.0 \text{ kg})(0.42 \text{ m})^2 = 0.09 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

NOTE Since an object does not oscillate about its CM, we cannot measure I_{CM} directly, but the parallel-axis theorem provides a convenient method to determine I_{CM} .

14-6 Το Φυσικό εκκρεμές και το στροφικό εκκρεμές



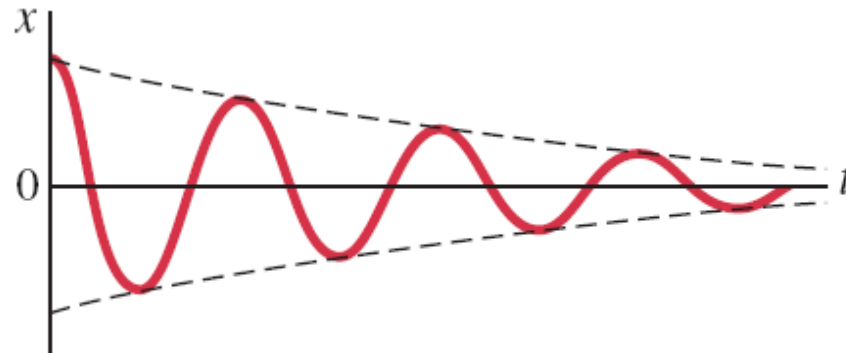
Το στροφικό εκκρεμές είναι ένα το οποίο «στρίβει» αντί να «κουνιέται». Η κίνηση είναι αρμονική εφόσον το έλασμα (καλώδιο) ακολουθεί το νόμο του Hooke

$$\omega = \sqrt{K/I}.$$

(K είναι μια σταθερά του καλωδίου.)

14-7 Απόσβεση Αρμονικής Κίνησης

Όταν ασκούνται δυνάμεις τριβής ή αντίστασης η ταλάντωση αποσβένει, φθίνει, είναι φθίνουσα ή αποσβεννυμένη.



Εάν

$$F_{\text{damping}} = -bv,$$

Τότε $ma = -kx - bv.$

14-7 Απόσβεση Αρμονικής Κίνησης

επομένως $m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0.$

εάν b είναι μικρό τότε η λύση που προκύπτει είναι

$$x = Ae^{-\gamma t} \cos \omega' t$$

θέτουμε

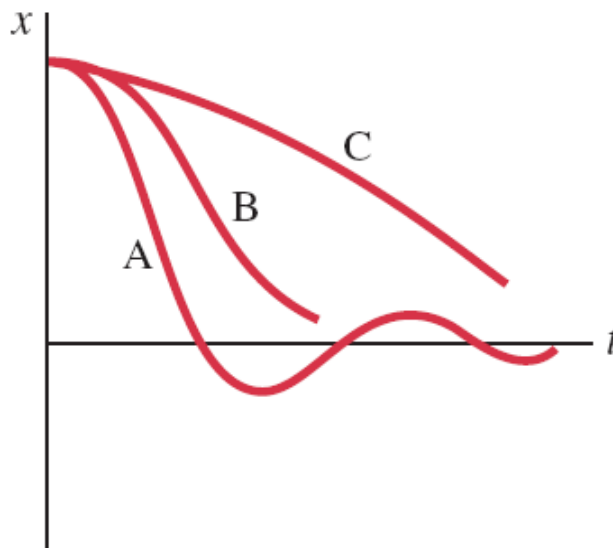
$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}.$$

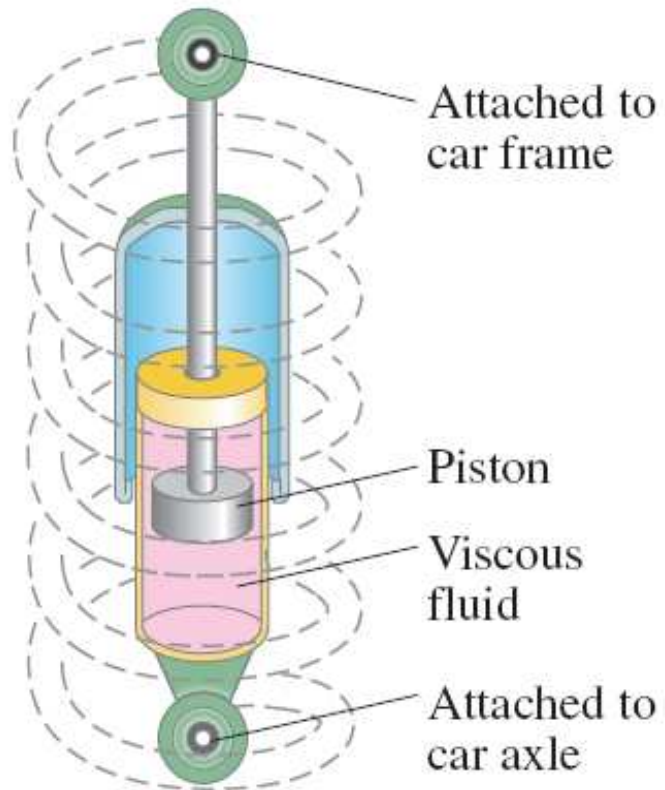
14-7 Απόσβεση Αρμονικής Κίνησης

Εάν $b^2 > 4mk$, ω' γίνεται φανταστική, και το σύστημα overdamped (C) (μεγάλη απόσβεση).

Εάν $b^2 = 4mk$, το σύστημα είναι critically damped (B) —όπου το σύστημα φτάνει στην κατάσταση ισορροπίας στο συντομότερο δυνατόν χρόνο.



14-7 Απόσβεση Αρμονικής Κίνησης

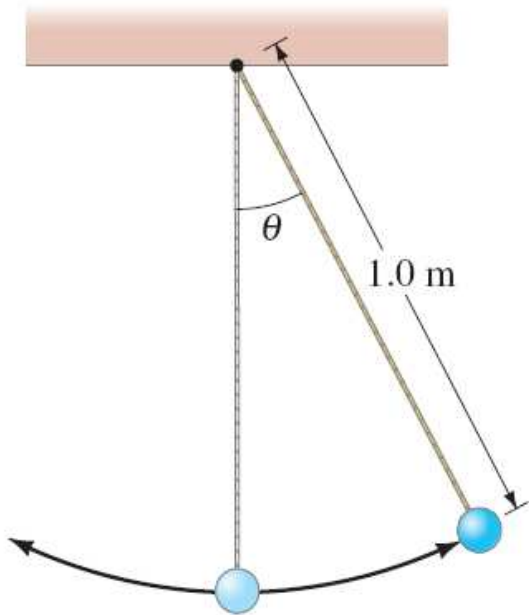


Υπάρχουν συστήματα όπου ο εφησυχασμός είναι ανεπιθύμητος, π.χ. τα ρολόγια.

Σε άλλες περιπτώσεις όπως τα αμορτισέρ του αυτοκινήτου, ή αντισεισμική θωράκιση κτιρίων ο εφησυχασμός είναι μέρος του σχεδιασμού.

14-7 Απόσβεση Αρμονικής Κίνησης

Ένα απλό εκκρεμές με μήκος 1.0 m, τίθεται σε κίνηση με μικρό πλάτος. 5.0 λεπτά αργότερα το πλάτος του είναι μόνο 50% του αρχικού. (a) Πόσο είναι το γ της ταλάντωσης (b) Πόσο μεταβάλλεται η συχνότητα f' , από την συχνότητα f όταν η κίνηση δεν έχει απόσβεση;



APPROACH We assume the damping force is proportional to angular speed, $d\theta/dt$. The equation of motion for damped harmonic motion is

$$x = Ae^{-\gamma t} \cos \omega' t, \quad \text{where} \quad \gamma = \frac{b}{2m} \quad \text{and} \quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}},$$

for motion of a mass on the end of a spring. For the simple pendulum without damping, we saw in Section 14–5 that

$$F = -mg\theta$$

for small θ . Since $F = ma$, where a can be written in terms of the angular acceleration $\alpha = d^2\theta/dt^2$ as $a = \ell\alpha = \ell d^2\theta/dt^2$, then $F = m\ell d^2\theta/dt^2$, and

$$\ell \frac{d^2\theta}{dt^2} + g\theta = 0.$$

Introducing a damping term, $b(d\theta/dt)$, we have

$$\ell \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} + g\theta = 0,$$

which is the same as Eq. 14–15 with θ replacing x , and ℓ and g replacing m and k .

SOLUTION (a) We compare Eq. 14–15 with our equation just above and see that our equation $x = Ae^{-\gamma t} \cos \omega' t$ becomes an equation for θ with

$$\gamma = \frac{b}{2\ell} \quad \text{and} \quad \omega' = \sqrt{\frac{g}{\ell} - \frac{b^2}{4\ell^2}}.$$

At $t = 0$, we rewrite Eq. 14–16 with θ replacing x as

$$\theta_0 = Ae^{-\gamma \cdot 0} \cos \omega' \cdot 0 = A.$$

Then at $t = 5.0 \text{ min} = 300 \text{ s}$, the amplitude given by Eq. 14–16 has fallen to $0.50 A$, so

$$0.50A = Ae^{-\gamma(300 \text{ s})}.$$

We solve this for γ and obtain $\gamma = \ln 2.0 / (300 \text{ s}) = 2.3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

(b) We have $\ell = 1.0 \text{ m}$, so $b = 2\gamma\ell = 2(2.3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1})(1.0 \text{ m}) = 4.6 \times 10^{-3} \text{ m/s}$. Thus $(b^2/4\ell^2)$ is very much less than $g/\ell (= 9.8 \text{ s}^{-2})$, and the angular frequency of the motion remains almost the same as that of the undamped motion. Specifically (see Eq. 14–20),

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \left[1 - \frac{\ell}{g} \left(\frac{b^2}{4\ell^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\ell}{g} \left(\frac{b^2}{4\ell^2} \right) \right]$$

where we used the binomial expansion. Then, with $f = (1/2\pi) \sqrt{g/\ell}$ (Eq. 14–12b),

$$\frac{f - f'}{f} \approx \frac{1}{2} \frac{\ell}{g} \left(\frac{b^2}{4\ell^2} \right) = 2.7 \times 10^{-7}.$$

So f' differs from f by less than one part in a million.

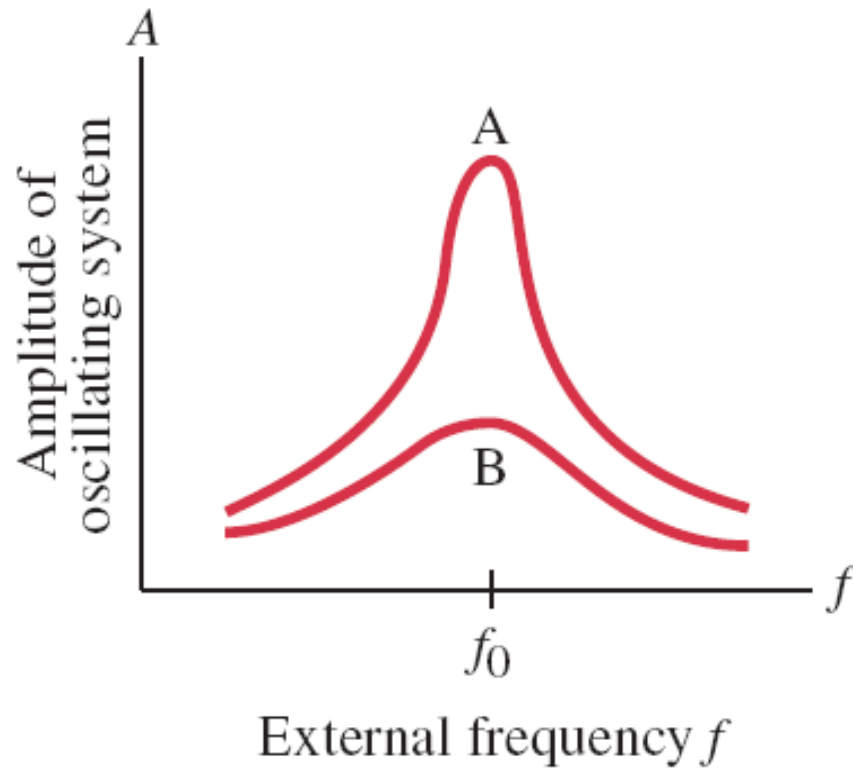
14-8 Εξαναγκασμένη Ταλάντωση και Συντονισμός

Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις παρατηρούνται όταν δρα πάνω στο σύστημα περιοδική δύναμη. Η συχνότητα της δύναμης δεν είναι απαραίτητα ίδια με την φυσική συχνότητα του συστήματος.

Όταν οι δύο συχνότητες ταυτιστούν μιλάμε για συντονισμό, και το πλάτος της ταλάντωσης μπορεί να φτάσει τεράστιες τιμές.



14-8 Εξαναγκασμένη Ταλάντωση και Συντονισμός



Η στενότητα της κορυφής του συντονισμού εξαρτάται από την απόσβεση. Εάν η απόσβεση είναι μικρή (A) έχουνε στενές κορυφές ενώ όταν η απόσβεση είναι μεγάλη (B) η κορυφή είναι πιο πλατιά.

Η λειτουργία ορισμένων συστημάτων βασίζεται στον συντονισμό όπως Μουσικά όργανα και ραδιόφωνα και τηλεοράσεις (μη καλωδιακές).

14-8 Εξαναγκασμένη Ταλάντωση και Συντονισμός

Η Εξίσωση κίνησης είναι:

$$ma = -kx - bv + F_0 \cos \omega t.$$

Και η λύση της: $x = A_0 \sin(\omega t + \phi_0),$

όπου

$$A_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2 \omega^2 / m^2}}$$

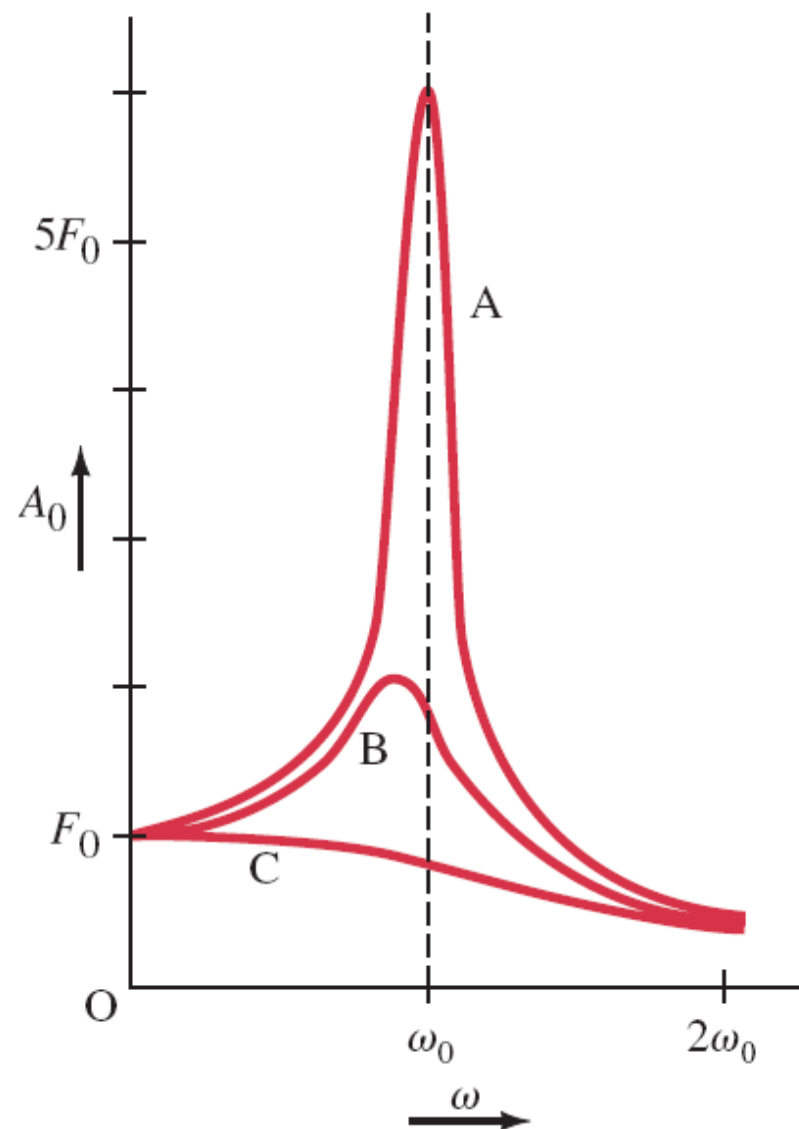
και

$$\phi_0 = \tan^{-1} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega(b/m)}.$$

14-8 Εξαναγκασμένη Ταλάντωση και Συντονισμός

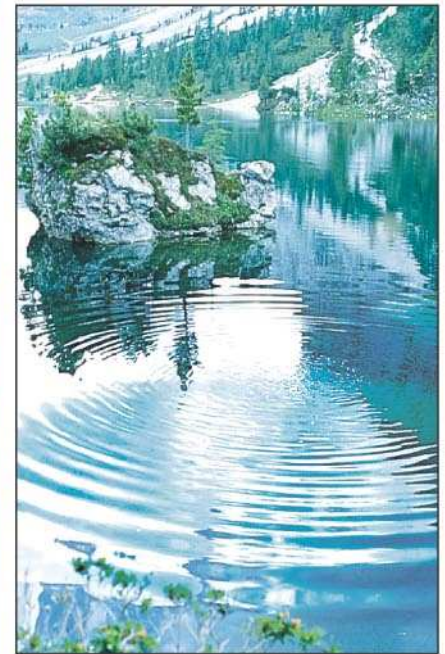
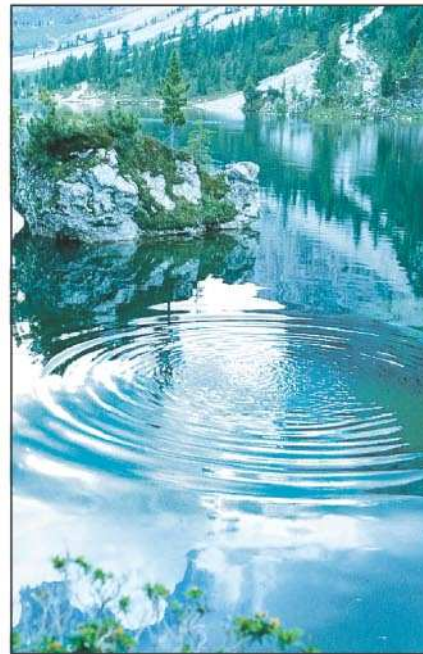
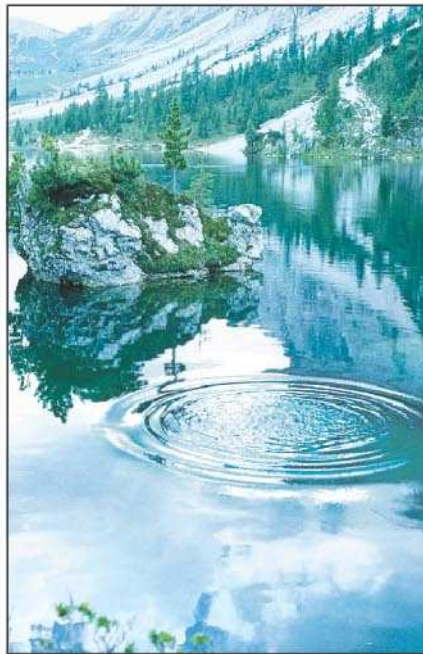
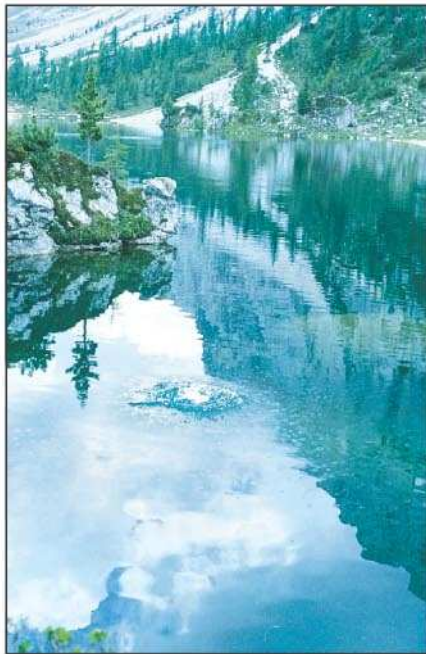
Το εύρος της κορυφής
συντονισμού
χαρακτηρίζεται από τον
παράγοντα Q :

$$Q = \frac{m\omega_0}{b}.$$



Κεφάλαιο 15

Κίνηση Κυμάτων

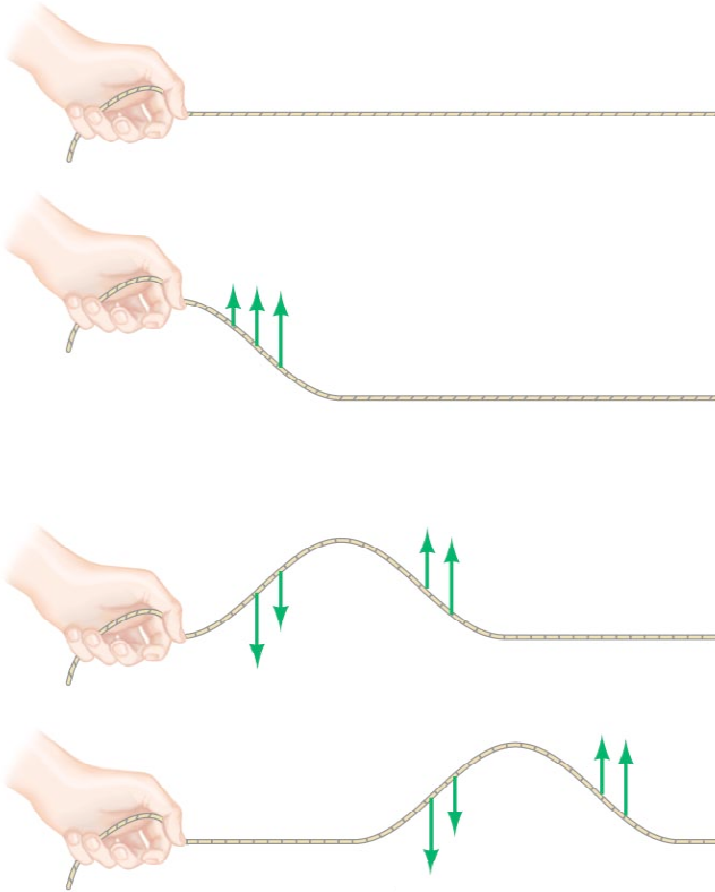


Περιεχόμενα Κεφαλαίου 15

- Χαρακτηριστικά Κυματικής
- Είδη κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια
- Μεταφορά ενέργειας με κύματα
- Μαθηματική Περιγραφή της Διάδοσης κυμάτων
- Η Εξίσωση του Κύματος
- Κανόνας Υπέρθεσης
- Ανάκλαση και Διάδοση
- Συμβολή, Στάσιμα Κύματα και Συντονισμός
- Σκέδαση και Διάθλαση

15-1 Χαρακτηριστικά Διάδοσης Κύματος

Όλα τα κύματα μεταφέρουν ενέργεια.



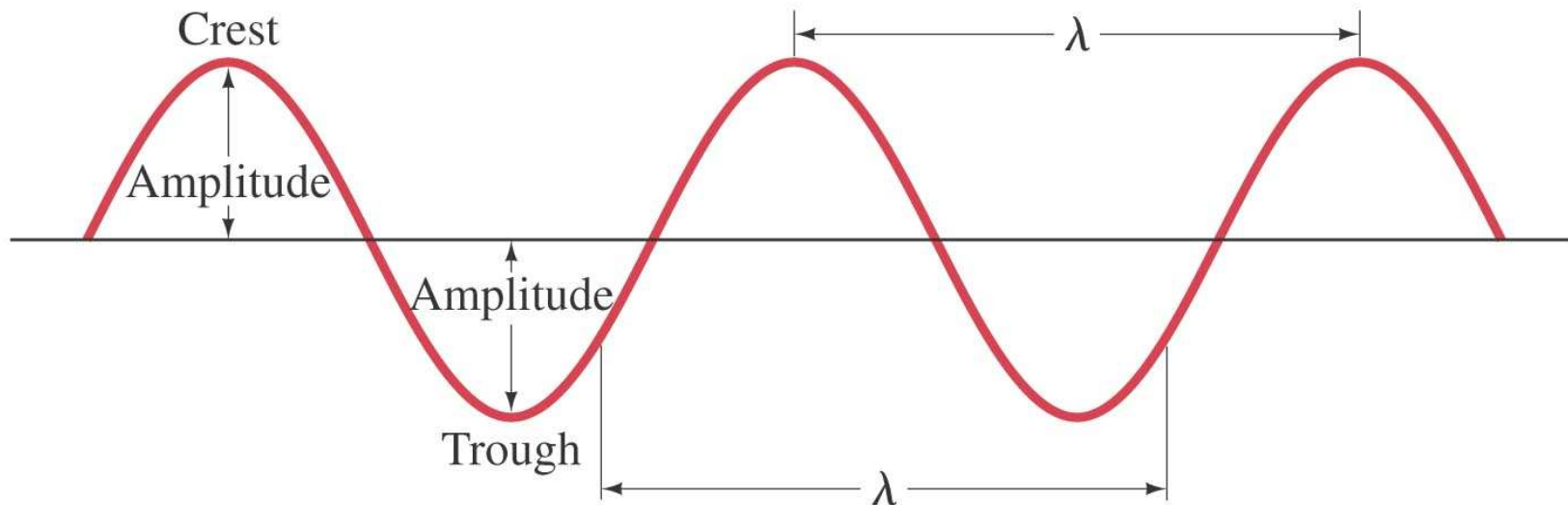
Ένα κύμα ξεκινάει με την ταλάντωση της άκρης μιας χορδής και διαδίδεται εξ αιτίας των δυνάμεων συνοχής του υλικού της χορδής

Συνεχή κύματα (Continuous waves, CW) δημιουργούνται όταν έχουμε συνεχή ταλάντωση της άκρης. Εάν η ταλάντωση είναι αρμονική τότε η μορφή του κύματος είναι ημιτονοειδής

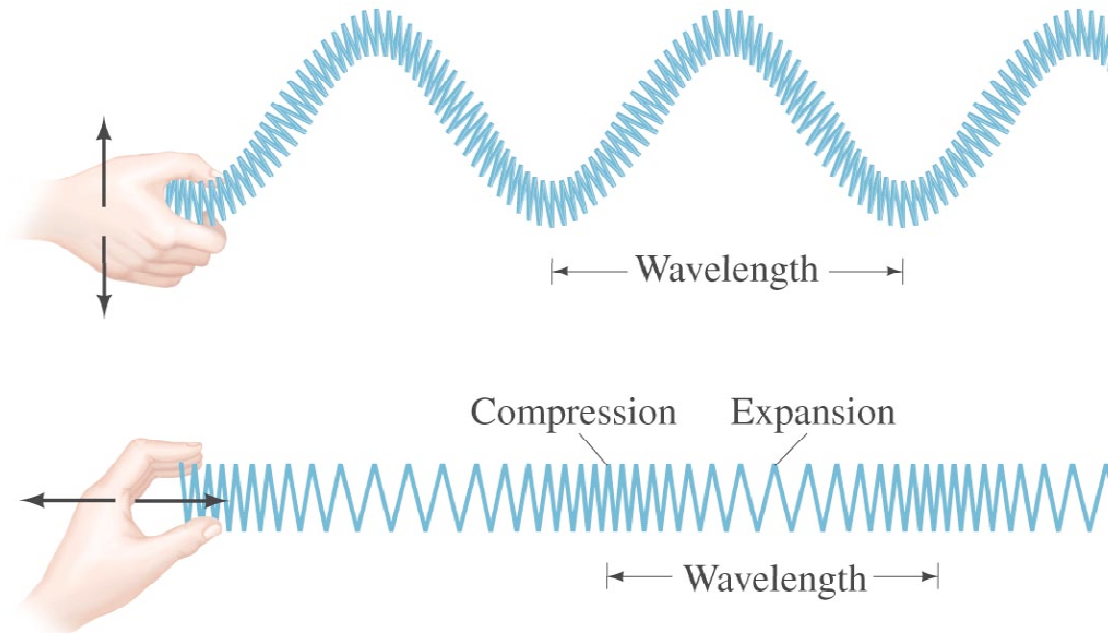
15-1 Χαρακτηριστικά Διάδοσης Κύματος

Χαρακτηριστικά Κυμάτων:

- Πλάτος, A
- Μήκος κύματος, λ
- Συχνότητα, f και Περίοδος, T
- Ταχύτητα κύμα $v = \lambda f$



15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

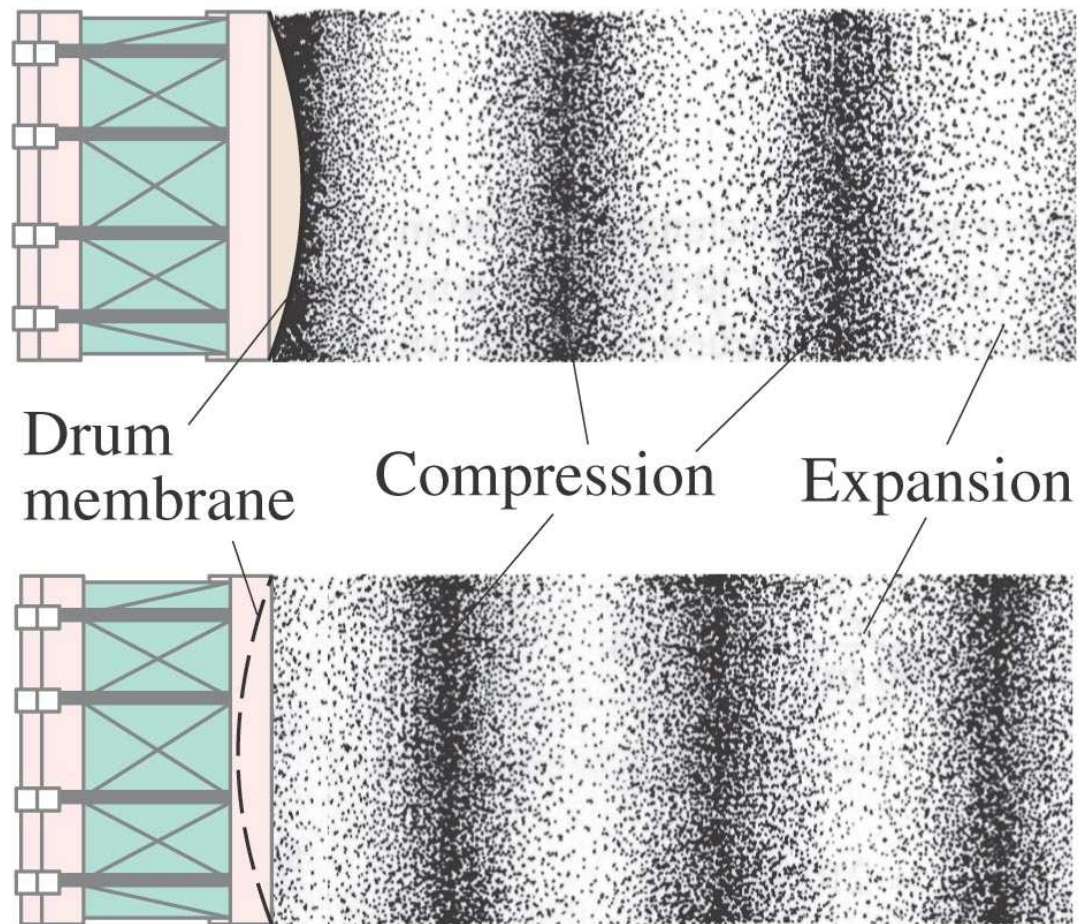


Εγκάρσια: Η κίνηση των σωματιδίων είναι **κάθετη** στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος

Διαμήκη: Η κίνηση των σωματιδίων είναι **κατά-μήκος** στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη:



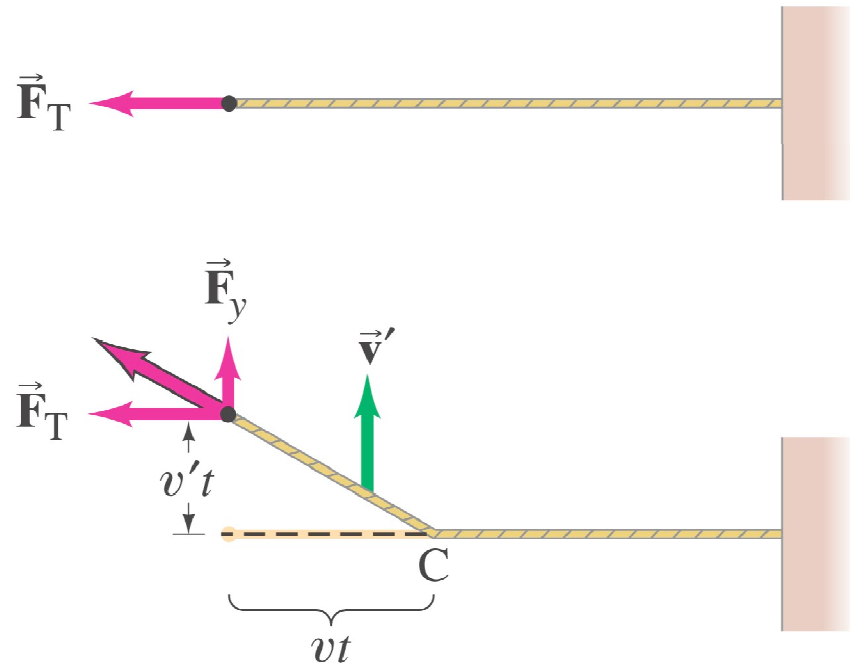
15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

Η ταχύτητα ενός εγκάρσιου κύματος είναι :

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Παρατηρούμε ότι
όταν η τάση της
χορδής μεγαλώνει η
ταχύτητα αυξάνεται.

Όσο μικρότερη είναι
μάζα της χορδής
τόσο μεγαλύτερη η
ταχύτητα.



15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

Ένα καλώδιο χαλκού, μήκους 80.0-m και διαμέτρου, 2.10-mm τεντώνεται μεταξύ δύο πόλων. Ένα πουλί κάθεται στο μέσο του καλωδίου «στέλνοντας» παλμούς κυμάτων προς του δύο πόλους. Οι παλμοί αυτοί ανακλούνται από τους πόλους και φθάνουν ξανά στο πουλί σε 0.750 s. Βρείτε την τάση του καλωδίου.

APPROACH From Eq. 15–2, the tension is given by $F_T = \mu v^2$. The speed v is distance divided by the time. The mass per unit length μ is calculated from the density of copper and the dimensions of the wire.

SOLUTION Each wave pulse travels 40.0 m to the pole and back again (= 80.0 m) in 0.750 s. Thus their speed is $v = (80.0 \text{ m})/(0.750 \text{ s}) = 107 \text{ m/s}$. We take (Table 13–1) the density of copper as $8.90 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. The volume of copper in the wire is the cross-sectional area (πr^2) times the length ℓ , and the mass of the wire is the volume times the density: $m = \rho(\pi r^2)\ell$ for a wire of radius r and length ℓ . Then $\mu = m/\ell$ is

$$\mu = \rho \pi r^2 \ell / \ell = \rho \pi r^2 = (8.90 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) \pi (1.05 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 0.0308 \text{ kg/m}.$$

Thus, the tension is $F_T = \mu v^2 = (0.0308 \text{ kg/m})(107 \text{ m/s})^2 = 353 \text{ N}$.

15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

Η ταχύτητα διαμήκη κυμάτων εξαρτάται από την δύναμη επαναφοράς του υλικού και την πυκνότητά του.

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

ή

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}.$$

15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

Echolocation είναι μια μέθοδο που χρησιμοποιούν ορισμένα ζώα όπως νυχτερίδες φάλαινες και δελφίνια. Τα ζώα αυτά εκπέμπουν ηχητικά κύματα που ανακλούνται από διάφορα αντικείμενα και επιστρέφουν και ανιχνεύονται από τα ζώα ξανά. Εάν η συχνότητα των κυμάτων αυτών είναι 100,000 Hz. (a) Βρείτε το μήκος κύματος ενός echolocation wave. (b) Εάν ένα αντικείμενο βρίσκεται 100 m από το ζώο, πόσο χρόνο μετά την εκπομπή του κύματος ανιχνεύεται η επιστροφή;

APPROACH We first compute the speed of longitudinal (sound) waves in sea water, using Eq. 15–4 and Tables 12–1 and 13–1. The wavelength is $\lambda = v/f$.

SOLUTION (a) The speed of longitudinal waves in sea water, which is slightly more dense than pure water, is

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2}{1.025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 1.4 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

Then, using Eq. 15–1, we find

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{(1.4 \times 10^3 \text{ m/s})}{(1.0 \times 10^5 \text{ Hz})} = 14 \text{ mm}.$$

(b) The time required for the round-trip between the animal and the object is

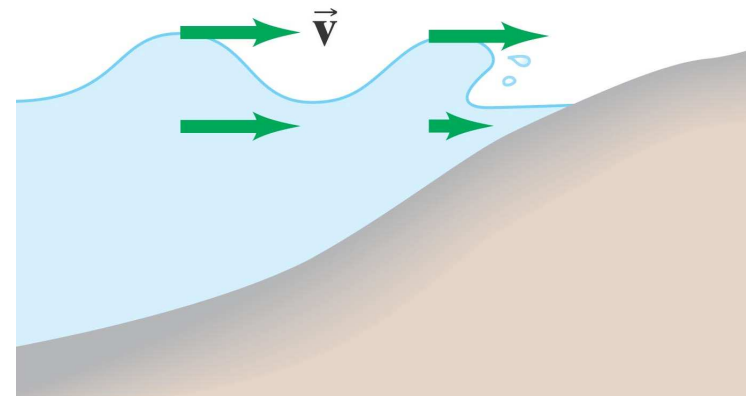
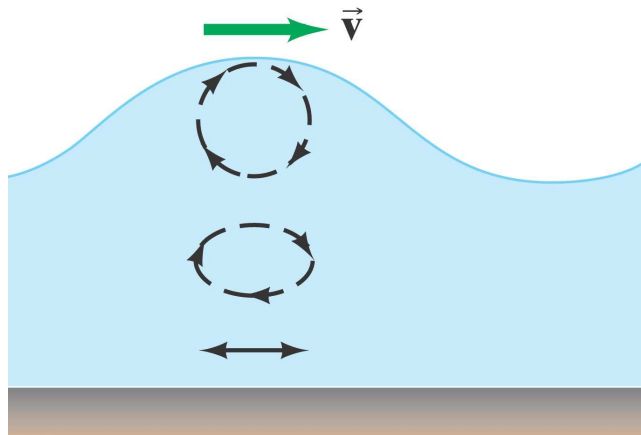
$$t = \frac{\text{distance}}{\text{speed}} = \frac{2(100 \text{ m})}{1.4 \times 10^3 \text{ m/s}} = 0.14 \text{ s}.$$

NOTE We shall see later that waves can be used to “resolve” (or detect) objects only if the wavelength is comparable to or smaller than the object. Thus, a dolphin can resolve objects on the order of a centimeter or larger in size.

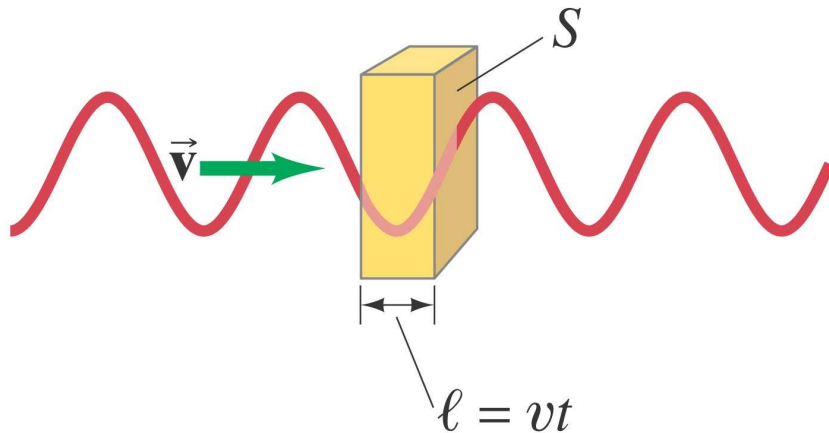
15-2 Τύποι κυμάτων: Διαμήκη και Εγκάρσια

Οι σεισμοί παράγουν εγκάρσια και διαμήκη κύματα. **Και τα δύο διαδίδονται μέσα από στερεά υλικά αλλά μόνο ΔΙΑΜΗΚΗ μπορούν να διαδοθούν μέσα από «υγρά», διότι τα υγρά δεν έχουν δυνάμεις επιστροφής κάθετες στην διεύθυνση διάδοσης**

Επιφανειακά κύματα είναι κύματα που διαδίδονται κατά μήκος της διαχωριστικής επιφάνειας δύο μέσων (π,χ, αέρα και νερού)



15-3 Μεταφορά Ενέργειας με Κύματα



Η Ενέργεια που μεταφέρεται από ένα κύμα είναι:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = 2\pi^2mf^2A^2.$$

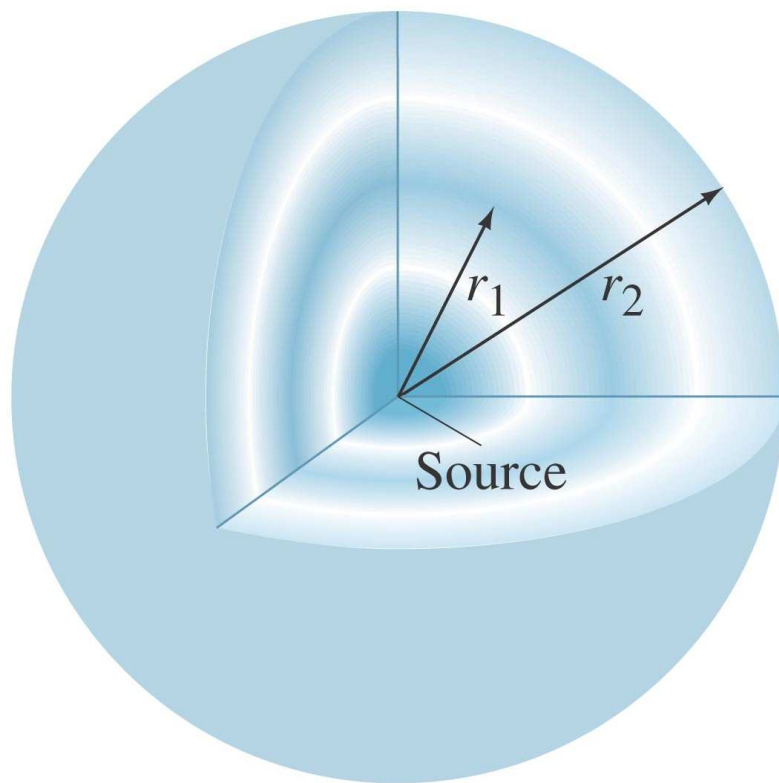
Εάν υποθέσουμε ότι το μέσω είναι ομογενές και πυκνότητα ρ τότε:

$$I = \frac{\bar{P}}{S} = 2\pi^2v\rho f^2A^2.$$

Η ένταση ενός κύματος είναι συνεπώς ανάλογη των τετραγώνων του πάτους και της συχνότητας

15-3 Μεταφορά Ενέργειας με Κύματα

Όταν το κύμα διαδίδεται σε 3-διαστάσεις και όταν το μέσο είναι ομογενές, το κύμα ονομάζεται σφαιρικό.



Για σφαιρικά κύματα για λόγους γεωμετρίας ισχύει:

$$I \propto \frac{1}{r^2}.$$

15-3 Μεταφορά Ενέργειας με Κύματα

Η ένταση ενός σεισμικού κύματος P 100 km από την εστία είναι $1.0 \times 10^6 \text{ W/m}^2$. Πόση θα είναι η έντασή του 400 km από την εστία;

APPROACH We assume the wave is spherical, so the intensity decreases as the square of the distance from the source.

SOLUTION At 400 km the distance is 4 times greater than at 100 km, so the intensity will be $(\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}$ of its value at 100 km, or $(1.0 \times 10^6 \text{ W/m}^2)/16 = 6.3 \times 10^4 \text{ W/m}^2$.

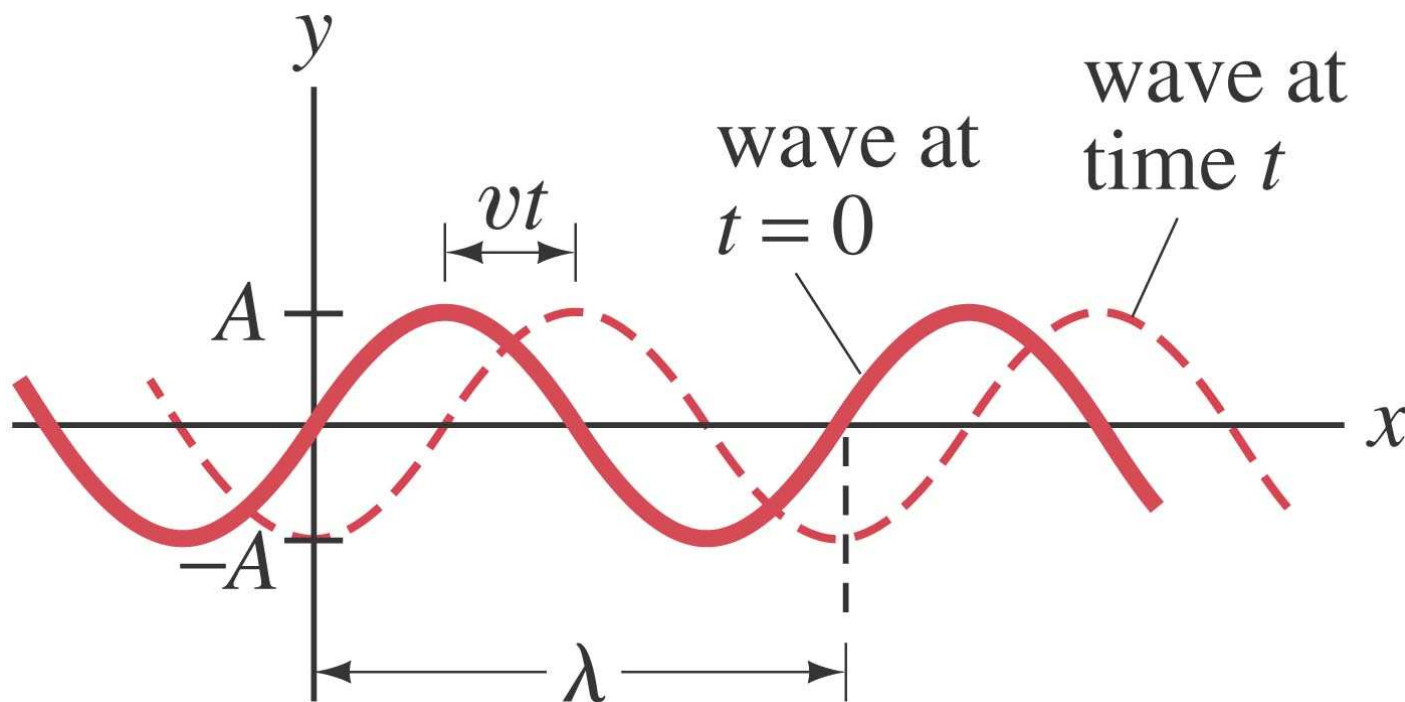
NOTE Using Eq. 15–8b directly gives

$$I_2 = I_1 r_1^2 / r_2^2 = (1.0 \times 10^6 \text{ W/m}^2)(100 \text{ km})^2 / (400 \text{ km})^2 = 6.3 \times 10^4 \text{ W/m}^2.$$

15-4 Μαθηματική Εξίσωση Κυματικής

Εάν ένα κύμα περιγράφεται από την εξίσωση:

$$D(x) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x.$$



15-4 Μαθηματική Εξίσωση Κυματικής

Μετά από χρόνο t , το κύμα έχει διανύσει απόσταση vt , και συνεπώς:

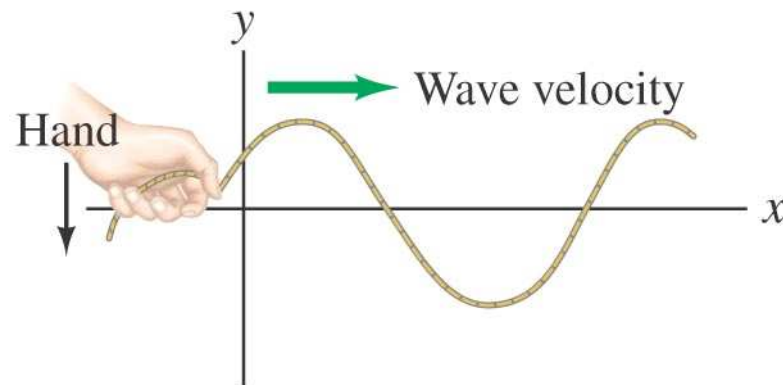
$$D(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right].$$

ή: $D(x, t) = A \sin(kx - \omega t),$

όπου $\omega = 2\pi f$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}.$

15-4 Μαθηματική Εξίσωση Κυματικής

Το αριστερό άκρο μια χορδής ταλαντεύεται αρμονικά με συχνότητα $f = 250 \text{ Hz}$ και πλάτος 2.6 cm . Η τάση της χορδής είναι 140 N και έχει γραμμική πυκνότητα $\mu = 0.12 \text{ kg/m}$. Σε $t = 0$, το άκρο της χορδής έχει κατακόρυφη μετατόπιση 1.6 cm και πέφτει. Βρείτε (a) το μήκος κύματος που παράγεται και (b) την εξίσωση του κύματος



APPROACH We first find the phase velocity of the transverse wave from Eq. 15-2; then $\lambda = v/f$. In (b), we need to find the phase ϕ using the initial conditions.

SOLUTION (a) The wave velocity is

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{140 \text{ N}}{0.12 \text{ kg/m}}} = 34 \text{ m/s}.$$

Then

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{34 \text{ m/s}}{250 \text{ Hz}} = 0.14 \text{ m} \quad \text{or} \quad 14 \text{ cm}.$$

(b) Let $x = 0$ at the left-hand end of the cord. The phase of the wave at $t = 0$ is not zero in general as was assumed in Eqs. 15-9, 10, and 13. The general form for a wave traveling to the right is

$$D(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi),$$

where ϕ is the phase angle. In our case, the amplitude $A = 2.6 \text{ cm}$; and at $t = 0$, $x = 0$, we are given $D = 1.6 \text{ cm}$. Thus

$$1.6 = 2.6 \sin \phi,$$

so $\phi = \sin^{-1}(1.6/2.6) = 38^\circ = 0.66 \text{ rad}$. We also have $\omega = 2\pi f = 1570 \text{ s}^{-1}$ and $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/0.14 \text{ m} = 45 \text{ m}^{-1}$. Hence

$$D = (0.026 \text{ m}) \sin[(45 \text{ m}^{-1})x - (1570 \text{ s})t + 0.66]$$

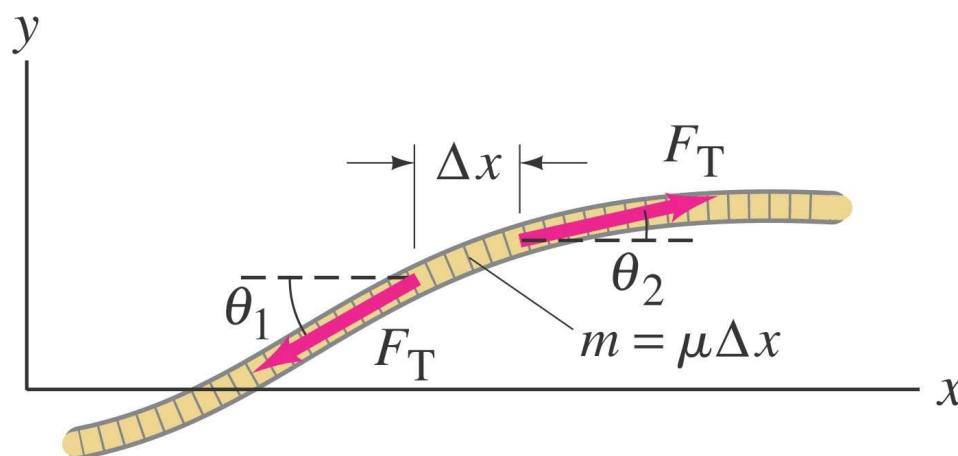
which we can write more simply as

$$D = 0.026 \sin(45x - 1570t + 0.66),$$

and we specify clearly that D and x are in meters and t in seconds.

15-5 Η εξίσωση του Κύματος

Θεωρούμε τμήμα χορδής που βρίσκεται υπό τάση



Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα γράφουμε

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$F_T \sin \theta_2 - F_T \sin \theta_1 = (\mu \Delta x) \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}.$$

15-5 Η εξίσωση του Κύματος

Υποθέτοντας μικρές γωνίες και στο όριο $\Delta x \rightarrow 0$, βρίσκουμε (με κάμπωση αριθμητική) ότι:

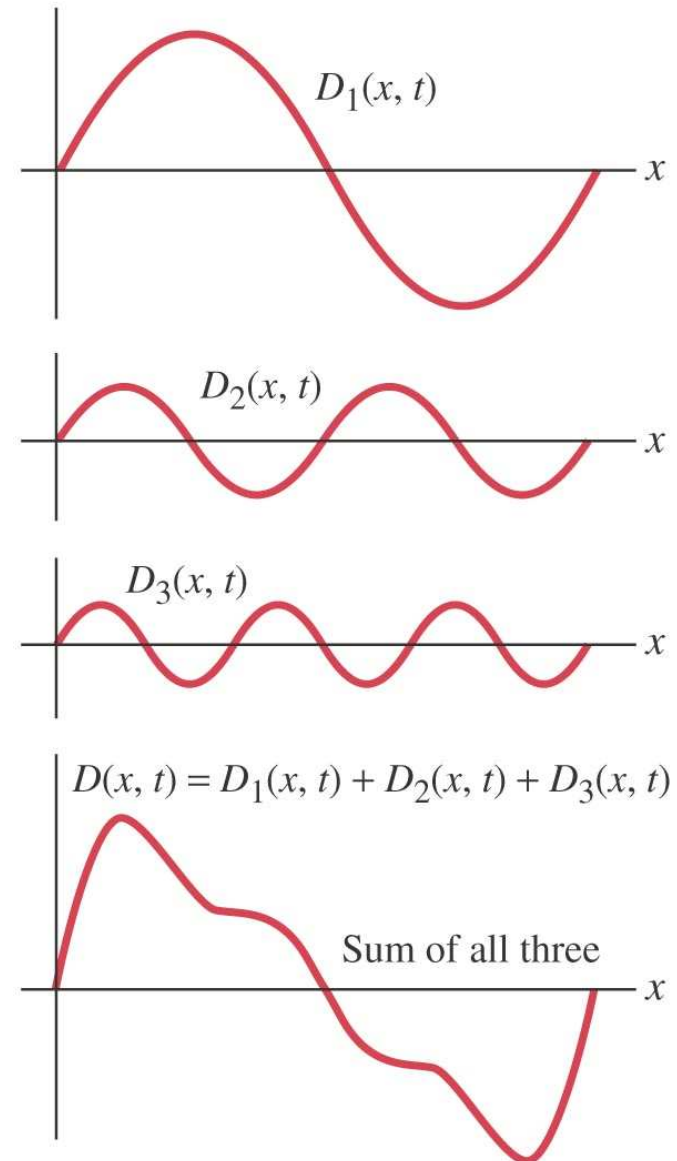
$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}.$$

Αυτή είναι και η εξίσωση του μονοδιάστατου κύματος. Είναι μια γραμμική διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού ως προς τον χρόνο και την μετατόπιση. Οι λύσεις είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις.

15-6 Ο Κανόνας Υπέρθεσης

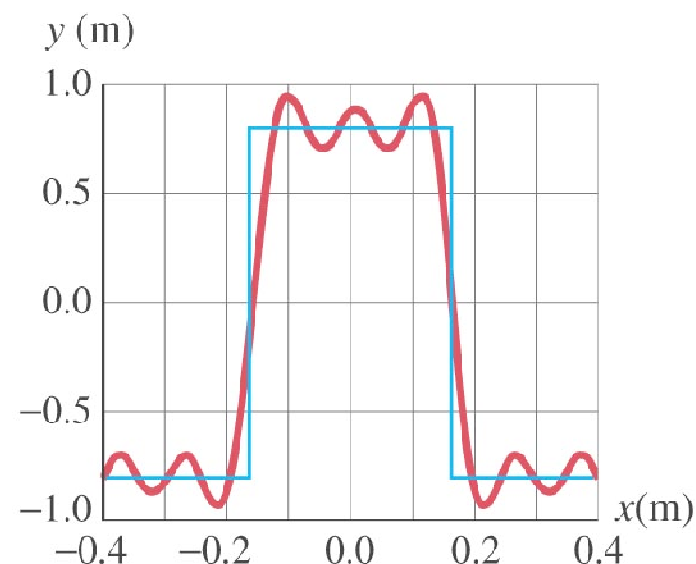
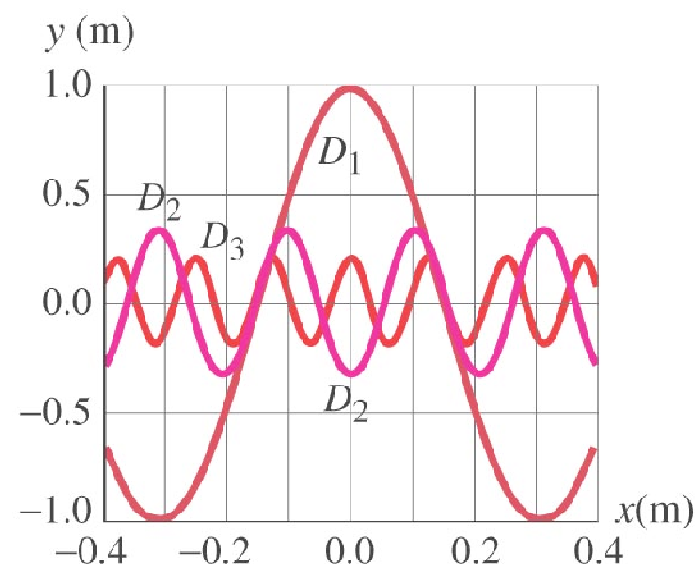
Υπέρθεση: Η μετατόπιση σε οποιοδήποτε σημείο είναι προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα όλων των κυμάτων που διέρχονται από το συγκεκριμένο σημείο σε κάθε χρονική στιγμή.

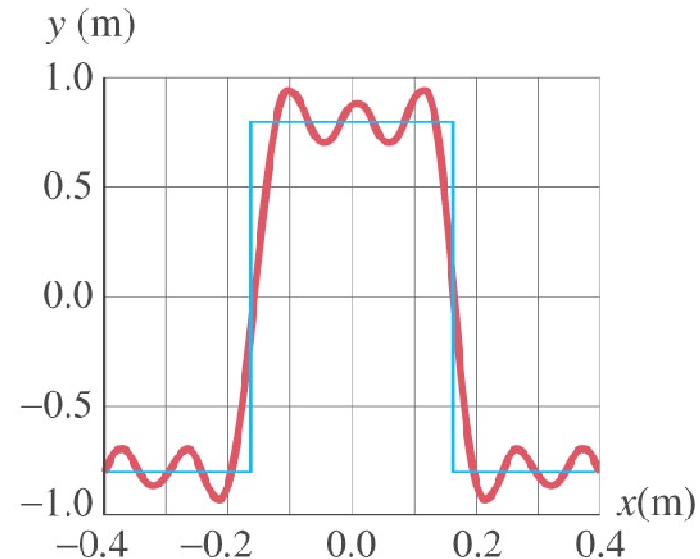
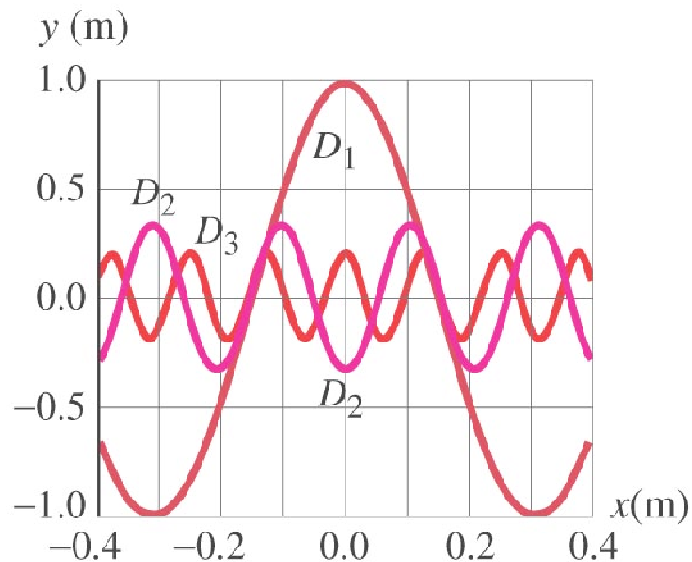
Θεώρημα Fourier: Κάθε μιγαδικό περιοδικό κύμα μπορεί να γραφτεί ως το άθροισμα ημιτονοειδών κυμάτων (συναρτήσεων) διαφόρων συχνοτήτων πλατών και φάσεων.



15-6 Ο Κανόνας Υπέρθεσης

Σε $t = 0$, τρία κύματα $D_1 = A \cos kx$, $D_2 = -\frac{1}{3}A \cos 3kx$, και $D_3 = \frac{1}{5}A \cos 5kx$, όπου $A = 1.0 \text{ m}$ και $k = 10 \text{ m}^{-1}$. Κάντε γραφική παράσταση των τριών κυμάτων από $x = -0.4 \text{ m}$ μέχρι $+0.4 \text{ m}$. (Τα τρία αυτά κύματα είναι οι τρεις πρώτοι όροι της ανάπτυξης Fourier για ένα «τετράγωνο κύμα.»)

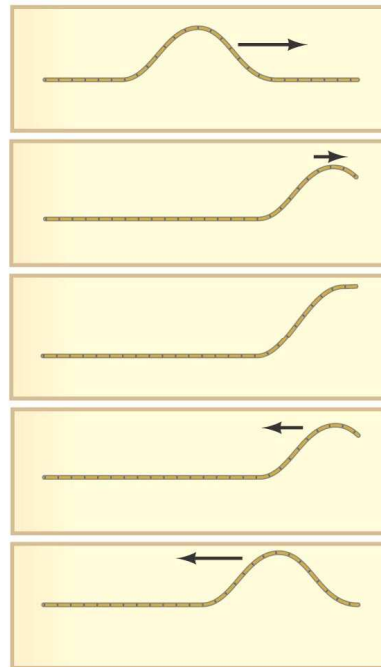
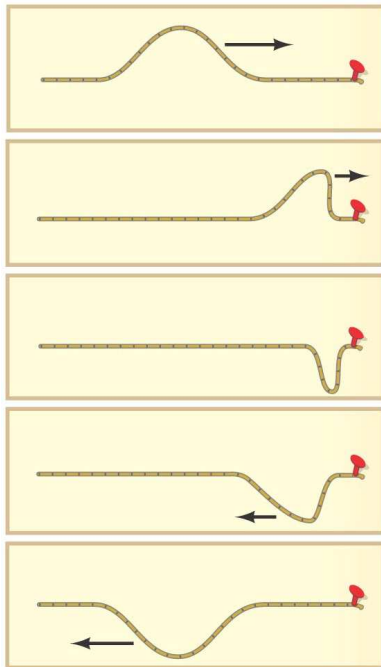




y (m)

RESPONSE The first wave, D_1 , has amplitude of 1.0 m and wavelength $\lambda = 2\pi/k = (2\pi/10) \text{ m} = 0.628 \text{ m}$. The second wave, D_2 , has amplitude of 0.33 m and wavelength $\lambda = 2\pi/3k = (2\pi/30) \text{ m} = 0.209 \text{ m}$. The third wave, D_3 , has amplitude of 0.20 m and wavelength $\lambda = 2\pi/5k = (2\pi/50) \text{ m} = 0.126 \text{ m}$. Each wave is plotted in Fig. 15–17a. The sum of the three waves is shown in Fig. 15–17b. The sum begins to resemble a “square wave,” shown in blue in Fig. 15–17b.

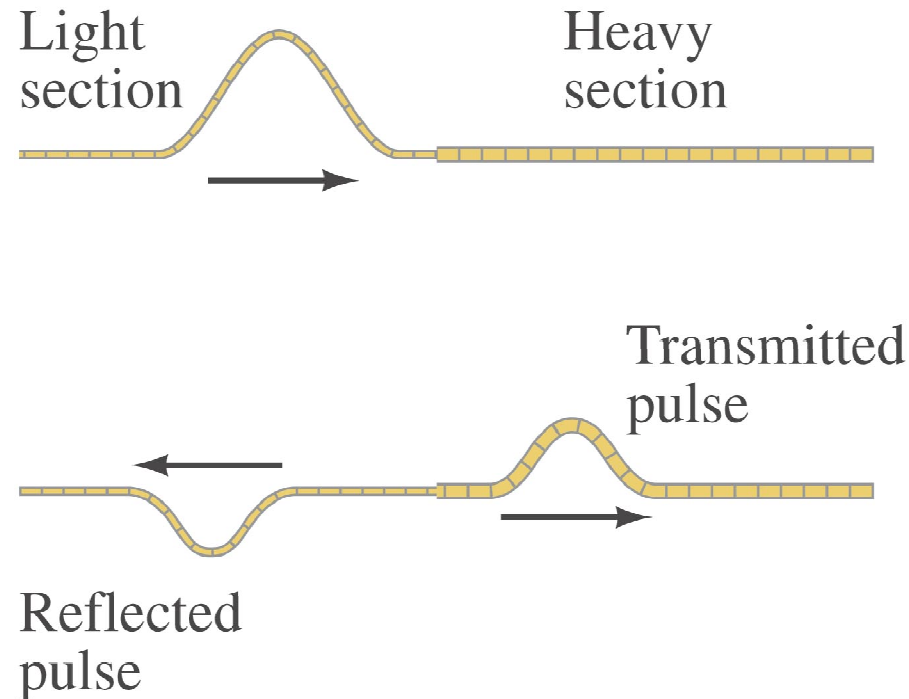
15-7 Ανάκλαση και Διάδοση



Όταν ένα αντικείμενο φτάσει στην άκρη του μέσου (της χορδής), το κύμα ανακλάται και το κύμα επιστρέφει με ίδιο πλάτος (πρόσημο).

Όταν ένα κύμα προσκρούσει σε ένα εμπόδιο, ανακλάται αλλά με αντίστροφο πλάτος (αντίθετο πρόσημο).

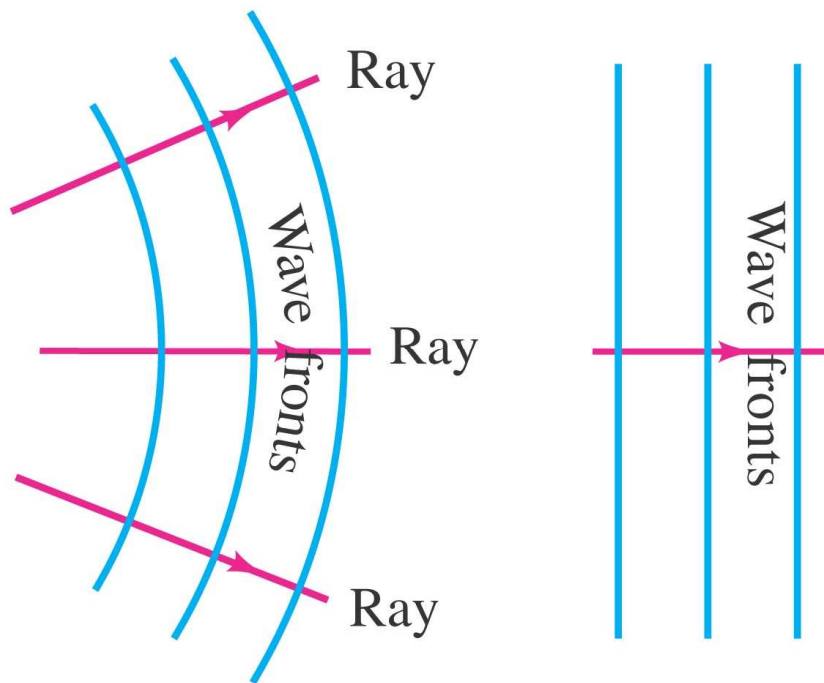
15-7 Ανάκλαση και Διάδοση



Όταν ένα κύμα συναντήσει ένα πυκνότερο μέσο, τότε τμήμα του κύματος διαδίδεται και τμήμα ανακλάται. Εάν η ταχύτητα στο πυκνότερο μέσο είναι μικρότερη, τότε το μήκος κύματος είναι μικρότερο.

15-7 Ανάκλαση και Διάδοση

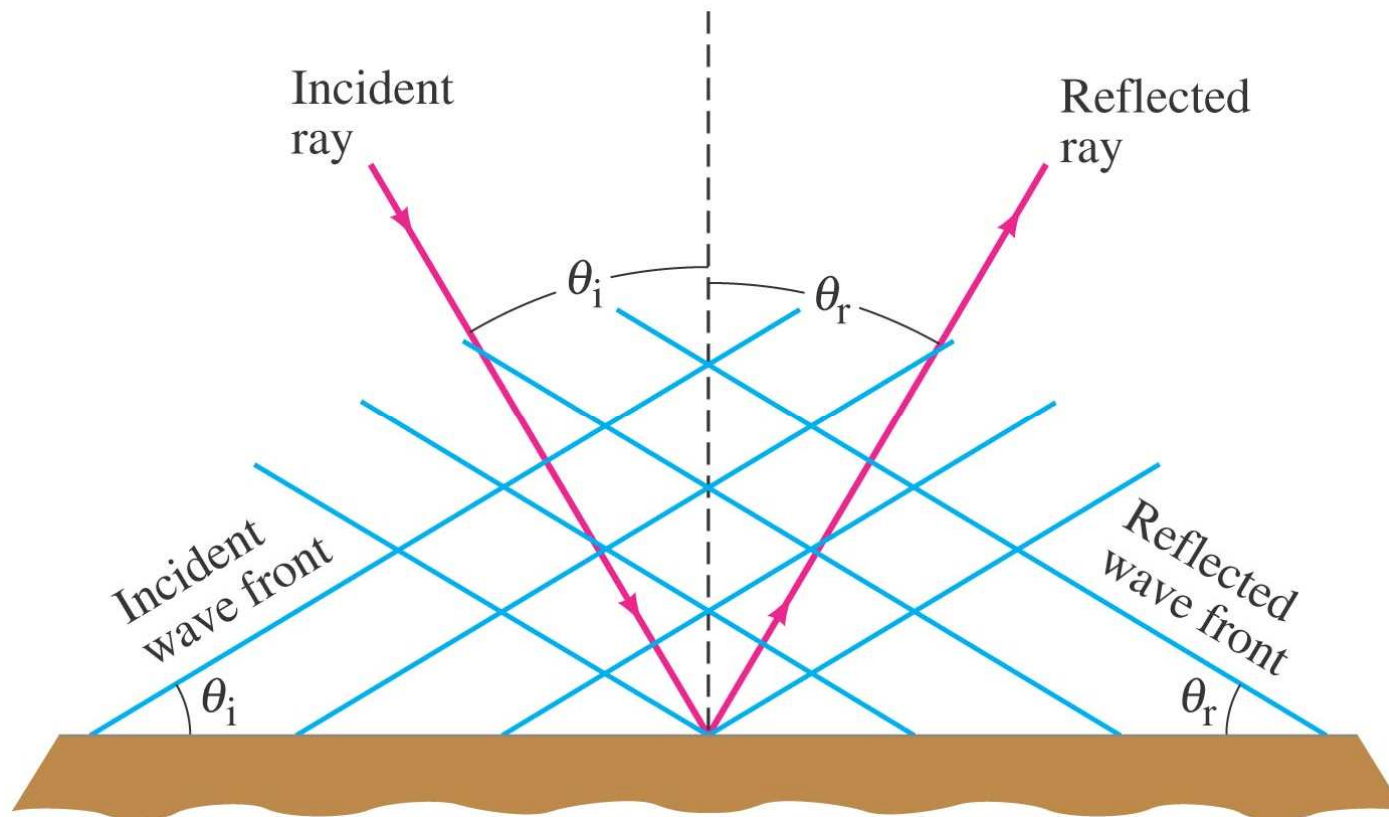
Κύματα πολλαπλών διαστάσεων απεικονίζονται με μέτωπα κύματος, δηλ. επιφάνειες όπου όλα τα κύματα έχουν την ίδια φάση.



Γραμμές κάθετες στα μέτωπα ονομάζονται ακτίνες και δηλώνουν την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος.

15-7 Ανάκλαση και Διάδοση

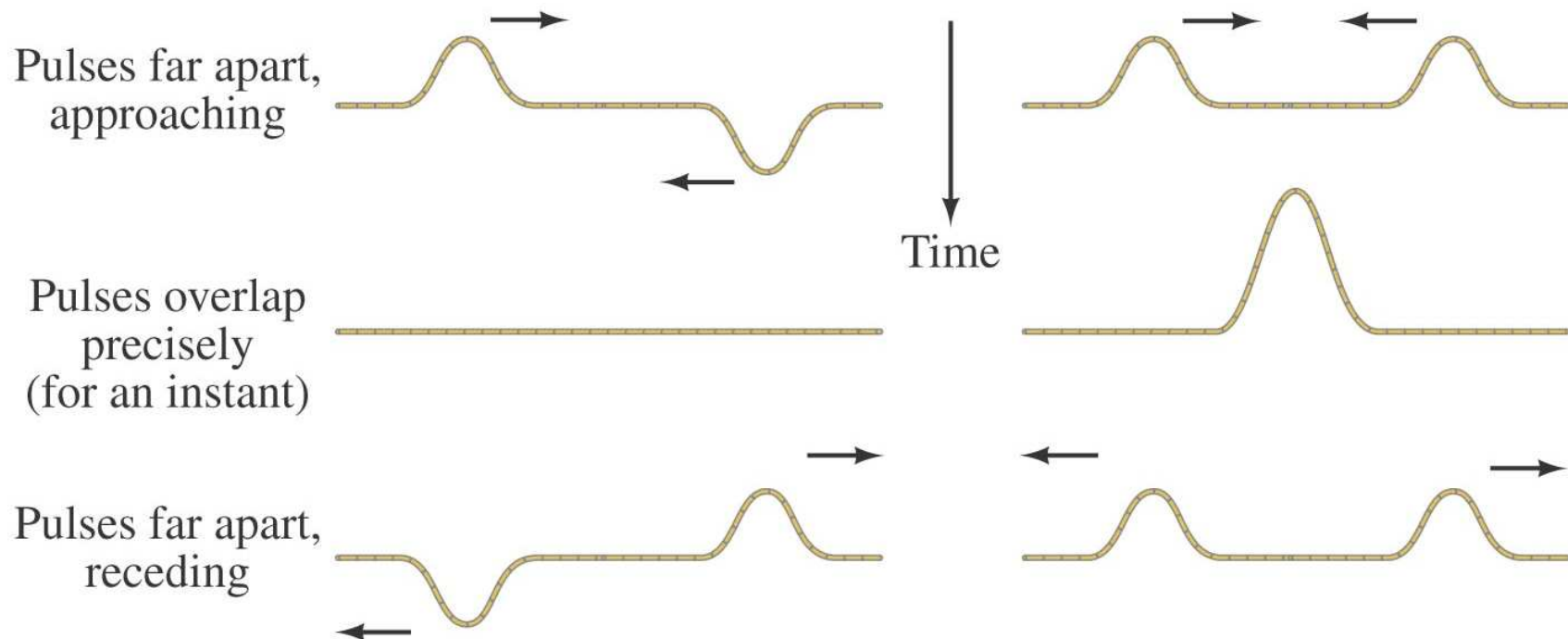
Κανόνας ανάκλασης: Η γωνία προπτώσεως είναι ίση με την γωνία ανάκλασης



15-8 Συμβολή

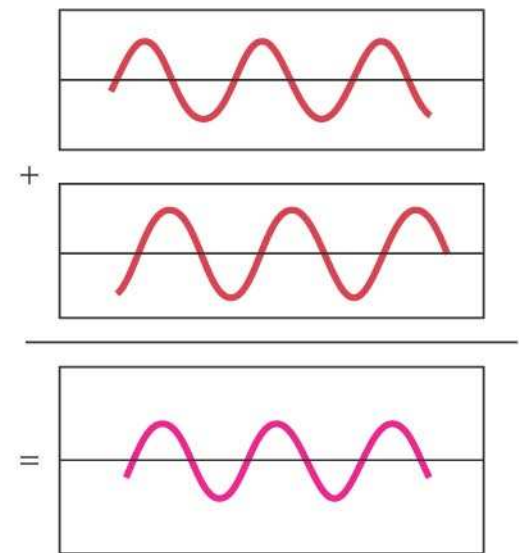
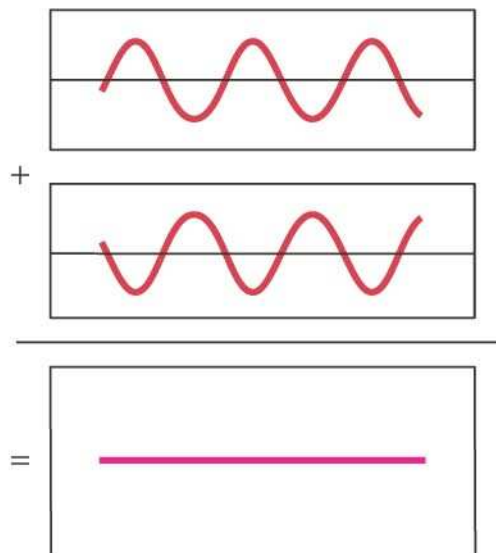
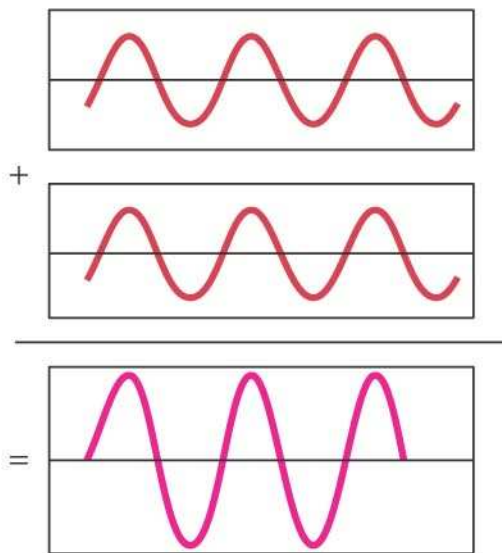
Σύμφωνα με τον κανόνα υπέρθεσης: Η μετατόπιση σε οποιοδήποτε σημείο είναι προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα όλων των κυμάτων που διέρχονται από το συγκεκριμένο σημείο σε κάθε χρονική στιγμή.

(a) Καταστρεπτική συμβολή and (b) Ενισχυτική Συμβολή

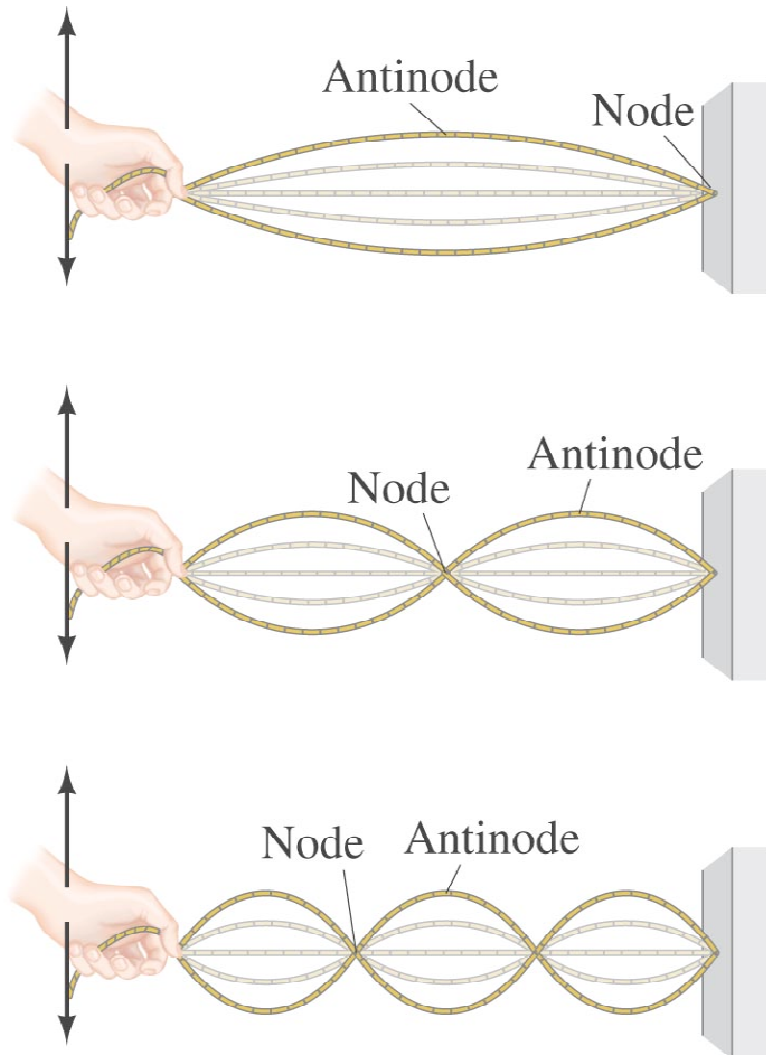


15-8 Συμβολή

Οι γραφικές παραστάσεις δείχνουν αθροίσματα δύο κυμάτων. (a) Ενισχυτικό άθροισμα. (b) Καταστρεπτικό άθροισμα και (c) μερικώς καταστρεπτικό άθροισμα

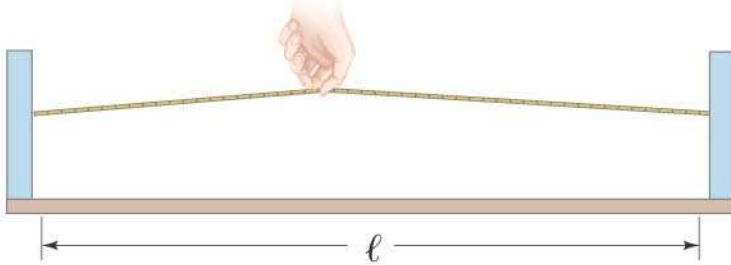


15-9 Στάσιμα Κύματα, Συντονισμός



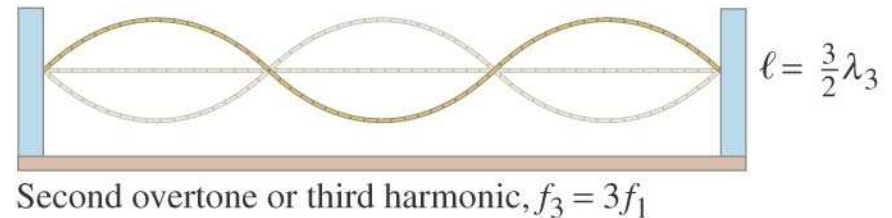
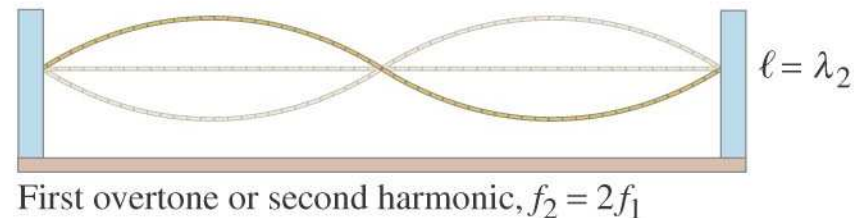
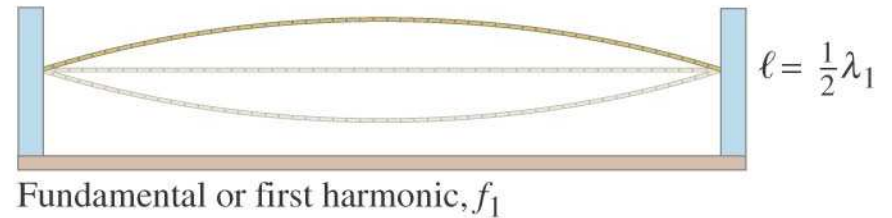
Στάσιμα Κύματα
δημιουργούνται όταν τα
άκρα της χορδής είναι
σταθερά. Στην
περίπτωση αυτή τα μόνα
κύματα που
επιτρέπονται είναι αυτά
που δημιουργούν
κόμβους στις άκρες και
σε διάφορα σημεία κατά
μήκος της χορδής.
Στους κόμβους το
πλάτος του κύματος
είναι **ΜΗΔΕΝ**.

15-9 Στάσιμα Κύματα, Συντονισμός



Οι συχνότητες των στάσιμων κυμάτων ονομάζονται συχνότητες συντονισμού ή αρμονικές συχνότητες.

Η χαμηλότερη συχνότητα ονομάζεται θεμελιώδης



15-9 Στάσιμα Κύματα, Συντονισμός

Τα μήκη κύματος και οι συχνότητες των
στάσιμων κυμάτων είναι:

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

και

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2\ell} = nf_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots.$$

15-9 Στάσιμα Κύματα, Συντονισμός

Η χορδή ενός πιάνου έχει μήκος 1.10 m και μάζα 9.00 g. (a) Πόση τάση απαιτείται ώστε η χορδή να δονείται με θεμελιώδη συχνότητα 131 Hz; (b) Ποιες είναι οι συχνότητες των πρώτων τεσσάρων αρμονικών;

APPROACH To determine the tension, we need to find the wave speed using Eq. 15-1 ($v = \lambda f$), and then use Eq. 15-2, solving it for F_T .

SOLUTION (a) The wavelength of the fundamental is $\lambda = 2\ell = 2.20$ m (Eq. 15-17a with $n = 1$). The speed of the wave on the string is $v = \lambda f = (2.20 \text{ m})(131 \text{ s}^{-1}) = 288 \text{ m/s}$. Then we have (Eq. 15-2)

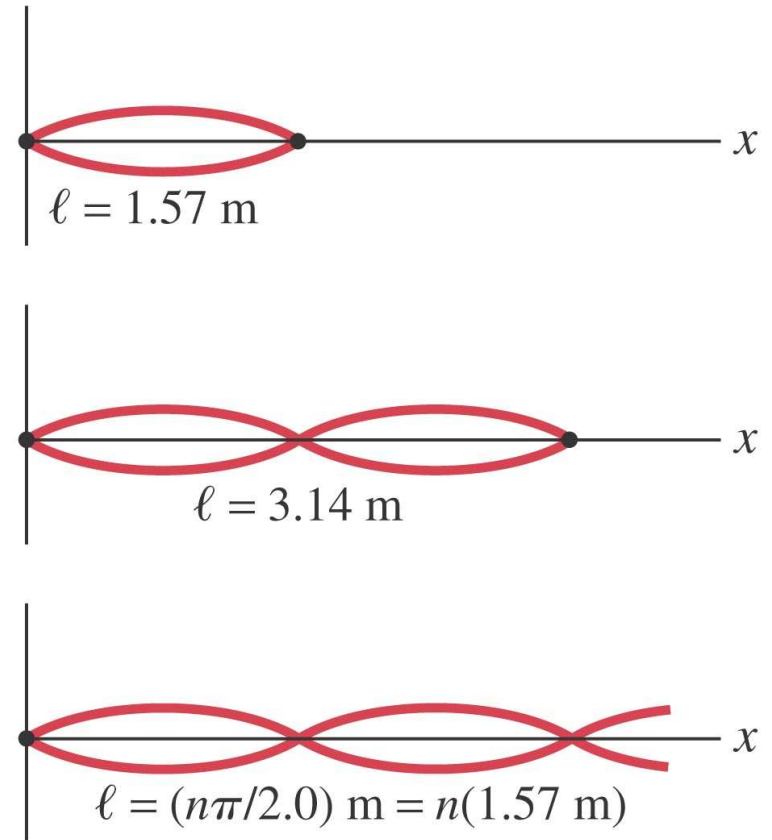
$$F_T = \mu v^2 = \frac{m}{\ell} v^2 = \left(\frac{9.00 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1.10 \text{ m}} \right) (288 \text{ m/s})^2 = 679 \text{ N}.$$

(b) The frequencies of the second, third, and fourth harmonics are two, three, and four times the fundamental frequency: 262, 393, and 524 Hz, respectively.

NOTE The speed of the wave on the string is *not* the same as the speed of the sound wave that the piano string produces in the air (as we shall see in Chapter 16).

15-9 Στάσιμα Κύματα, Συντονισμός

Δύο κύματα που ταξιδεύουν με αντίθετες φορές μιας χορδής με σταθερό σημείο στο $x = 0$ περιγράφονται από τις συναρτήσεις $D_1 = (0.20 \text{ m})\sin(2.0x - 4.0t)$ και $D_2 = (0.20 \text{ m})\sin(2.0x + 4.0t)$ (όπου x είναι σε m, t σε s), παράγοντας στάσιμα κύματα. Βρείτε (a) την συνάρτηση του στάσιμου κύματος, (b) το μέγιστο πλάτος στο σημείο $x = 0.45 \text{ m}$, (c) που βρίσκεται το άλλο σταθερό σημείο της χορδής ($x > 0$), (d) σε πιο σημείο έχουμε το μέγιστο πλάτος



APPROACH We use the principle of superposition to add the two waves. The given waves have the form we used to obtain Eq. 15–18, which we thus can use.

SOLUTION (a) The two waves are of the form $D = A \sin(kx \pm \omega t)$, so

$$k = 2.0 \text{ m}^{-1} \quad \text{and} \quad \omega = 4.0 \text{ s}^{-1}.$$

These combine to form a standing wave of the form of Eq. 15–18:

$$D = 2A \sin kx \cos \omega t = (0.40 \text{ m}) \sin(2.0x) \cos(4.0t),$$

where x is in meters and t in seconds.

(b) At $x = 0.45 \text{ m}$,

$$D = (0.40 \text{ m}) \sin(0.90) \cos(4.0t) = (0.31 \text{ m}) \cos(4.0t).$$

The maximum amplitude at this point is $D = 0.31 \text{ m}$ and occurs when $\cos(4.0t) = 1$.

(c) These waves make a standing wave pattern, so both ends of the string must be nodes. Nodes occur every half wavelength, which for our string is

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{2.0} \text{ m} = 1.57 \text{ m}.$$

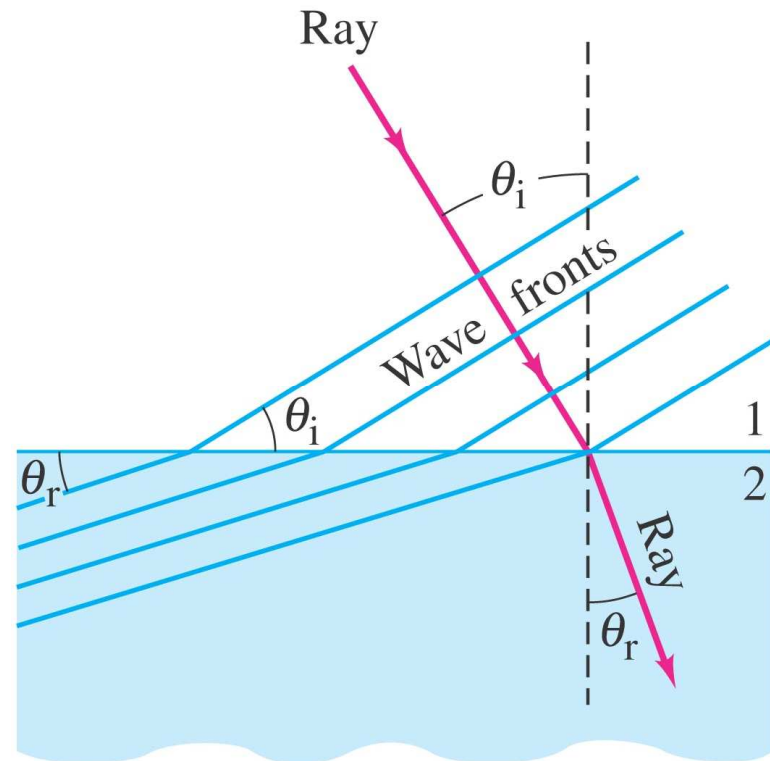
If the string includes only one loop, its length is $\ell = 1.57 \text{ m}$. But without more information, it could be twice as long, $\ell = 3.14 \text{ m}$, or any integral number times 1.57 m , and still provide a standing wave pattern, Fig. 15–27.

(d) The nodes occur at $x = 0$, $x = 1.57 \text{ m}$, and, if the string is longer than $\ell = 1.57 \text{ m}$, at $x = 3.14 \text{ m}$, 4.71 m , and so on. The maximum amplitude (antinode) is 0.40 m [from part (b) above] and occurs midway between the nodes. For $\ell = 1.57 \text{ m}$, there is only one antinode, at $x = 0.79 \text{ m}$.

15-10 Διάθλαση

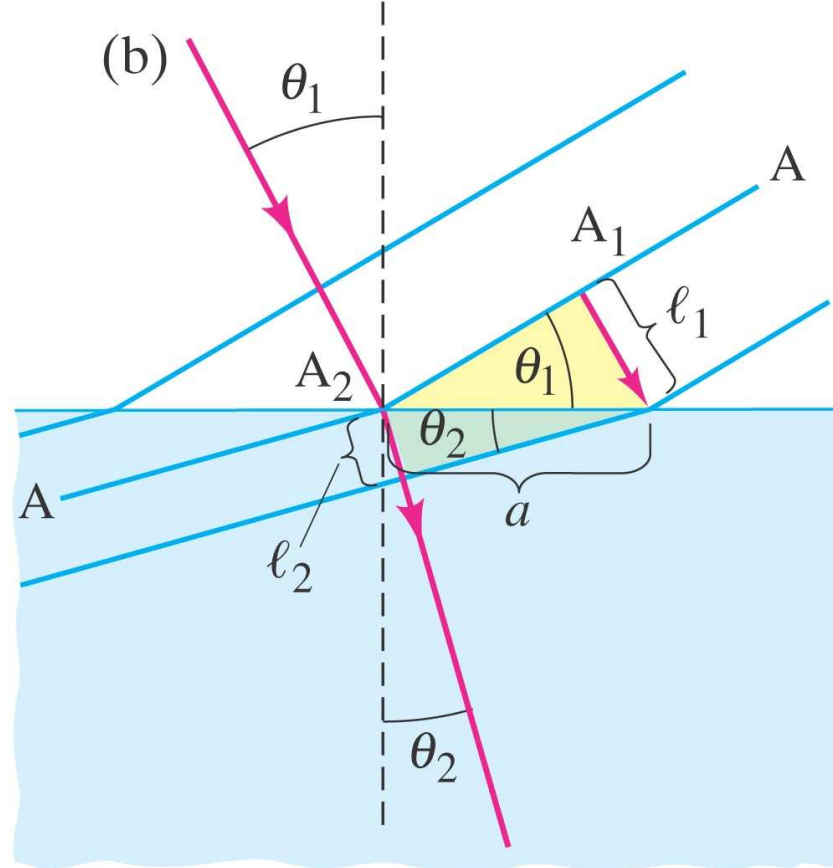
Όταν ένα κύμα συναντήσει μια διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων με διαφορετική πυκνότητα, τότε η κατεύθυνση διάδοσης του κύματος αλλάζει σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}.$$



15-10 Διάθλαση

Η κόκκινη γραμμή δείχνει την μεταβολή όταν περνάμε από μέσω με χαμηλή ταχύτητα σε μέσω με μεγαλύτερη ταχύτητα. Η τροχιά είναι αντιστρεπτή όταν ακολουθούμε την αντίστροφη πορεία.



15-10 Διάθλαση

Ένα σεισμικό κύμα P περνάει από γεωλογικό πέτρωμα με ταχύτητα 6.5 km/s σε πέτρωμα με ταχύτητα 8.0 km/s. Εάν η γωνία πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια είναι 30°, πόση είναι η γωνία διάθλασης;

APPROACH We apply the law of refraction, Eq. 15–19, $\sin \theta_2 / \sin \theta_1 = v_2 / v_1$.

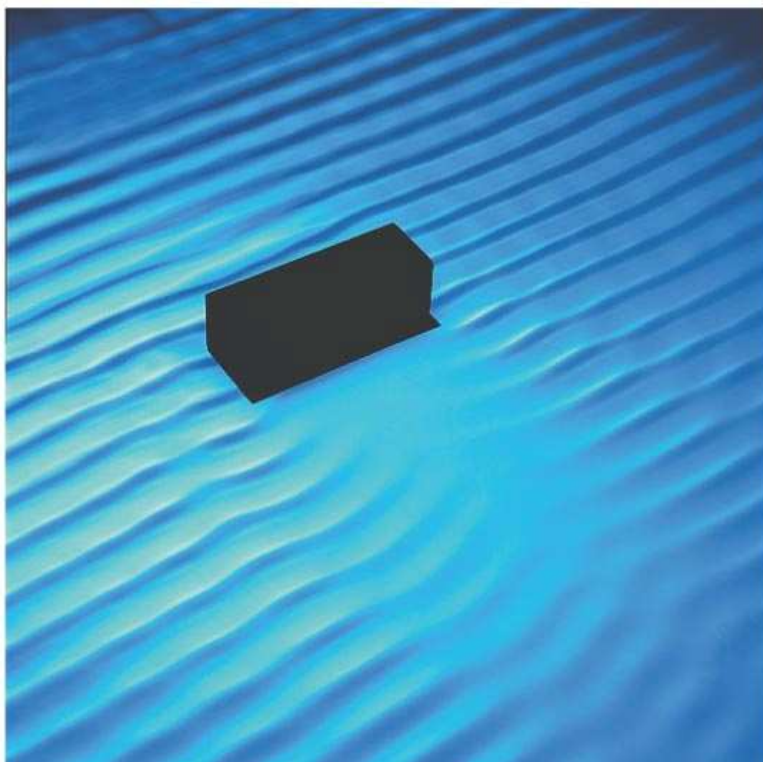
SOLUTION Since $\sin 30^\circ = 0.50$, Eq. 15–19 yields

$$\sin \theta_2 = \frac{(8.0 \text{ m/s})}{(6.5 \text{ m/s})} (0.50) = 0.62.$$

So $\theta_2 = \sin^{-1}(0.62) = 38^\circ$.

NOTE Be careful with angles of incidence and refraction. As we discussed in Section 15–7 (Fig. 15–21), these angles are between the wave front and the boundary line, or—equivalently—between the ray (direction of wave motion) and the line perpendicular to the boundary. Inspect Fig. 15–30b carefully.

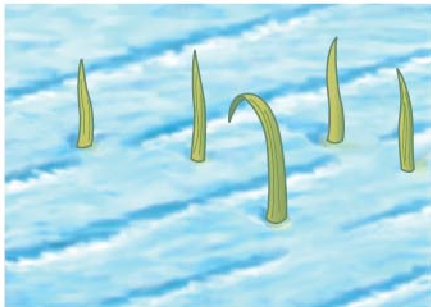
15-11 Περίθλαση



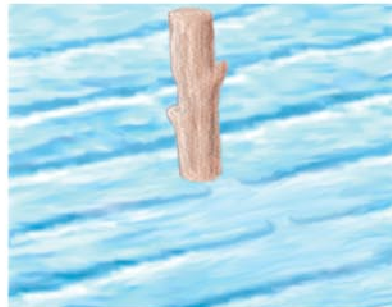
Όταν ένα κύμα συναντήσει ένα αντικείμενο στην τροχιά τους, το κύμα αφήνει το προσπερνάει αφήνοντας μια «σκιά» πίσω από το αντικείμενο.

15-11 Περίθλαση

Ο βαθμός περίθλασης εξαρτάται από το μέγεθος του εμποδίου (αντικειμένου) σε σχέση με το μήκος κύματος. Εάν τα αντικείμενα είναι **ΠΟΛΥ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ** από το μήκος κύματος το κύμα **ΔΕΝ ΕΠΙΡΕΑΖΕΤΑΙ** (a). Όσο περισσότερο πλησιάζουν οι διαστάσεις του αντικειμένου στο μήκος κύματος τόσο περισσότερη περίθλαση έχουμε. (b, c, d).



Water waves passing blades of grass



Stick in water



Short-wavelength waves passing log



Long-wavelength waves passing log

Κεφάλαιο 31

Εξισώσεις Maxwell και Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

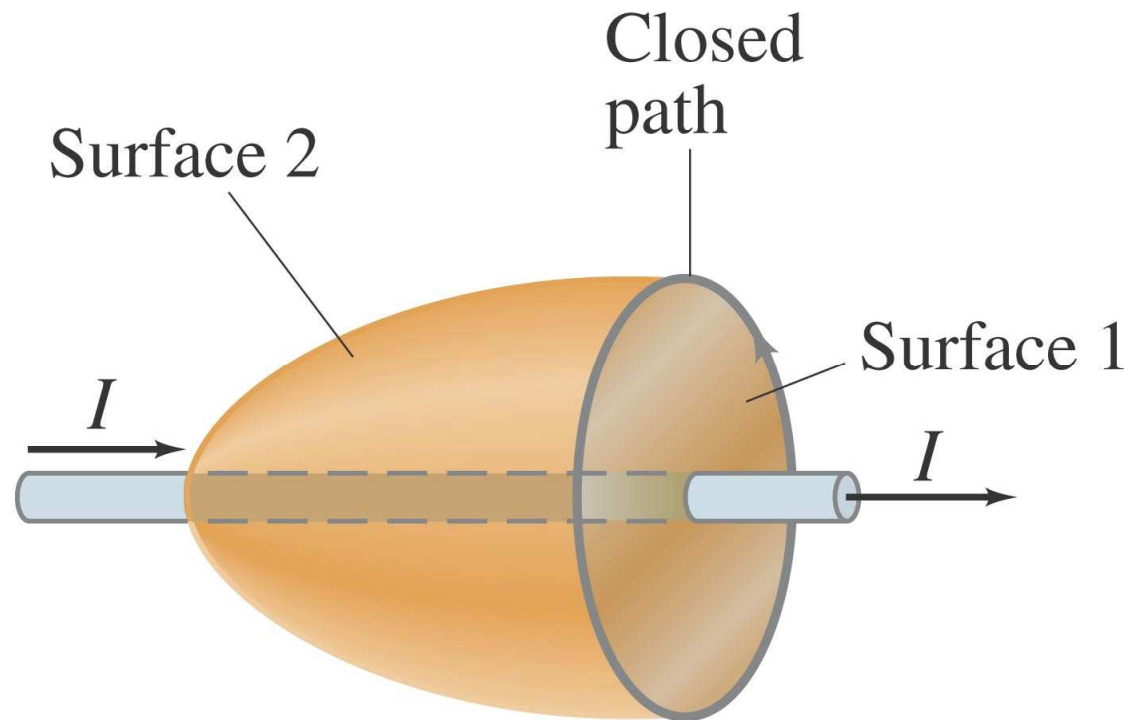


Περιεχόμενα Κεφαλαίου 31

- Τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά πεδία.
- Ο Νόμος του Ampère-Ρεύμα μετατόπισης
- Νόμος του Gauss's στο μαγνητισμό
- Εξισώσεις Maxwell
- Παραγωγή Ηλεκτρομαγνητικού Κύματος
- Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων
- Φως και το ΗΜ φάσμα
- Μέτρηση της Ταχύτητας του Φωτός
- Η Ενέργεια ΗΜ κυμάτων το Διάνυσμα Poynting
- Η πίεση της ακτινοβολίας

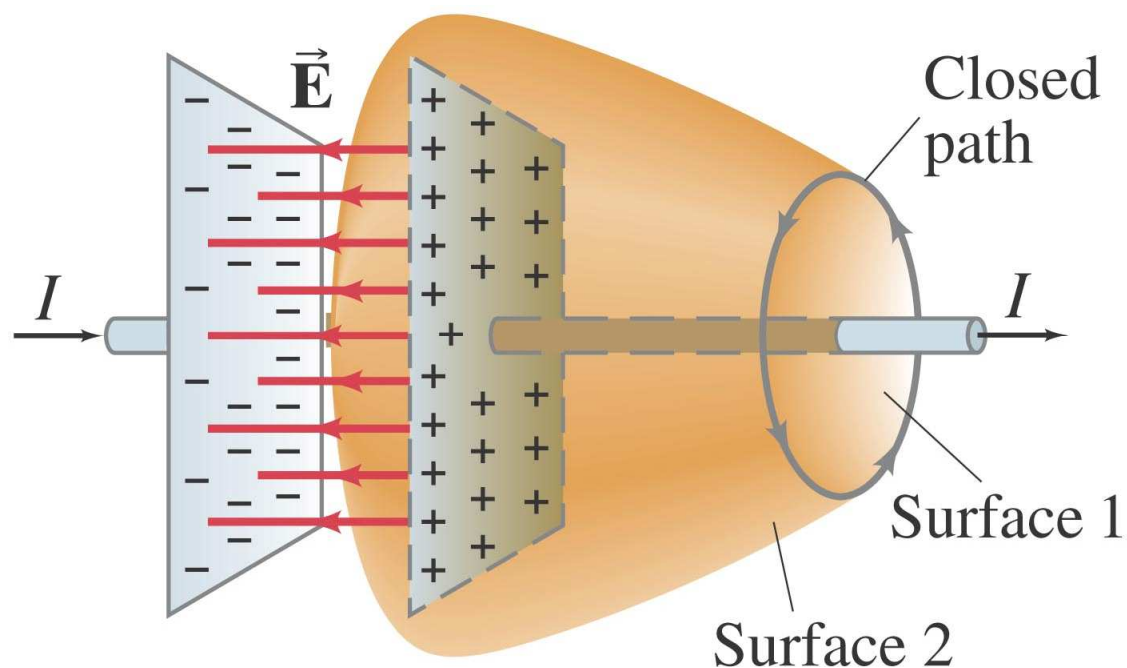
31-1 Τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά πεδία

Ο Νόμος του Ampère συσχετίζει το μαγνητικό πεδίο περίξ ηλεκτρικού ρεύματος με το μαγνητικό πεδίο μέσα από κάποια επιφάνεια.



31-1 Τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά πεδία

Για αν ισχύσει ο νόμος του Ampère δεν έχει σημασία ποια επιφάνεια επιλέγουμε. Προσέξτε όμως την περίπτωση εκφόρτωσης πυκνωτή: υπάρχει ρεύμα που περνάει την επιφάνεια 1 αλλά όχι μέσα από την επιφάνεια 2:



31-1 Τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά πεδία

Γι τν λόγο αυτό ο νόμος του, Ampère τροποποιείται για να συμπεριλάβει την παραγωγή μαγνητικού πεδίου, όπως στην περίπτωση του πυκνωτή:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}.$$

31-1 Τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά πεδία

Ένας πυκνωτής 30-pF έχει αέρα μεταξύ των κυκλικών οπλισμών που έχουν επιφάνεια $A = 100 \text{ cm}^2$. Φορτίζεται από μπαταρία 70-V μέσω αντίστασης 2.0-Ω. Την στιγμή αμέσως μετά την σύνδεση με την μπαταρία έχουμε το μέγιστο ρυθμό φόρτισης. Τη στιγμή εκείνη βρείτε (a) το ρεύμα των οπλισμών και (b) το ρυθμό μεταβολής το ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και (c) Το μαγνητικό πεδίο που παράγεται μεταξύ των οπλισμών. Υποθέστε ότι το πεδίο περιορίζεται μεταξύ των οπλισμών και ότι E είναι ομογενές.

APPROACH In Section 26–5 we discussed RC circuits and saw that the charge on a capacitor being charged, as a function of time, is

$$Q = CV_0(1 - e^{-t/RC}),$$

where V_0 is the voltage of the battery. To find the current at $t = 0$, we differentiate this and substitute the values $V_0 = 70 \text{ V}$, $C = 30 \text{ pF}$, $R = 2.0 \Omega$.

SOLUTION (a) We take the derivative of Q and evaluate it at $t = 0$:

$$\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{t=0} = \frac{CV_0}{RC} e^{-t/RC} \bigg|_{t=0} = \frac{V_0}{R} = \frac{70 \text{ V}}{2.0 \Omega} = 35 \text{ A}.$$

This is the rate at which charge accumulates on the capacitor and equals the current flowing in the circuit at $t = 0$.

(b) The electric field between two closely spaced conductors is given by (Eq. 21–8)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q/A}{\epsilon_0}$$

as we saw in Chapter 21 (see Example 21–13).

Hence

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ/dt}{\epsilon_0 A} = \frac{35 \text{ A}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2)} = 4.0 \times 10^{14} \text{ V/m} \cdot \text{s}.$$

(c) Although we will not prove it, we might expect the lines of $\vec{B}$, because of symmetry, to be circles, and to be perpendicular to $\vec{E}$, as shown in Fig. 31-4; this is the same symmetry we saw for the inverse situation of a changing magnetic field producing an electric field (Section 29-7, see Fig. 29-27). To determine the magnitude of B between the plates we apply Ampère's law, Eq. 31-1, with the current $I_{\text{encl}} = 0$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}.$$

We choose our path to be a circle of radius r , centered at the center of the plate, and thus following a magnetic field line such as the one shown in Fig. 31-4. For $r \leq r_0$ (the radius of plate) the flux through a circle of radius r is $E(\pi r^2)$ since E is assumed uniform between the plates at any moment. So from Ampère's law we have

$$\begin{aligned} B(2\pi r) &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} (\pi r^2 E) \\ &= \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}. \end{aligned}$$

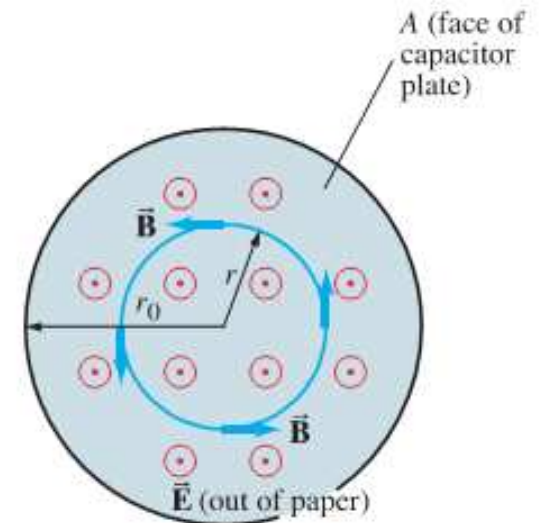


FIGURE 31-4 Frontal view of a circular plate of a parallel-plate capacitor. $\vec{E}$ between plates points out toward viewer; lines of $\vec{B}$ are circles. (Example 31-1.)

We assume $\vec{E} = 0$ for $r > r_0$, so for points beyond the edge of the plates all the flux is contained within the plates (area = πr_0^2) and $\Phi_E = E\pi r_0^2$. Thus Ampère's law gives

$$\begin{aligned} B(2\pi r) &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} (\pi r_0^2 E) \\ &= \mu_0 \epsilon_0 \pi r_0^2 \frac{dE}{dt} \end{aligned}$$

or

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r_0^2}{2r} \frac{dE}{dt}, \quad [r \geq r_0]$$

B has its maximum value at $r = r_0$ which, from either relation above (using $r_0 = \sqrt{A/\pi} = 5.6 \text{ cm}$), is

$$\begin{aligned} B_{\text{max}} &= \frac{\mu_0 \epsilon_0 r_0}{2} \frac{dE}{dt} \\ &= \frac{1}{2} (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (5.6 \times 10^{-2} \text{ m}) (4.0 \times 10^{14} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 1.2 \times 10^{-4} \text{ T}. \end{aligned}$$

This is a very small field and lasts only briefly (the time constant $RC = 6.0 \times 10^{-11} \text{ s}$) and so would be very difficult to measure.

31-1 Τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά πεδία

Ο δεύτερος όρος στο νόμο του Ampere έχει νομάδες ρεύματος (πέραν του όρου μ_0), και ονομάζεται ρεύμα μετατόπισης:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I + I_D)_{\text{encl}}$$

όπου

$$I_D = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}.$$

31-2 Ο Νόμος του Gauss στο μαγνητισμό

Ο νόμος του Gauss συνδέει το συνολικό φορτίο που περικλείεται από μια επιφάνεια με το ηλεκτρικό πεδίο που περνάει μέσα από την επιφάνεια.

Το αντίστοιχο ισχύει και για μαγνητικά πεδία μέσ από κλειστές επιφάνειες. Επειδή δεν υπάρχουν απομονωμένα μαγνητικά πεδία ο Νόμος του Gauss για το μαγνητισμό είναι :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0.$$

31-3 Εξισώσεις Maxwell

Τώρα έχουμε μι πλήρης σειρά εξισώσεων που συνδέουν το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο. Οι εξισώσεις αυτές ονομάζονται εξισώσεις του Maxwell. Για το κενό οι εξισώσεις αυτές είναι:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

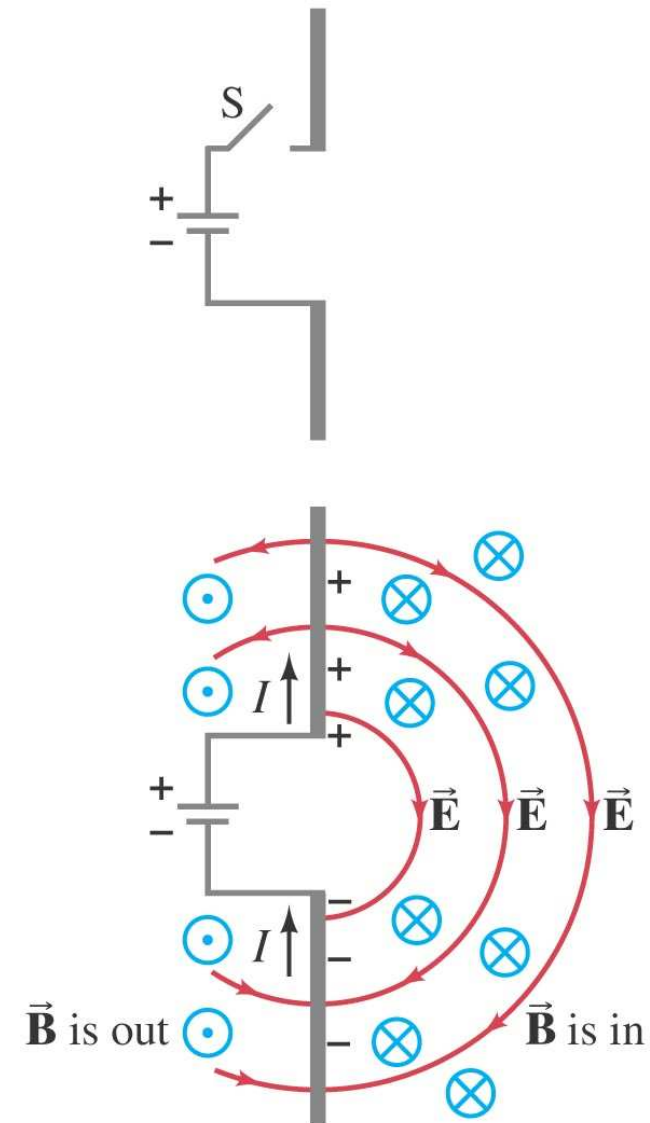
31-4 Παραγωγή ΗΜ κυμάτων

Εφόσον μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία παράγουν μαγνητικά και μεταβαλλόμενα μαγνητικά παράγουν ηλεκτρικά, από την στιγμή που παραχθούν ημιτονοειδή ΗΜ πεδία, τότε αυτά συνεχίζουν να διαδίδονται μόνα τους (αυτοσυντηρούνται).

These propagating fields are called electromagnetic waves.

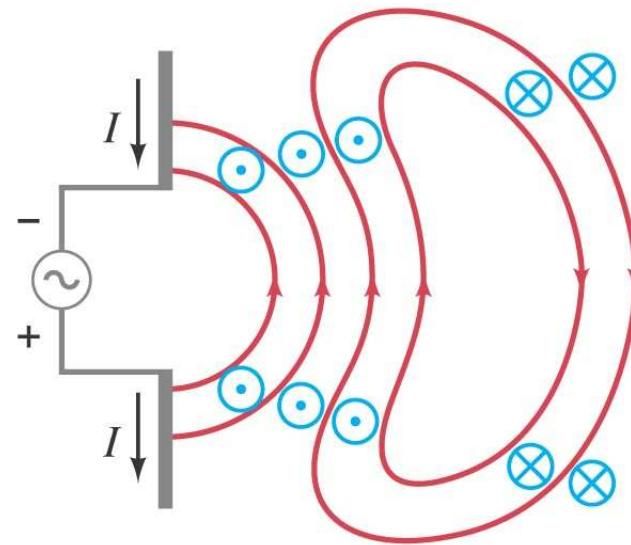
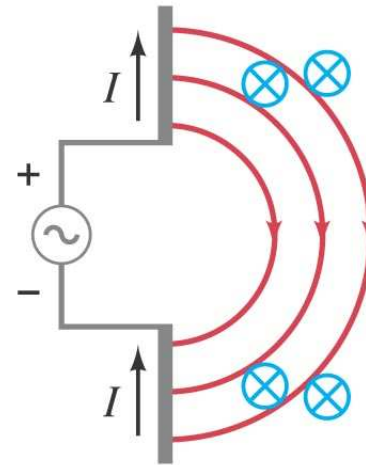
31-4 Παραγωγή ΗΜ κυμάτων

Ταλαντώσεις φορτίων
παράγουν ΗΜ κύματα:



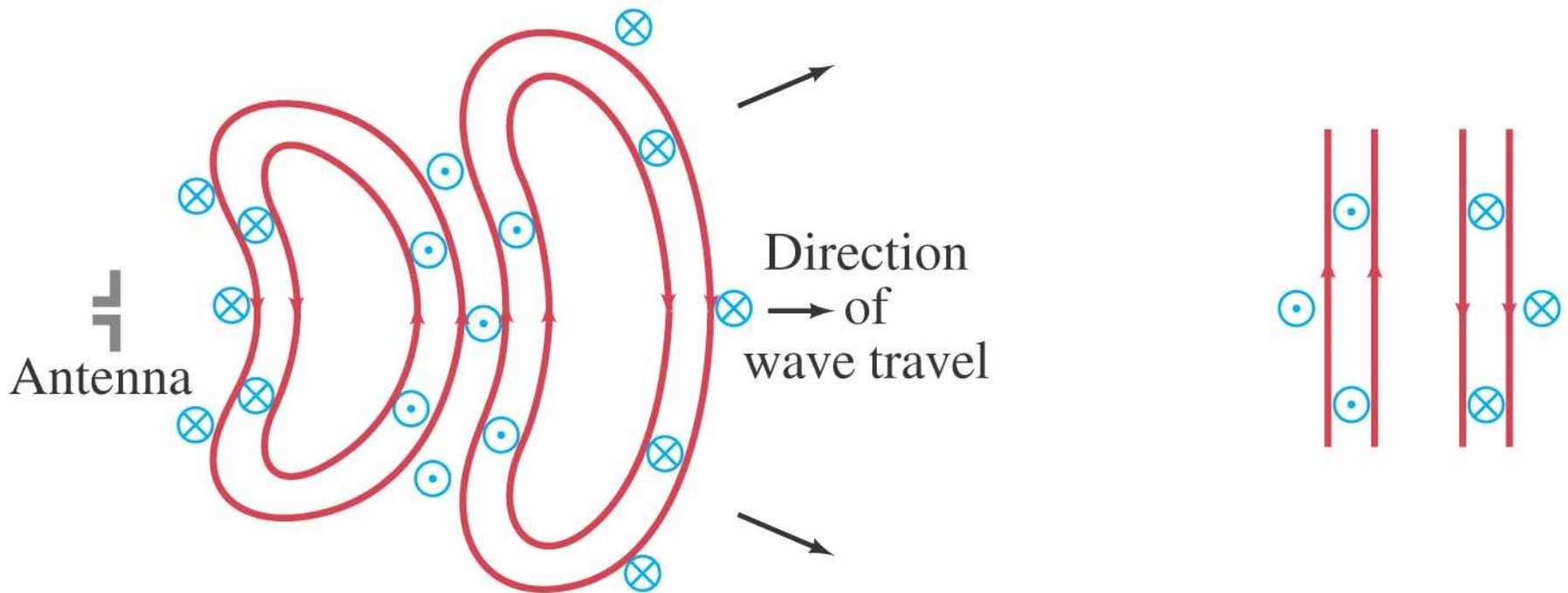
31-4 Παραγωγή ΗΜ κυμάτων

Κοντά σε μια κεραία
τα πεδία είναι
πολύπλοκα και
ονομάζονται near
field:



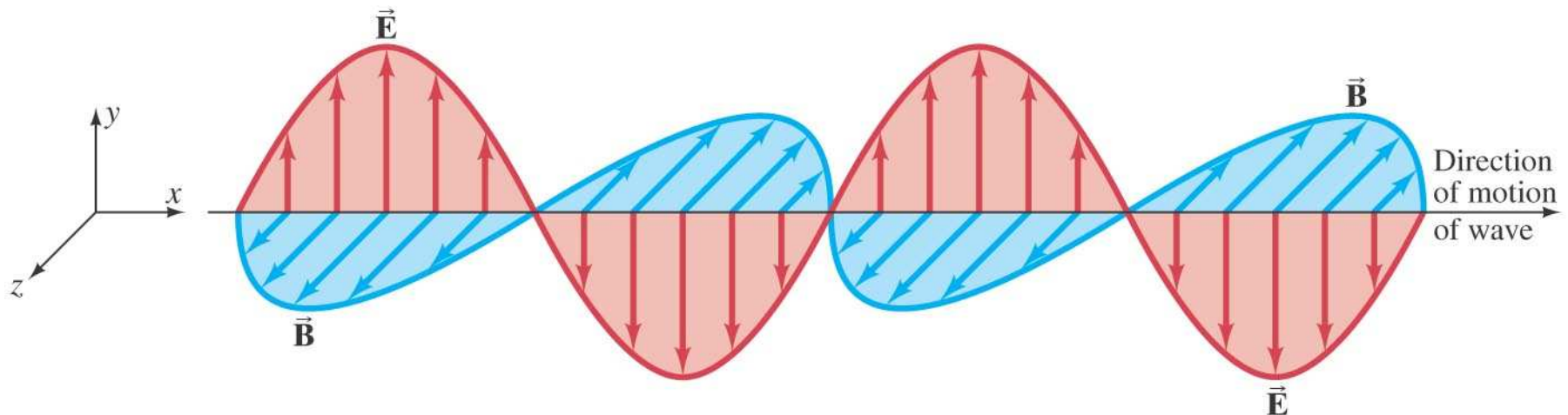
31-4 Παραγωγή ΗΜ κυμάτων

Σε μεγάλες αποστάσεις από τις
κεραίες τα κύματα είναι κατά
προσέγγιση επίπεδα:



31-4 Παραγωγή ΗΜ κυμάτων

Τα ηλεκτρικά και μαγνητικά κύματα είναι
κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του
ΗΜ κύματος.



31-5 Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων

Απουσία ρευμάτων και φορτίων οι, εξισώσεις Maxwell προβλέπουν:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}.$$

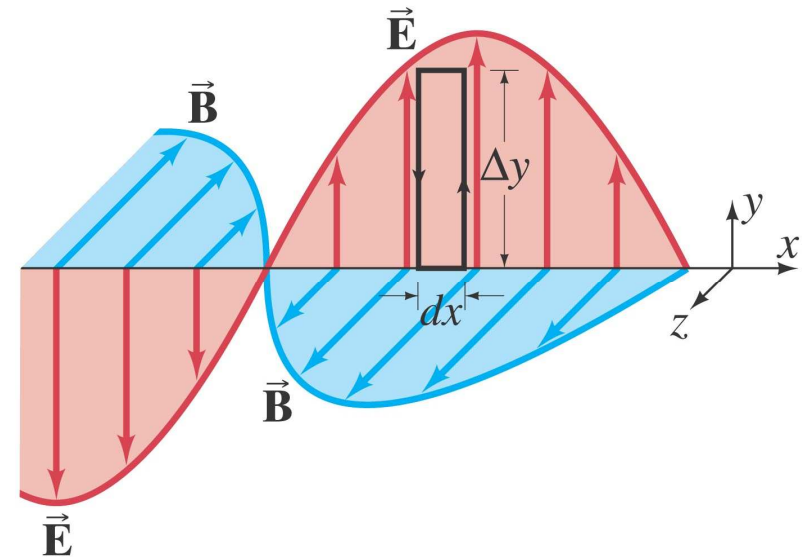
31-5 Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων

Το σχήμα απεικονίζει ένα ΗΜ κύμα με μήκος κύματος λ και συχνότητα f . Τα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$E = E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$B = B_z = B_0 \sin(kx - \omega t).$$

όπου

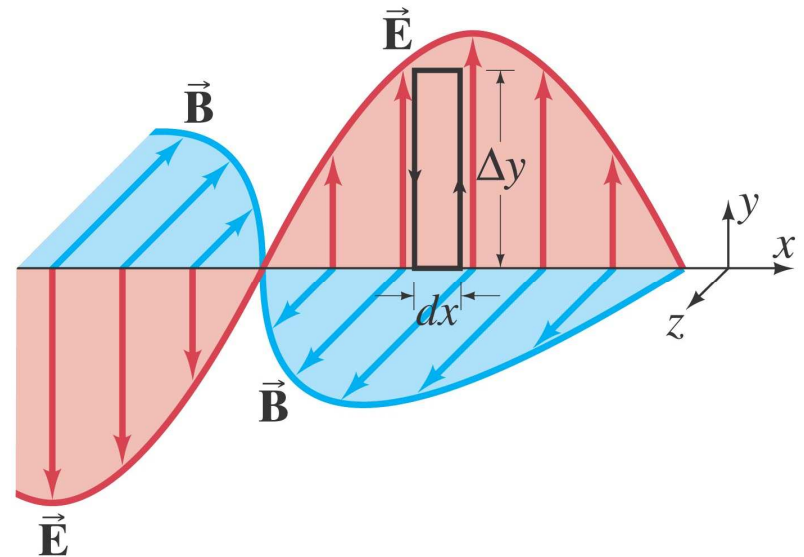
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi f, \quad \text{and} \quad f\lambda = \frac{\omega}{k} = v.$$



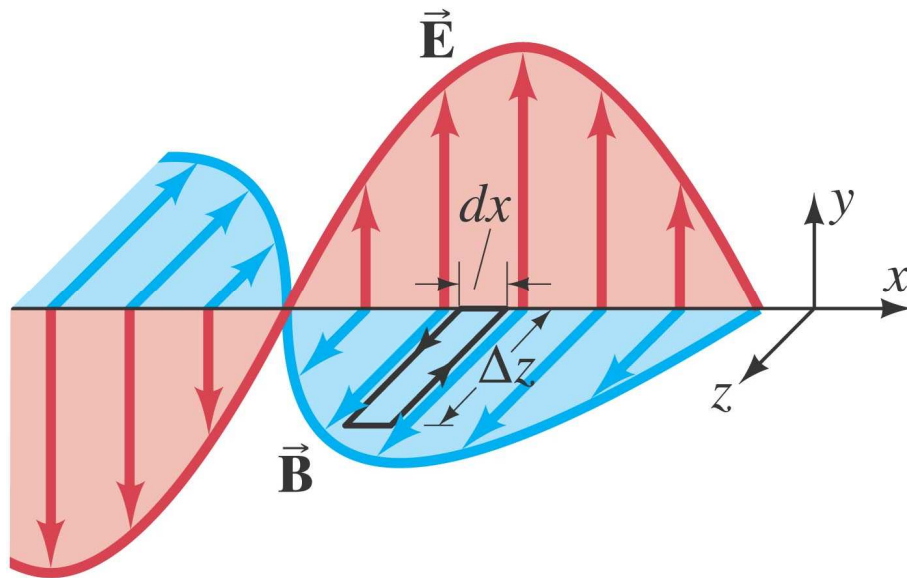
31-5 Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων

Εφαρμόζοντας το Νόμο του Faraday για το παραλληλόγραμμο με ύψος Δy και πλάτος dx βρίσκουμε:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}.$$



31-5 Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων



Παρομοίως από την 4^η εξίσωση Maxwell για το παραλληλόγραμμο $\Delta z \times dx$, βρίσκουμε

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}.$$

31-5 Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων

Από τις δύο αυτές σχέσεις βρίσκουμε ότι

$$\frac{E}{B} = v.$$

Όπου, v είναι η ταχύτητα του κύματος.
Με αντικατάσταση βρίσκουμε,

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

Με αντικατάσταση η ταχύτητα είναι 3.0×10^8 m/s – ακριβώς ίση με τη ταχύτητα του φωτός! **Το φως είναι ΗΜ κύμα.**

31-5 Ταχύτητα ΗΜ κυμάτων

Υποθέτουμε ότι ένα ΗΜ κύμα με συχνότητα 60-Hz, είναι ημιτονοειδές με διεύθυνση διάδοσης τον άξονα z και το μαγνητικό πεδίο έχει κατεύθυνση κατά μήκος του άξονα x και $E_0 = 2.0 \text{ V/m}$. Γράψτε εξισώσεις για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο σαν συνάρτηση του χρόνου και μετατόπισης.

APPROACH We find λ from $\lambda f = v = c$. Then we use Fig. 31–9 and Eqs. 31–7 and 31–8 for the mathematical form of traveling electric and magnetic fields of an EM wave.

SOLUTION The wavelength is

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{60.0 \text{ s}^{-1}} = 5.00 \times 10^6 \text{ m}.$$

From Eq. 31–8 we have

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5.00 \times 10^6 \text{ m}} = 1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60.0 \text{ Hz}) = 377 \text{ rad/s}.$$

From Eq. 31–11 with $v = c$, we find that

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{2.00 \text{ V/m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 6.67 \times 10^{-9} \text{ T}.$$

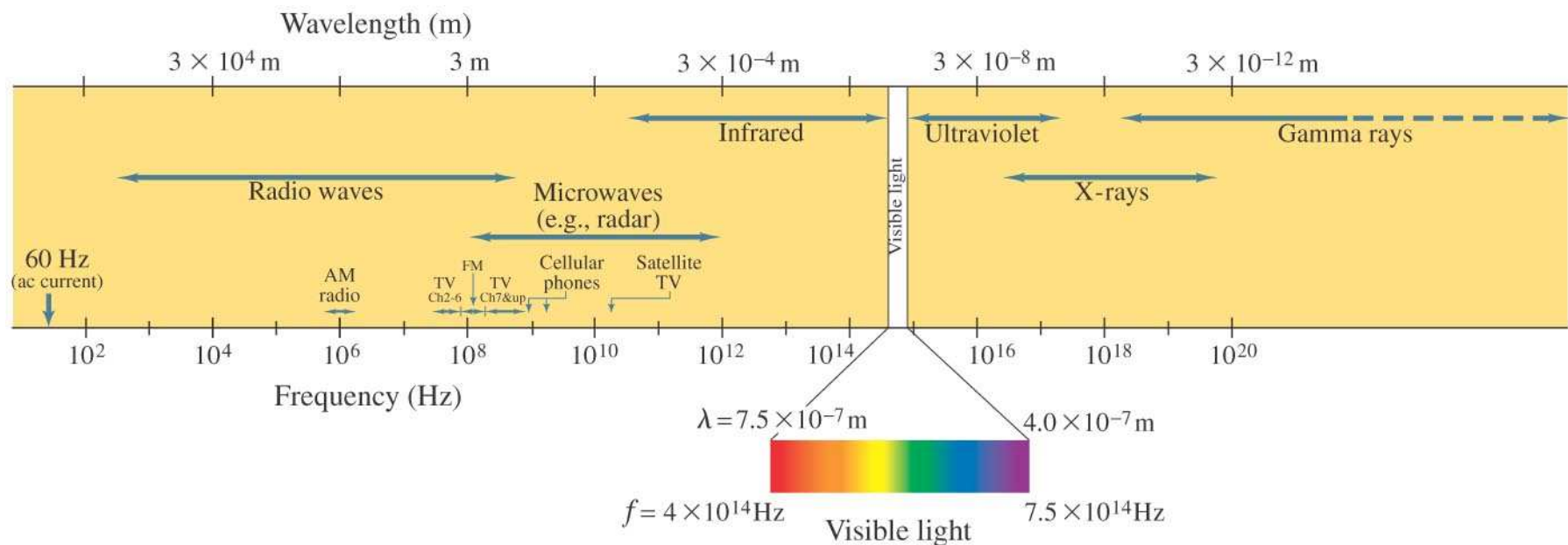
The direction of propagation is that of $\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}$, as in Fig. 31–9. With $\vec{\mathbf{E}}$ pointing in the x direction, and the wave propagating in the z direction, $\vec{\mathbf{B}}$ must point in the y direction. Using Eqs. 31–7 we find:

$$\vec{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{i}}(2.00 \text{ V/m}) \sin[(1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1})z - (377 \text{ rad/s})t]$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{j}}(6.67 \times 10^{-9} \text{ T}) \sin[(1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1})z - (377 \text{ rad/s})t]$$

31-6 Το Φως είναι ΗΜ κύμα-Το ΗΜ φάσμα

Η σχέση μεταξύ της συχνότητας και του μήκους κύματος του φωτός είναι: $c = \lambda f$.



31-6 Το Φως είναι ΗΜ κύμα-Το ΗΜ φάσμα

Βρείτε το μήκος κύματος για

(a) ΗΜ κύμα με 60-Hz,

(b) Ράδιο-κύμα 93.3-MHz FM

(c) Ακτινοβολία laser στα 4.74×10^{14} Hz.

APPROACH All of these waves are electromagnetic waves, so their speed is $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$. We solve for λ in Eq. 31-14: $\lambda = c/f$.

SOLUTION (a) $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{60 \text{ s}^{-1}} = 5.0 \times 10^6 \text{ m},$

or 5000 km. 60 Hz is the frequency of ac current in the United States, and, as we see here, one wavelength stretches all the way across the continental USA.

(b) $\lambda = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{93.3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}} = 3.22 \text{ m}.$

The length of an FM antenna is about half this ($\frac{1}{2}\lambda$), or $1\frac{1}{2} \text{ m}$.

(c) $\lambda = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{4.74 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6.33 \times 10^{-7} \text{ m} (= 633 \text{ nm}).$

31-6 Το Φως είναι ΗΜ κύμα-Το ΗΜ φάσμα

Η κεραία ενός κινητού έχει συχνά μήκος το $\frac{1}{4}$ του μήκους κύματος της ακτινοβολίας. Κάποιο Smartphone έχει 8.5-cm μεταλλική ράβδου κεραία. Εκτιμείστε την συχνότητα λειτουργίας της συσκευής.

APPROACH The basic equation relating wave speed, wavelength, and frequency is $c = \lambda f$; the wavelength λ equals four times the antenna's length.

SOLUTION The antenna is $\frac{1}{4}\lambda$ long, so $\lambda = 4(8.5 \text{ cm}) = 34 \text{ cm} = 0.34 \text{ m}$. Then $f = c/\lambda = (3.0 \times 10^8 \text{ m/s})/(0.34 \text{ m}) = 8.8 \times 10^8 \text{ Hz} = 880 \text{ MHz}$.

NOTE Radio antennas are not always straight conductors. The conductor may be a round loop to save space. See Fig. 31–21b.

31-6 Το Φως είναι ΗΜ κύμα-Το ΗΜ φάσμα

Υποθέστε ότι συνομιλείτε με κάποιον φίλο στο Λονδίνο. Εκτιμείστε πόσο χρόνο χρειάζεται το «σήμα» από την Νέα Υόρκη στο Λονδίνο εάν (a) με σταθερή γραμμή (b) μέσω δορυφόρου που βρίσκεται σε ύψος 36,000 km.

APPROACH The signal is carried on a telephone wire or in the air via satellite. In either case it is an electromagnetic wave. Electronics as well as the wire or cable slow things down, but as a rough estimate we take the speed to be $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

SOLUTION The distance from New York to London is about 5000 km.

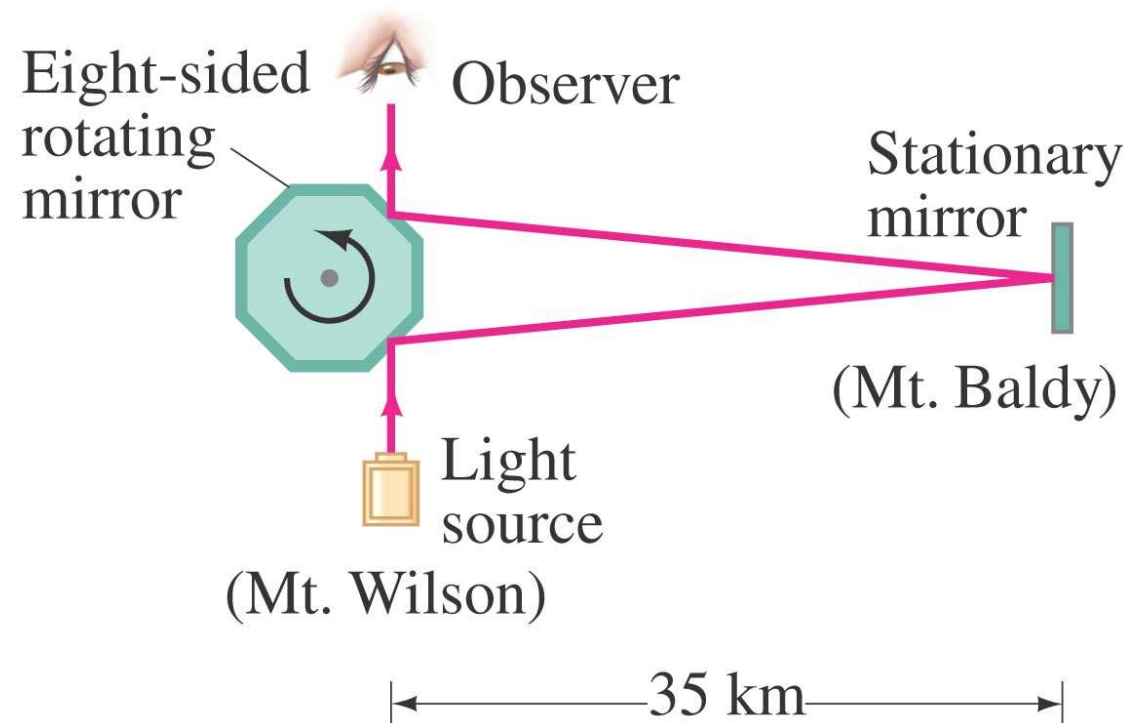
(a) The time delay via the cable is $t = d/c \approx (5 \times 10^6 \text{ m})/(3.0 \times 10^8 \text{ m/s}) = 0.017 \text{ s}$.

(b) Via satellite the time would be longer because communications satellites, which are usually geosynchronous (Example 6–6), move at a height of 36,000 km. The signal would have to go up to the satellite and back down, or about 72,000 km. The actual distance the signal would travel would be a little more than this as the signal would go up and down on a diagonal. Thus $t = d/c \approx 7.2 \times 10^7 \text{ m}/(3 \times 10^8 \text{ m/s}) = 0.24 \text{ s}$.

31-7 Μέτρηση ταχύτητας του Φωτός

Η ταχύτητα του φωτός ήταν γνωστό ότι είναι πολύ μεγάλη αλλά είναι πεπερασμένη.

Μια σημαντική μέτρηση από τον Michelson, έκανε χρήση περιστρεφόμενου κατόπτρου:



31-7 Μέτρηση ταχύτητας του Φωτός

Η «αποδεκτή» ταχύτητα του φωτός σήμερα είναι

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

και χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό (ορισμό) του μέτρου.

31-8 Ενέργεια ΗΜ κυμάτων- το Διάνυσμα Poynting

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο προσδιορίζει την συνολική ενέργεια του ΗΜ κύματος :

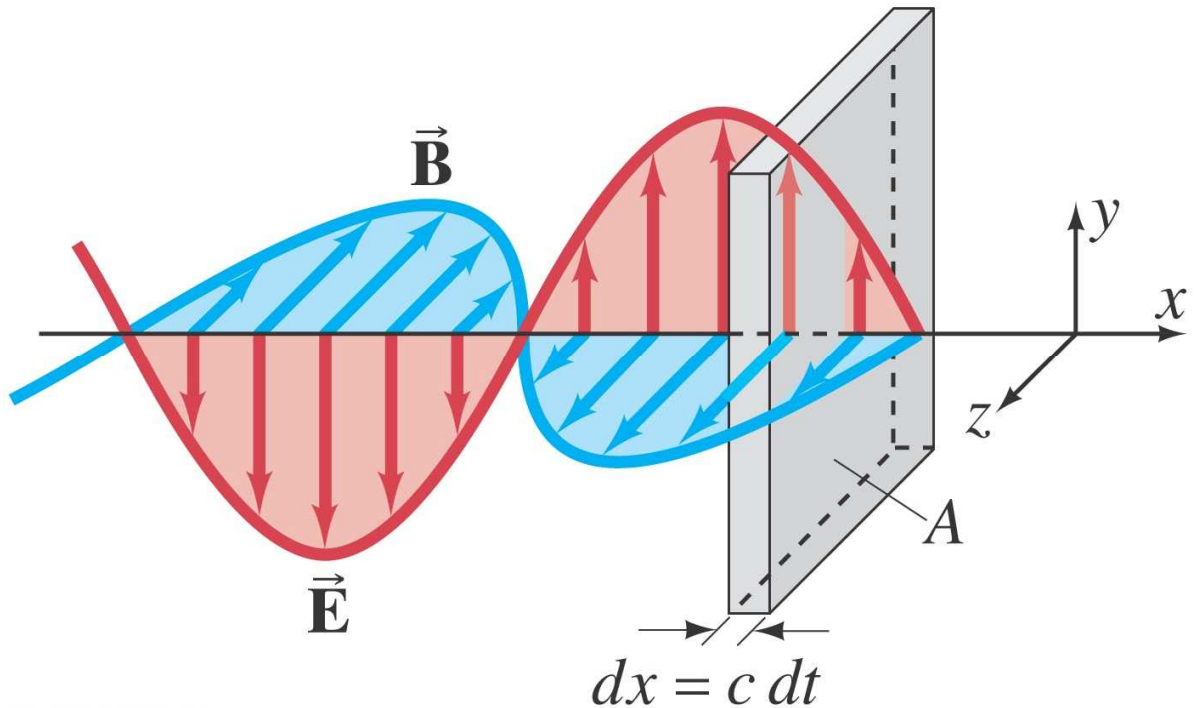
$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}.$$

Κάθε πεδίο συνεισφέρει το ήμισυ:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \mu_0 E^2}{\mu_0} = \epsilon_0 E^2.$$

31-8 Ενέργεια ΗΜ κυμάτων- το Διάνυσμα Poynting

Η Ενέργεια μεταφέρεται από το κύμα.



31-8 Ενέργεια ΗΜ κυμάτων- το Διάνυσμα Poynting

Ένταση ορίζουμε την ενέργεια που μεταφέρεται από μια μονάδα επιφάνειας ανά μονάδα χρόνου:

$$S = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2.$$

Την ένταση εκφράζει το διάνυσμα Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}).$$

31-8 Ενέργεια ΗΜ κυμάτων- το Διάνυσμα Poynting

Συνήθως μας ενδιαφέρει η ένταση $\overline{S}$:

$$\overline{S} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{c}{\mu_0} B_0^2 = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}.$$

$$\overline{S} = \frac{E_{\text{rms}} B_{\text{rms}}}{\mu_0}.$$

31-8 Ενέργεια ΗΜ κυμάτων- το Διάνυσμα Poynting

Η ακτινοβολία από τον Ήλιο φτάνει στη Γη με ρυθμό $1350 \text{ J/s}\cdot\text{m}^2 (= 1350 \text{ W/m}^2)$. Εάν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα ΗΜ κύμα βρείτε τις μέγιστες τιμές των πεδίων E και B .

APPROACH We solve Eq. 31-19a ($\bar{S} = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2$) for E_0 in terms of $\bar{S}$ using $\bar{S} = 1350 \text{ J/s}\cdot\text{m}^2$.

SOLUTION

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\bar{S}}{\epsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{2(1350 \text{ J/s}\cdot\text{m}^2)}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}}$$
$$= 1.01 \times 10^3 \text{ V/m.}$$

From Eq. 31-11, $B = E/c$, so

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{1.01 \times 10^3 \text{ V/m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 3.37 \times 10^{-6} \text{ T.}$$

NOTE Although B has a small numerical value compared to E (because of the way the different units for E and B are defined), B contributes the same energy to the wave as E does, as we saw earlier (Eqs. 31-15 and 16).

31-9 Πίεση της Ακτινοβολίας

Εκτός από ενέργεια τα ΗΜ έχουν ορμή. Αυτό σημαίνει ότι μπορούν να ασκήσουν δύναμη.

Η πίεση της ακτινοβολίας είναι ανάλογη της έντασης. Είναι ελάχιστη όταν το κύμα απορροφηθεί πλήρως :

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{Ac} \frac{dU}{dt} = \frac{\bar{S}}{c} \quad \left[\begin{array}{c} \text{fully} \\ \text{absorbed} \end{array} \right]$$

Και μέγιστο στην περίπτωση της πλήρους ανάκλασης :

$$P = \frac{2\bar{S}}{c} \quad \left[\begin{array}{c} \text{fully} \\ \text{reflected} \end{array} \right]$$

31-9 Πίεση της Ακτινοβολίας

Η ακτινοβολία από τον Ήλιο φτάνει στη Γη μεταφέροντας ενέργεια με ρυθμό 1000 W/m^2 . Βρείτε την πίεση και τη δύναμη που ασκείται από τον ήλιο στο προεκτεταμένο χέρι σας.

APPROACH The radiation is partially reflected and partially absorbed, so let us estimate simply $P = \bar{S}/c$.

SOLUTION
$$P \approx \frac{\bar{S}}{c} = \frac{1000 \text{ W/m}^2}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \approx 3 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2.$$

An estimate of the area of your outstretched hand might be about 10 cm by 20 cm, so $A = 0.02 \text{ m}^2$. Then the force is

$$F = PA \approx (3 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2)(0.02 \text{ m}^2) \approx 6 \times 10^{-8} \text{ N}.$$

NOTE These numbers are tiny. The force of gravity on your hand, for comparison, is maybe a half pound, or with $m = 0.2 \text{ kg}$, $mg \approx (0.2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \approx 2 \text{ N}$. The radiation pressure on your hand is imperceptible compared to gravity.

31-9 Πίεση της Ακτινοβολίας

Έχει προταθεί η χρήση της Ηλιακής πίεσης για την προώθηση διαστημοπλοίων στο ηλιακό σύστημα .
(a) πόση δύναμη ασκείται σε ένα «πανί-κάτοπτρο» διαστάσεων $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$, και (b) πόσο θα αυξηθεί η ταχύτητα ενός διαστημόπλοιου μάζας 5000-kg , σε ένα χρόνο; (c) Εάν το διαστημόπλοιο ήταν αρχικά ακίνητο πόσο διάστημα θα είχε διανύσει στον 1 χρόνο;

APPROACH Pressure P is force per unit area, so $F = PA$. We use the estimate of Example 31–7, doubling it for a reflecting surface $P = 2\bar{S}/c$. We find the acceleration from Newton's second law, and assume it is constant, and then find the speed from $v = v_0 + at$. The distance traveled is given by $x = \frac{1}{2}at^2$.

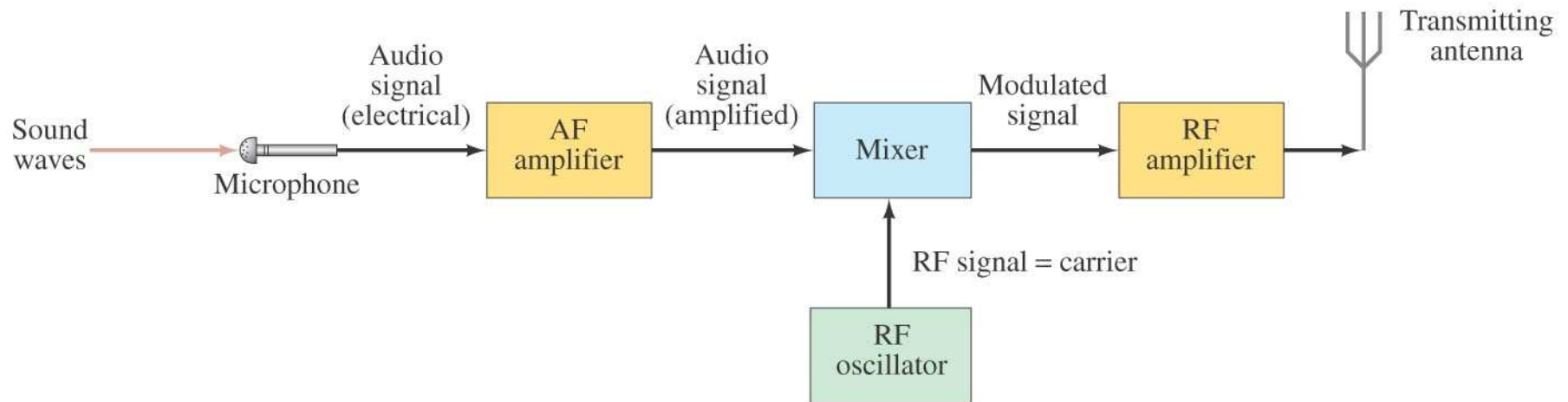
SOLUTION (a) Doubling the result of Example 31–7, the solar pressure is $2\bar{S}/c = 6 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$. Then the force is $F \approx PA = (6 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2)(10^6 \text{ m}^2) \approx 6 \text{ N}$.

(b) The acceleration is $a \approx F/m \approx (6 \text{ N})/(5000 \text{ kg}) \approx 1.2 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$. The speed increase is $v - v_0 = at = (1.2 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2)(365 \text{ days})(24 \text{ hr/day})(3600 \text{ s/hr}) \approx 4 \times 10^4 \text{ m/s}$ ($\approx 150,000 \text{ km/h!}$). (c) Starting from rest, this acceleration would result in a distance of about $\frac{1}{2}at^2 \approx 6 \times 10^{11} \text{ m}$ in a year, about four times the Sun-Earth distance. The starting point should be far from the Earth so the Earth's gravitational force is small compared to 6 N.

NOTE A large sail providing a small force over a long time can result in a lot of motion.

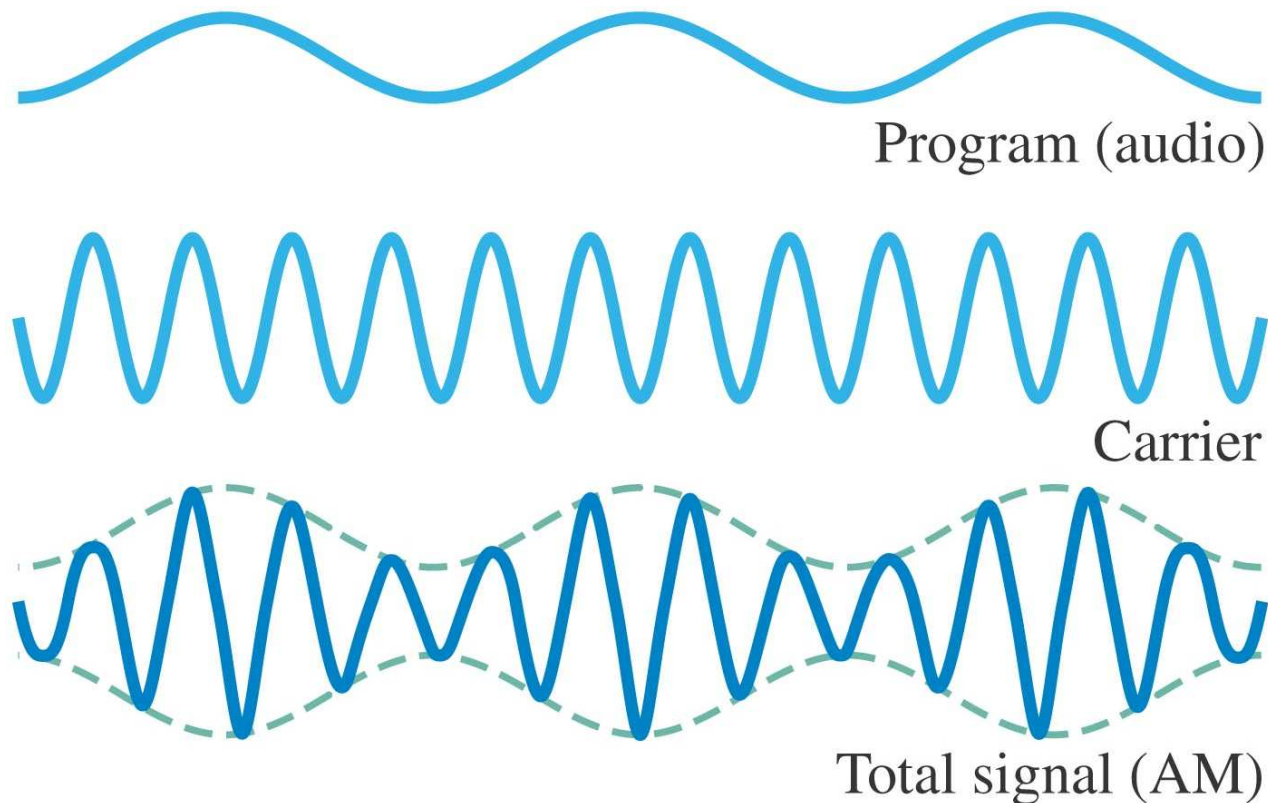
31-10 Ραδιοτηλεόραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Το διάγραμμα δείχνει πώς έχουμε την εκπομπή ραδιοφωνικού σήματος. Το σήμα προστίθεται σε κύμα μεταφοράς.



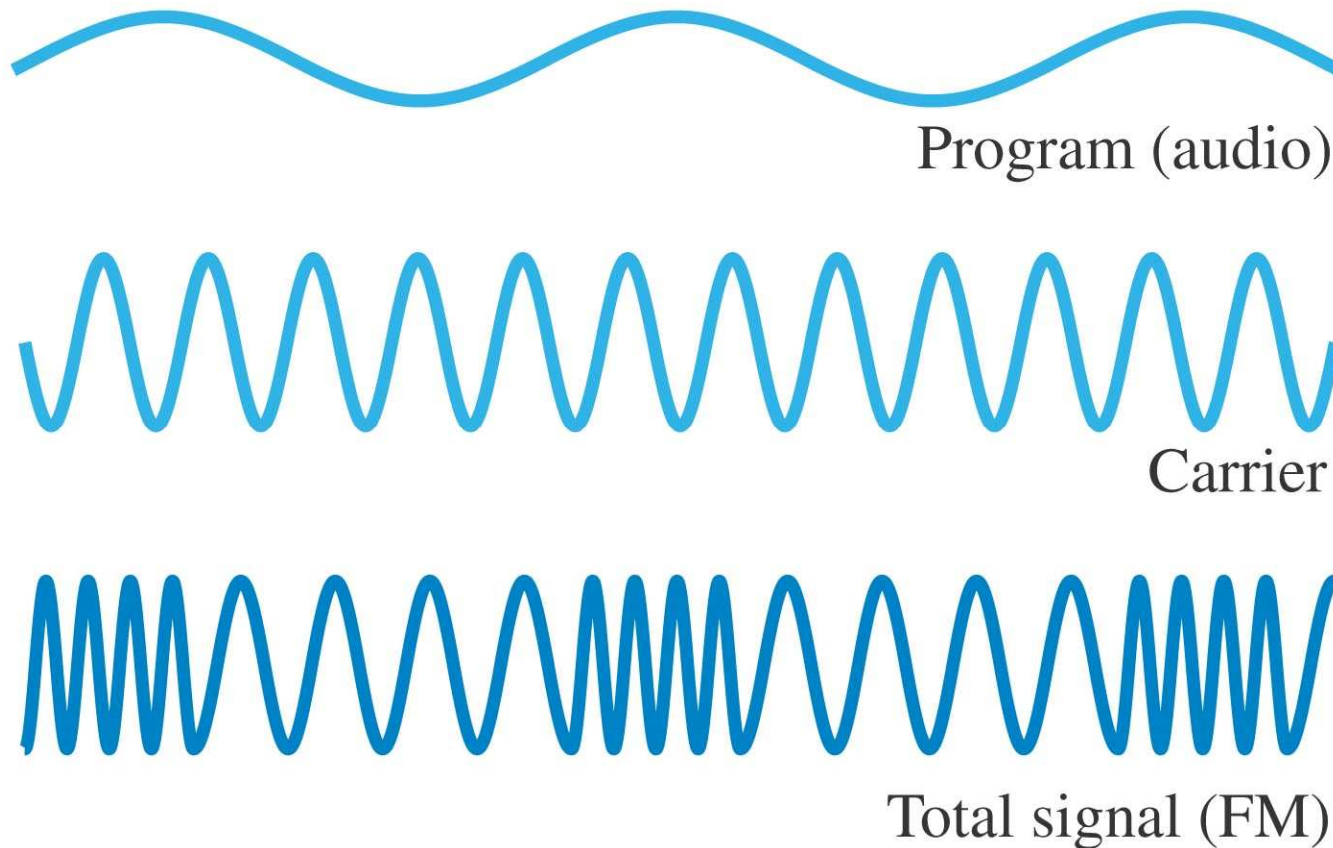
31-10 Ραδιοτηλεόραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Η μίξη σήματος και φορέα γίνεται με δύο τρόπους: μεταβολή του πλάτους του φορέα από το σήμα (AM):



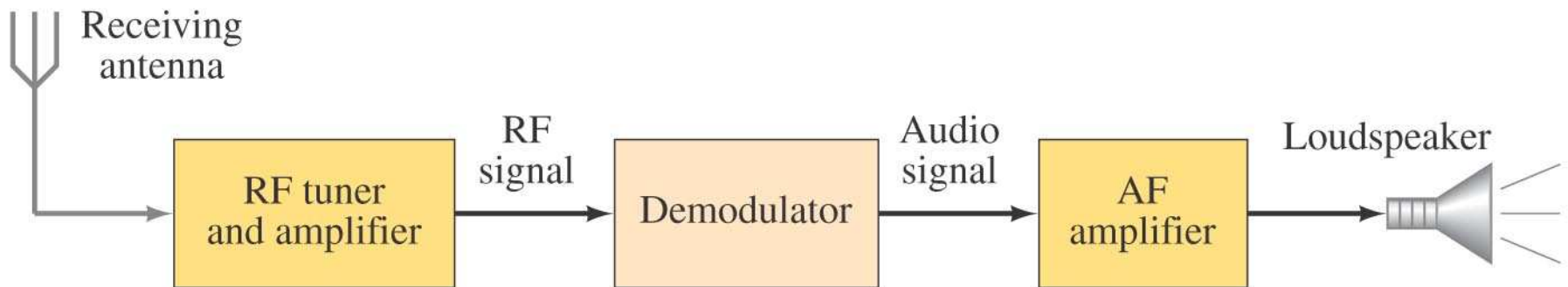
31-10 Ραδιοτηλεόραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Μεταβολή της συχνότητας του φρέας από το
σήμα (FM):



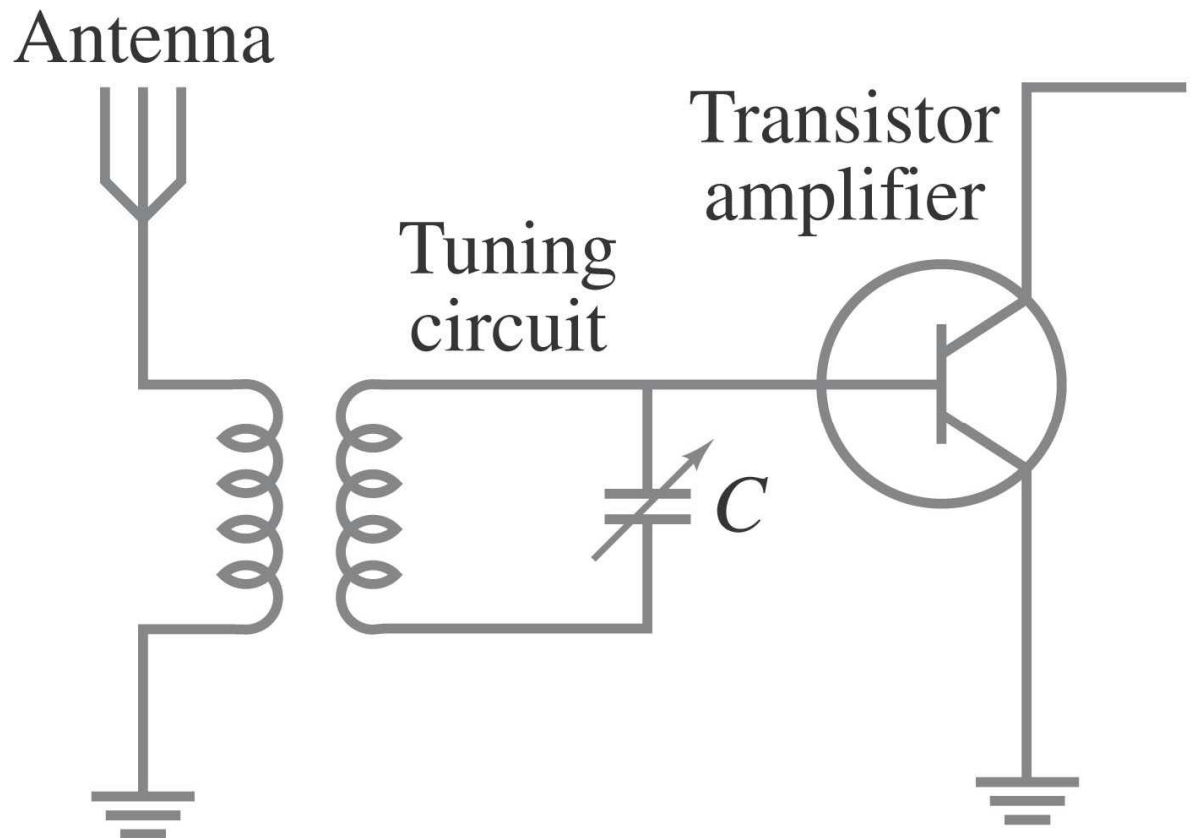
31-10 Ραδιοτηλεόραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Στην πλευρά του δέκτη, το κύμα αποσυντίθεται
ενισχύεται και διοχετεύεται στο ηχείο.



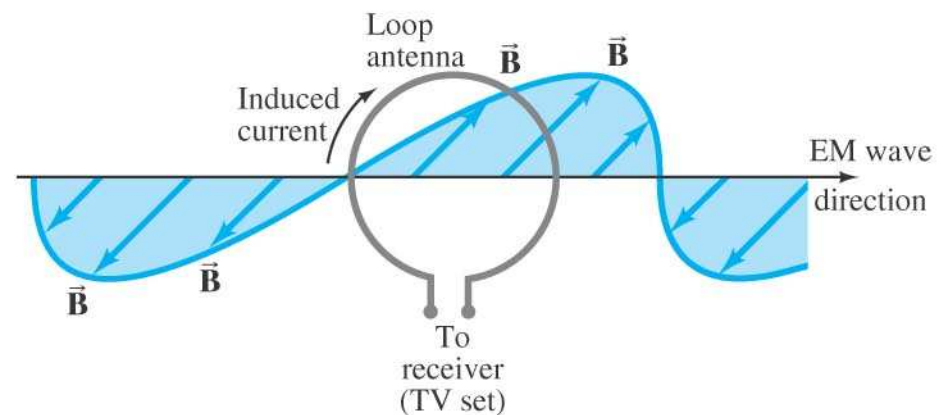
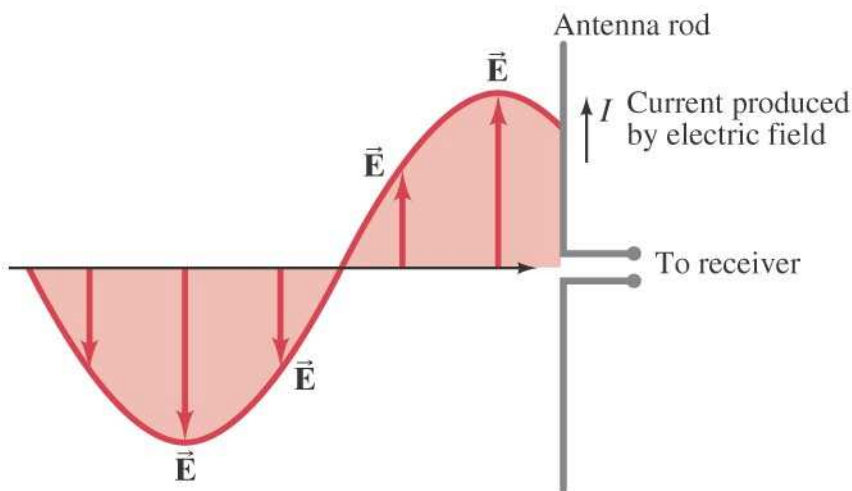
31-10 Ραδιοτηλέοραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Η αντένα,
λαμβάνει
κύματα με
πολλές
συχνότητες. Η
συχνότητα που
μας ενδιαφέρει
επιλέγεται από
κάποιο
συντονιστή.



31-10 Ραδιοτηλεόραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Μια ευθύγραμμη κεραία, έχει μεταβολή του ρεύματος της λόγω του μεταβαλλόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Σε μια κυκλική κεραία έχουμε μεταβολή του ρεύματος της λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής.



31-10 Ραδιοτηλεόραση-Ασύρματη Επικοινωνία

Βρείτε το μήκος κύματος για ένα σταθμό που εκπέμπει στα 100 MHz.

APPROACH Radio is transmitted as an EM wave, so the speed is $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$. The wavelength is found from Eq. 31-14, $\lambda = c/f$.

SOLUTION The carrier frequency is $f = 100 \text{ MHz} = 1.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$, so

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1})} = 3.0 \text{ m}.$$

NOTE The wavelengths of other FM signals (88 MHz to 108 MHz) are close to the 3.0-m wavelength of this station. FM antennas are typically 1.5 m long, or about a half wavelength. This length is chosen so that the antenna reacts in a resonant fashion and thus is more sensitive to FM frequencies. AM radio antennas would have to be very long to be either $\frac{1}{2} \lambda$ or $\frac{1}{4} \lambda$.

Κεφάλαιο 32

Φως: Ανάκλαση και Διάθλαση

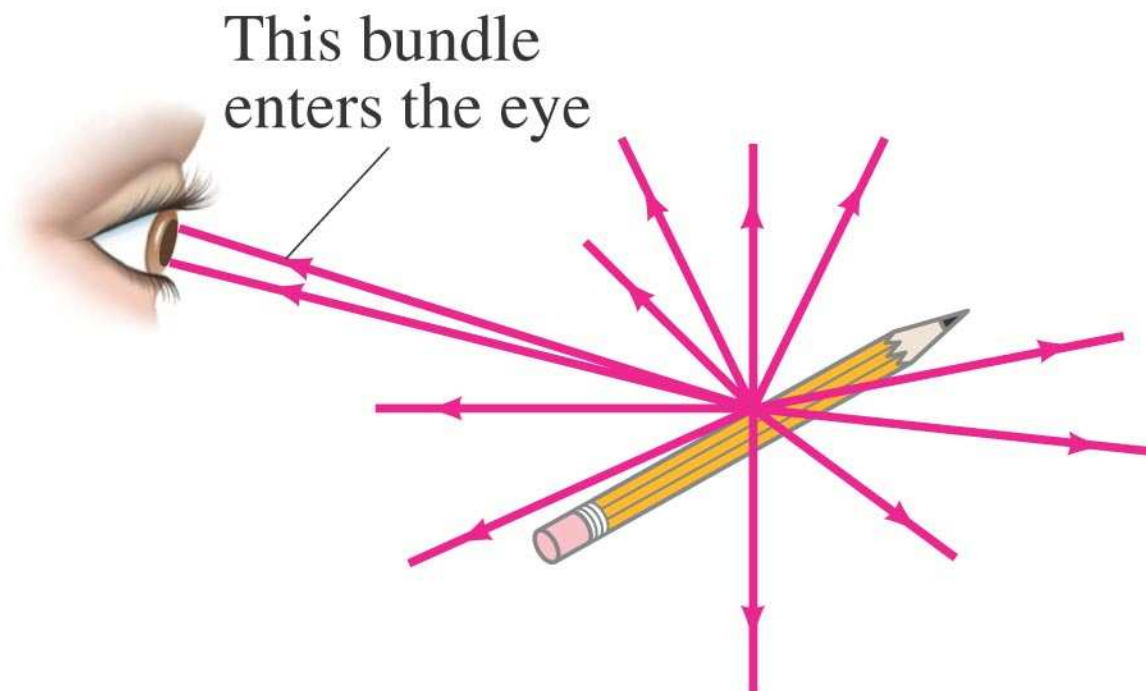


Περιεχόμενα Κεφαλαίου 32

- Γεωμετρική θεώρηση του Φωτός
- Ανάκλαση
- Δημιουργία ειδώλου από κάτοπτρα.
- Δείκτης Διάθλασης
- Νόμος του Snell
- Ορατό Φάσμα και Διασπορά
- Εσωτερική ανάκλαση
- Οπτικές ίνες
- Διάθλαση σε σφαιρικές επιφάνειες

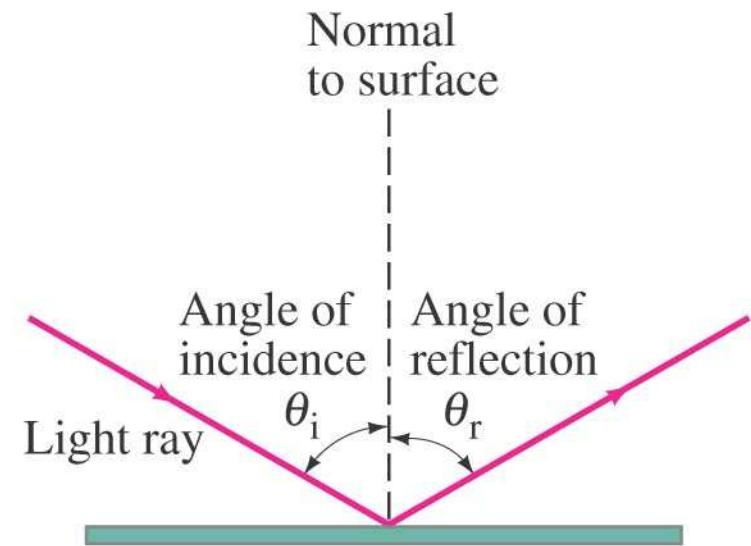
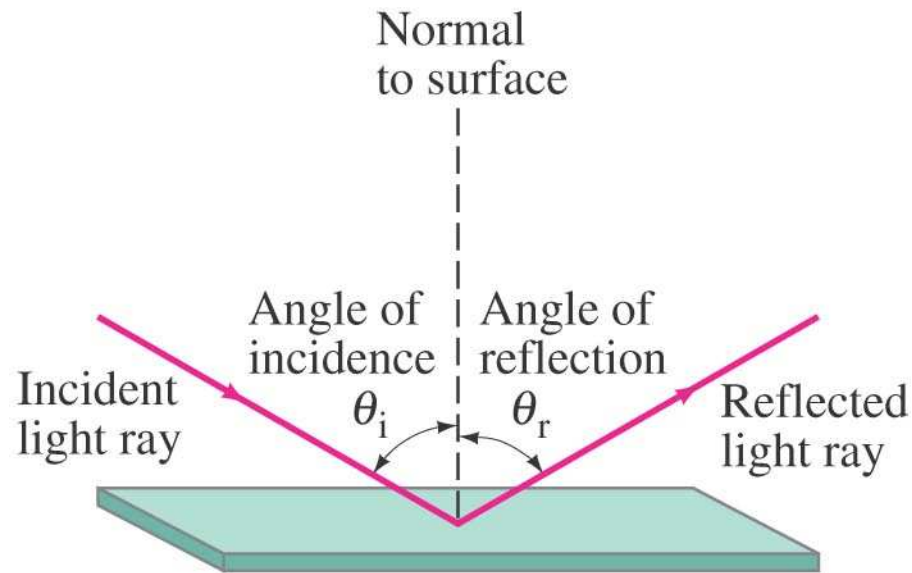
32-1 Γεωμετρική Οπτική

Το φως κινείται ευθύγραμμα (συνήθως).
Αναπαριστούμε το φως με ευθείες γραμμές
που πηγάζουν από κάποια πηγή.



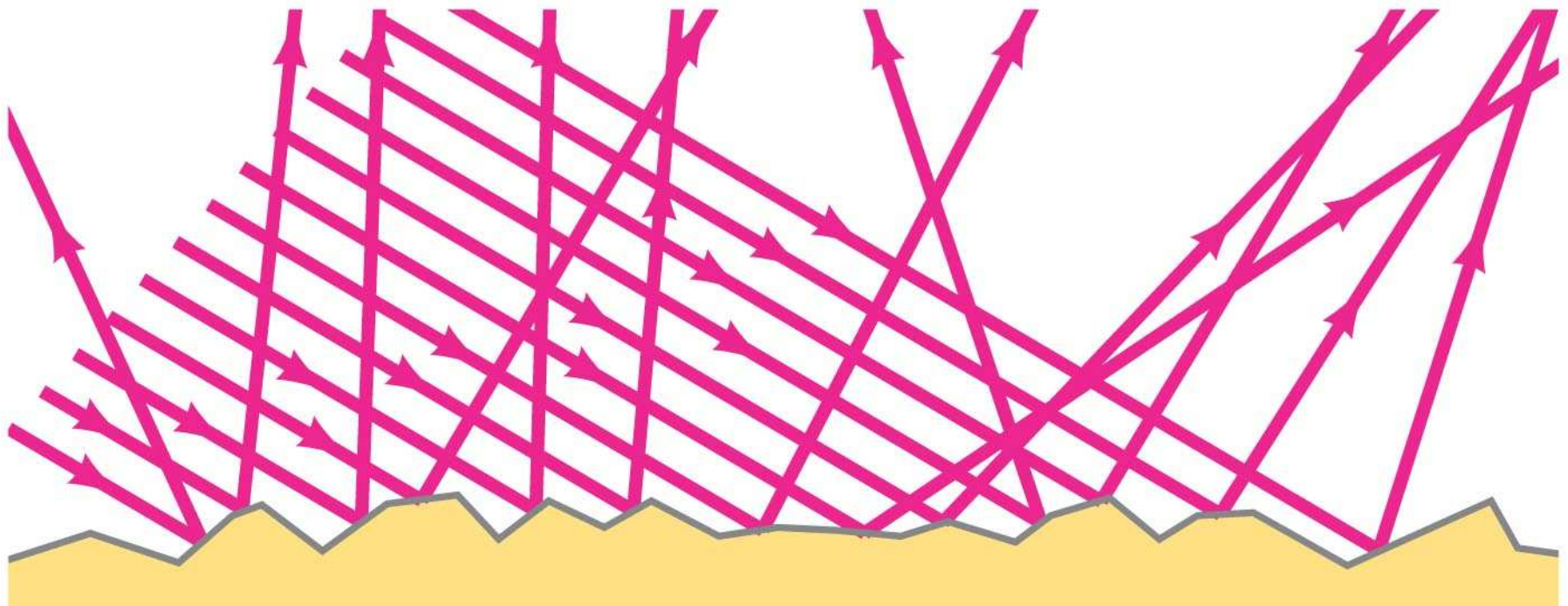
32-2 Ανάκλαση από Επίπεδη Επιφάνεια

Νόμος της ανάκλασης: γωνία προσπτώσεως είναι ίση με την γωνία ανακλάσεως.



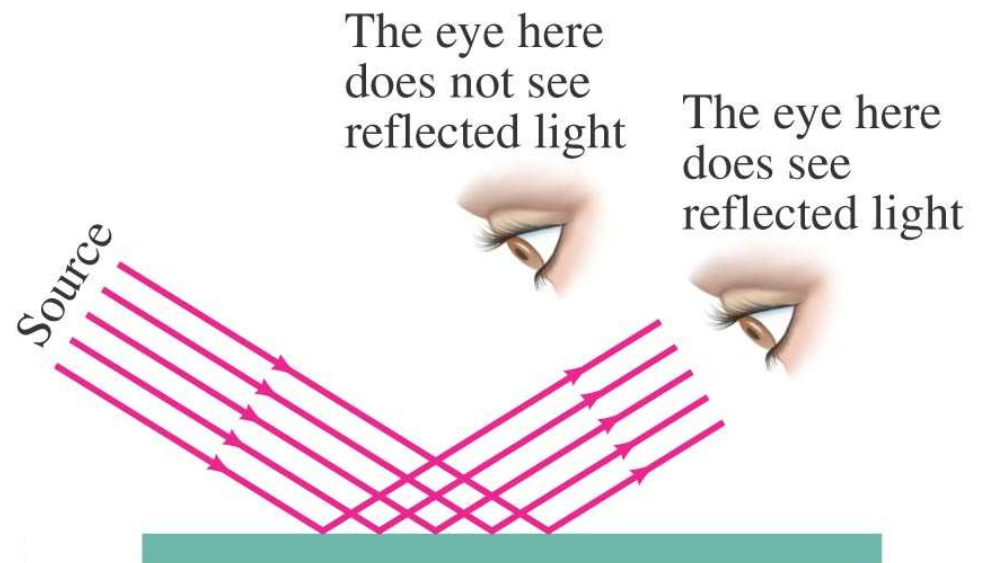
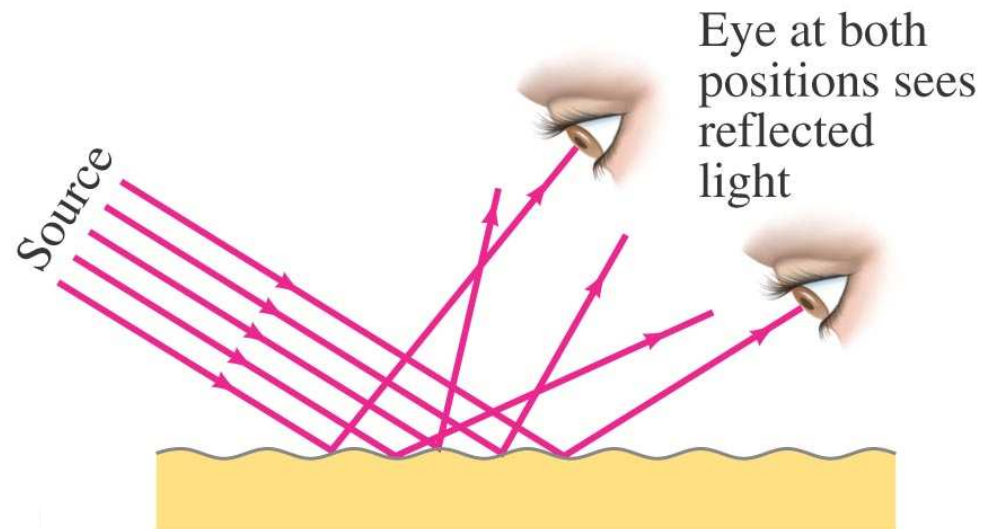
32-2 Ανάκλαση από Επίπεδη Επιφάνεια

Όταν η επιφάνεια ανάκλασης είναι αδρή, τότε ο νόμος ανάκλασης συνεχίζει να ισχύει αλλά έχουμε μια «κατανομή» γωνιών προσπτώσεων. Μιλούμε για διάχυτη ανάκλαση.



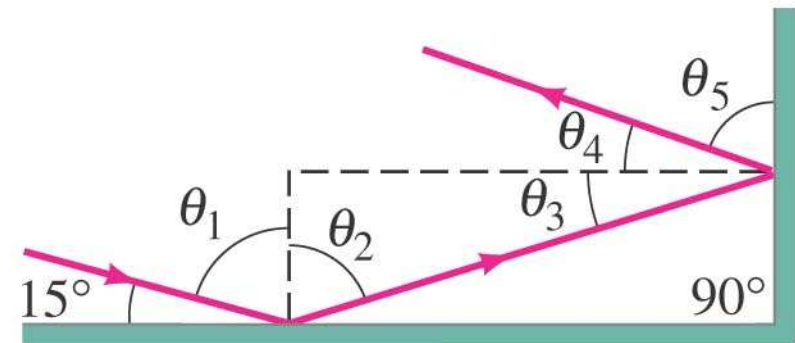
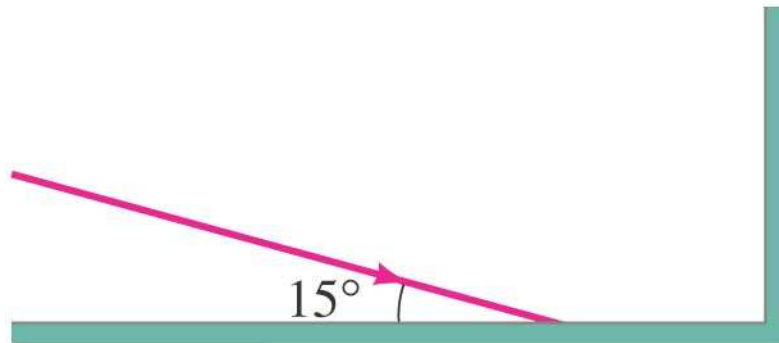
32-2 Ανάκλαση από Επίπεδη Επιφάνεια

Με την διάχυτη ανάκλαση «βλέπουμε» το ανακλώμενο φως σχεδόν σε όλες τις γωνίες. Για «κανονική» ανάκλαση, το μάτι μας πρέπει να βρίσκεται στην «σωστή» για να δει φως.



32-2 Ανάκλαση από Επίπεδη Επιφάνεια

Δύο επίπεδα κάτοπτρα είναι κάθετη μεταξύ τους. Μια εισερχόμενη δέσμη φωτός προσκρούει στο πρώτο κάτοπτρο με γωνία 15° . Βρείτε τη γωνία ανάκλασης του δεύτερου κατόπτρου.

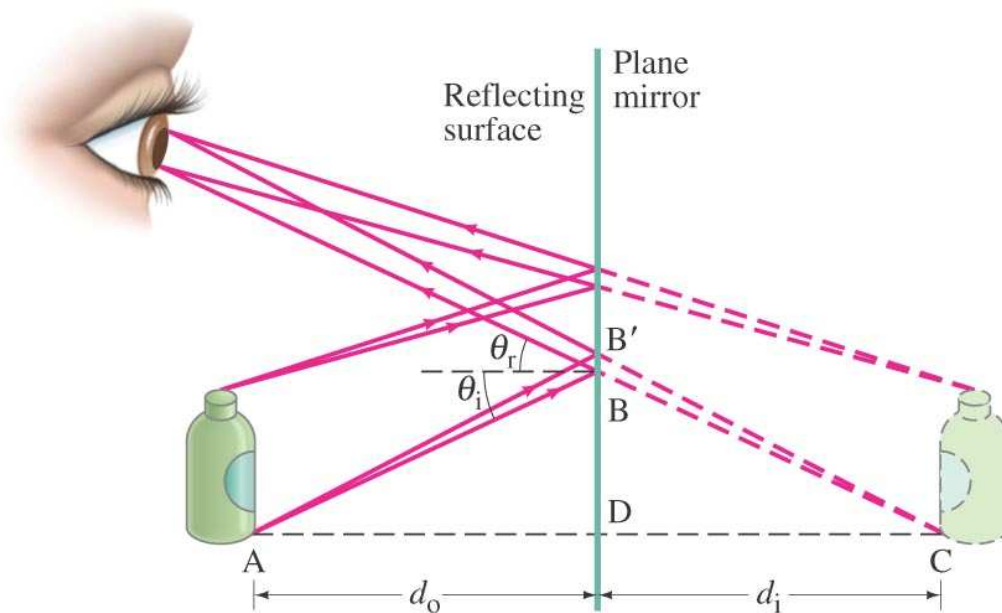


SOLUTION In Fig. 32-5b, $\theta_1 + 15^\circ = 90^\circ$, so $\theta_1 = 75^\circ$; by the law of reflection $\theta_2 = \theta_1 = 75^\circ$ too. The two normals to the two mirrors are perpendicular to each other, so $\theta_2 + \theta_3 + 90^\circ = 180^\circ$ as for any triangle. Thus $\theta_3 = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$. By the law of reflection, $\theta_4 = \theta_3 = 15^\circ$, so $\theta_5 = 75^\circ$ is the angle the reflected ray makes with the second mirror surface.

NOTE The outgoing ray is parallel to the incoming ray. Red reflectors on bicycles and cars use this principle.

32-2 Ανάκλαση από Επίπεδη Επιφάνεια

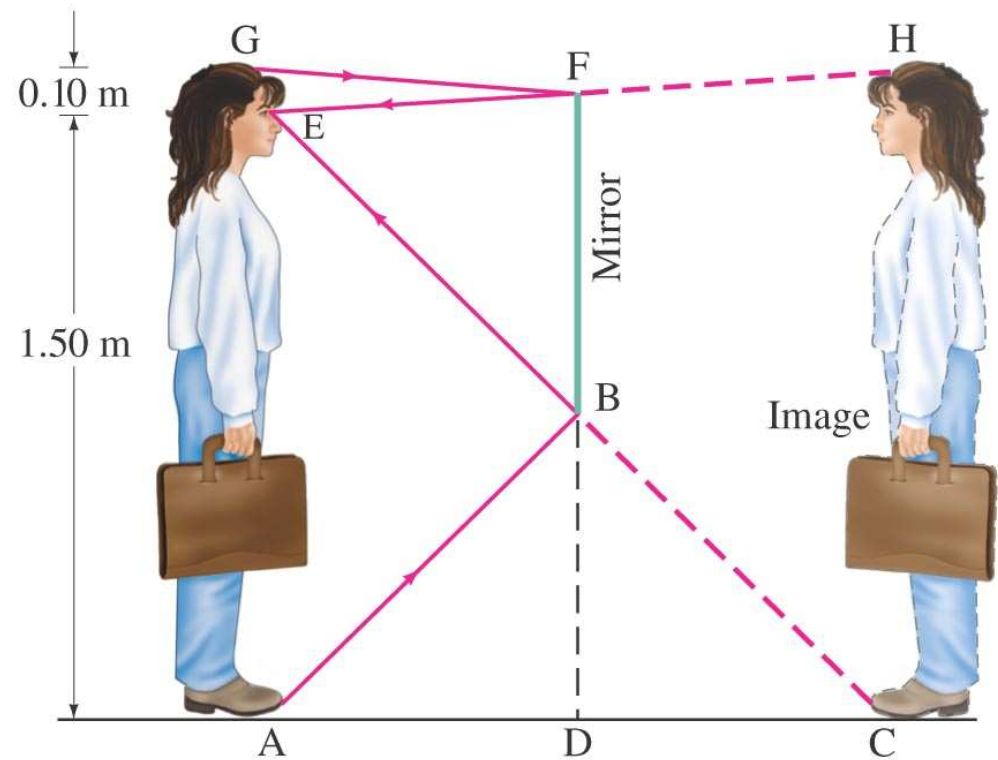
Το είδωλο ενός αντικειμένου σε ένα επίπεδο καθρέπτη (κάτοπτρο) μοιάζει σαν να βρίσκεται πίσω από τον καθρέπτη.



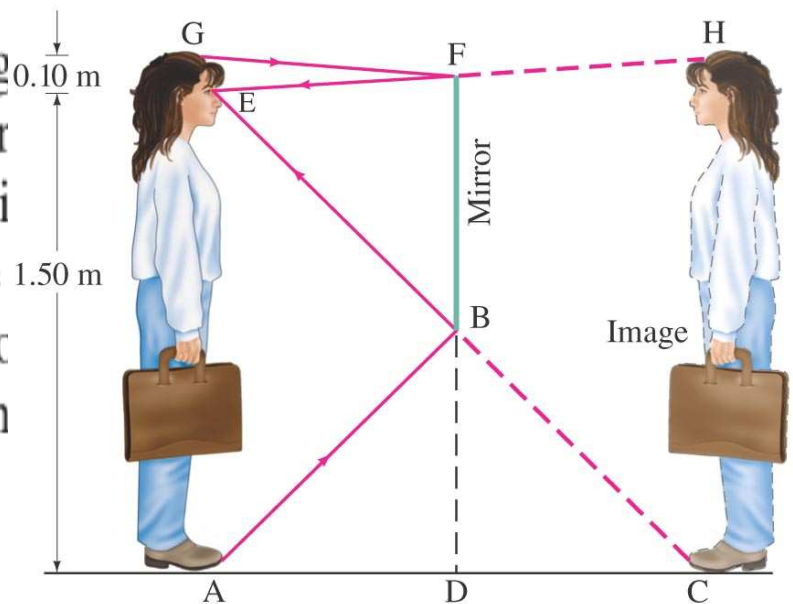
Το είδωλο ονομάζεται «**εικονικό αντικείμενο**» και βρίσκεται σε απόσταση ίση με την απόσταση του πραγματικού αντικειμένου από τον καθρέπτη.

32-2 Ανάκλαση από Επίπεδη Επιφάνεια

Μια φοιτήτρια ύψους 1.60 m καθρεπτίζεται. Ποιο το ελάχιστο ύψος του καθρέπτη και πόσο ψηλά πρέπει να βρίσκεται από το δάπεδο ώστε να μπορεί να «βλέπει» όλο της το σώμα; Υποθέστε ότι τα μάτια της βρίσκονται 10 cm κάτω από το πάνω μέρος του κεφαλιού της.



APPROACH For her to see her whole body, light from the top of her head and from the bottom of her foot must reflect first and then enter her eye. See Fig. 32–8. We don't show two rays diverging from the eye in Fig. 32–7, where we wanted to find where the image is the same distance behind a plane mirror as the object is in front. Here we need to show one ray leaving point G (top of her head) and one ray leaving point A (her toe), and then use simple geometry.

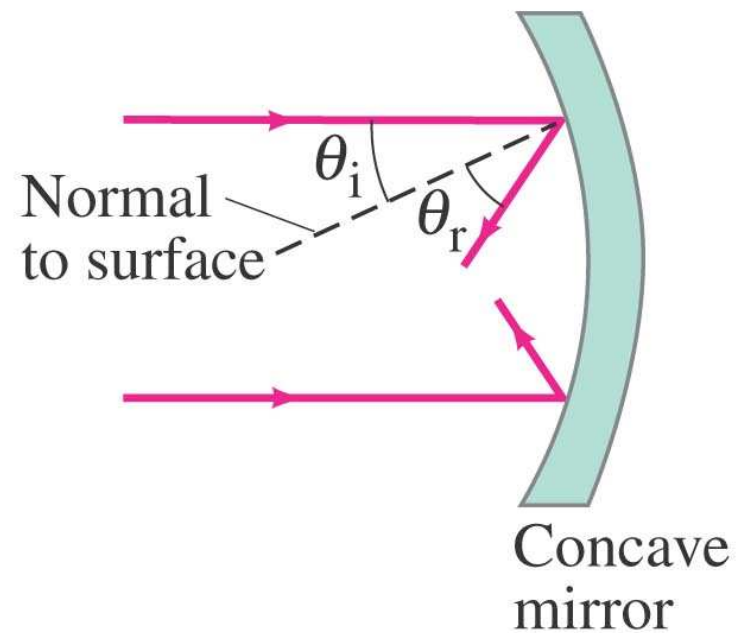
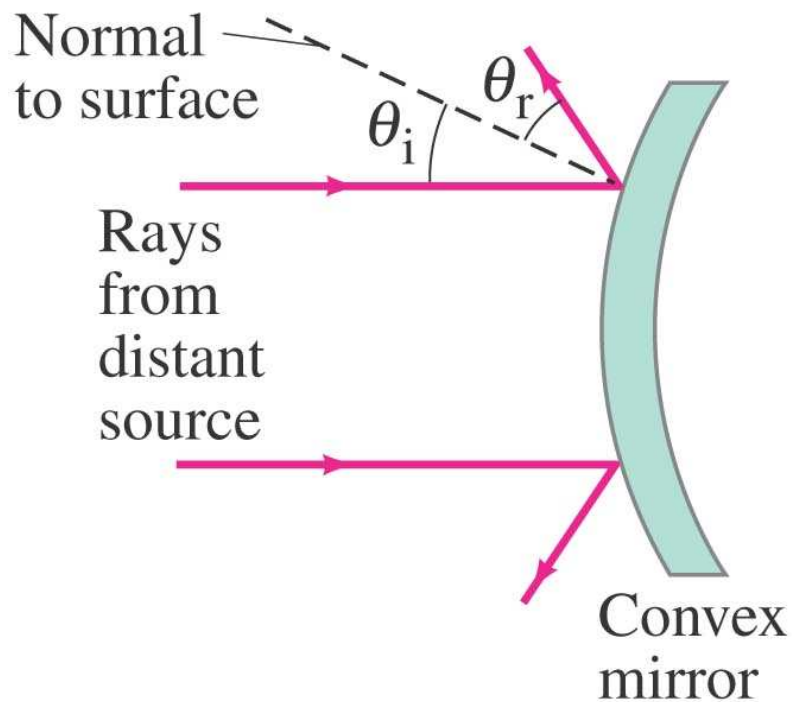


SOLUTION First consider the ray that leaves her foot at A, reflects at B, and enters the eye at E. The mirror needs to extend no lower than B. The angle of reflection equals the angle of incidence, so the height BD is half of the height AE. Because $AE = 1.60 \text{ m} - 0.10 \text{ m} = 1.50 \text{ m}$, then $BD = 0.75 \text{ m}$. Similarly, if the woman is to see the top of her head, the top edge of the mirror only needs to reach point F, which is 5 cm below the top of her head (half of $GE = 10 \text{ cm}$). Thus, $DF = 1.55 \text{ m}$, and the mirror needs to have a vertical height of only $(1.55 \text{ m} - 0.75 \text{ m}) = 0.80 \text{ m}$. The mirror's bottom edge must be 0.75 m above the floor.

NOTE We see that a mirror, if positioned well, need be only half as tall as a person for that person to see all of himself or herself.

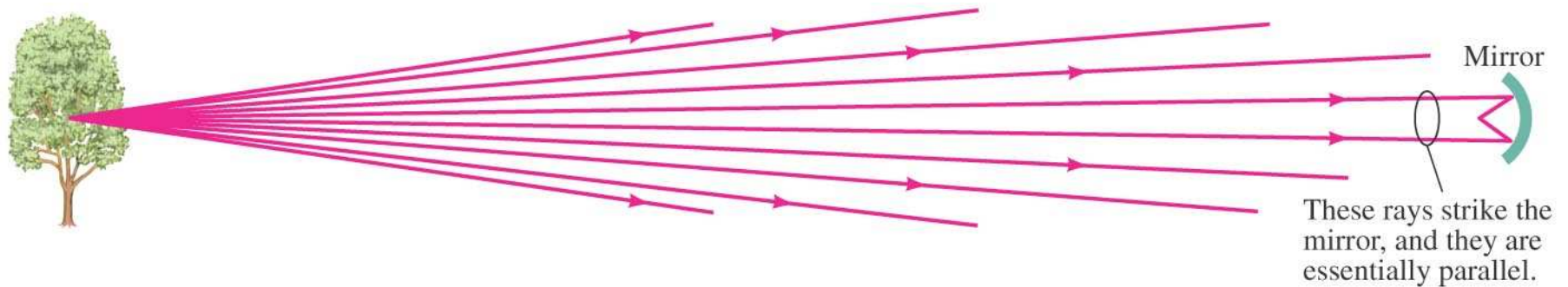
32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Οι σφαιρικοί καθρέπτες μπορούν να ανακλούν είτε από την εσωτερική τους επιφάνεια (κοίλη-concave) είτε από την εξωτερική (κυρτή-convex).



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

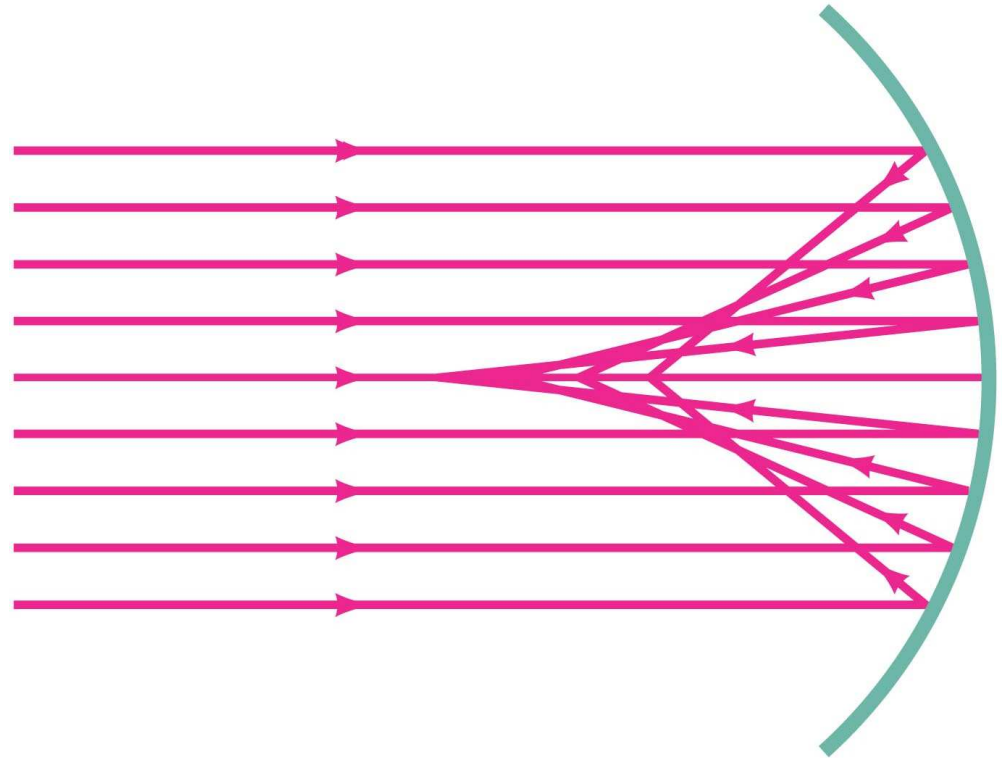
Δέσμες (ακτίνες) που πηγάζουν από μεγάλη απόσταση είναι στην ουσία παράλληλες.



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

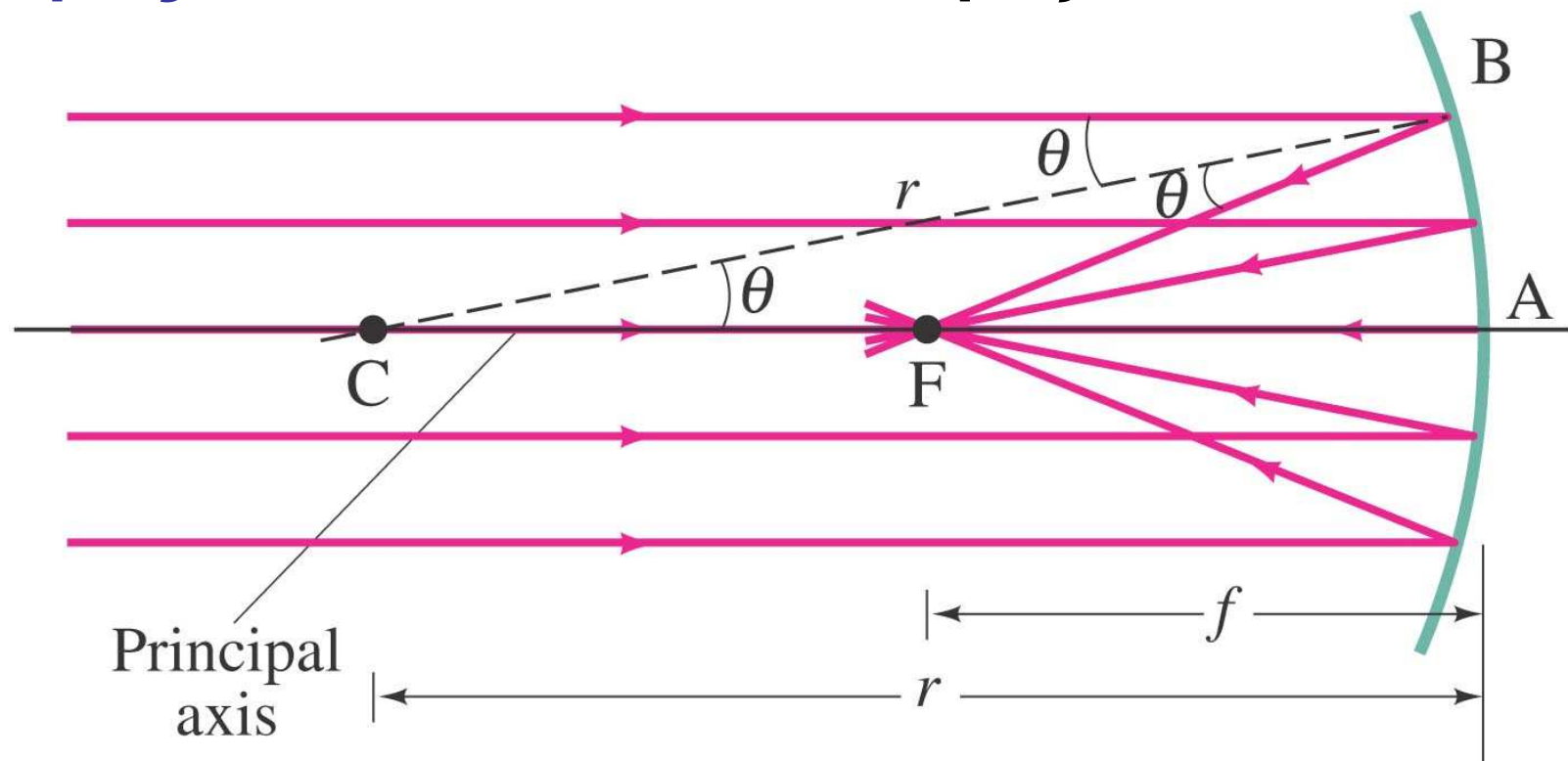
Σφαιρικό Σφάλμα:

οι ανακλάσεις
παράλληλων
ακτίνων φωτός από
κοίλο κάτοπτρο, ΔΕΝ
διέρχονται από το
ίδιο σημείο.



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Για κάτοπτρα με μικρή καμπυλότητα το «σφάλμα» (εκτροπή) είναι μικρό και το σημείο τομής των ανακλάσεων ονομάζεται εστία.



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Από την γεωμετρία του συστήματος βρίσκουμε ότι, η εστιακή απόσταση είναι το ήμισυ της ακτίνας καμπυλότητας:

$$f = \frac{r}{2}.$$

[spherical mirror]

Τα σφαιρικά σφάλματα μπορεί να βελτιωθούν με την χρήση παραβολικών κατόπτρων. Το κόστος κατασκευής είναι όμως πολύ μεγαλύτερο και επομένως μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται (π.χ. σε τηλεσκόπια)

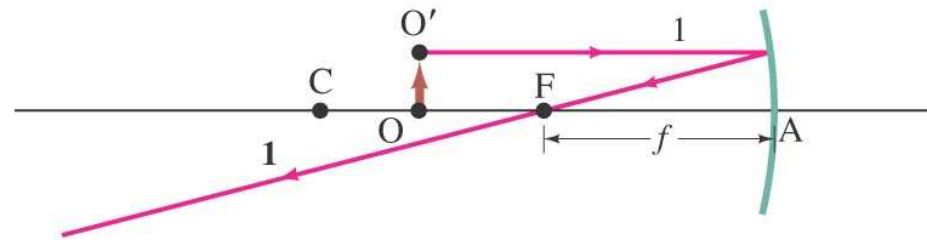
32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Για τον σχηματισμό του ειδώλου χρησιμοποιούμε τρεις ακτίνες φωτός που πηγάζουν από το αντικείμενο.

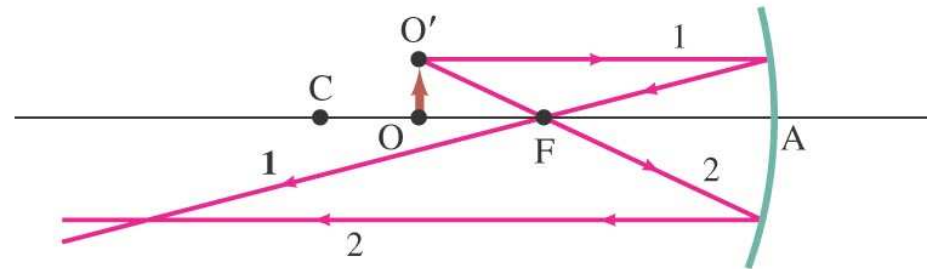
1. Μια παράλληλη δέσμη μετά την ανάκλαση διέρχεται από την εστία.
2. Μια δέσμη που διέρχεται από την εστία ανακλάται παράλληλα στον άξονα του κατόπτρου.
3. Δέσμη κάθετη στο κάτοπτρο επιστρέφει στο εαυτό της. .

32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

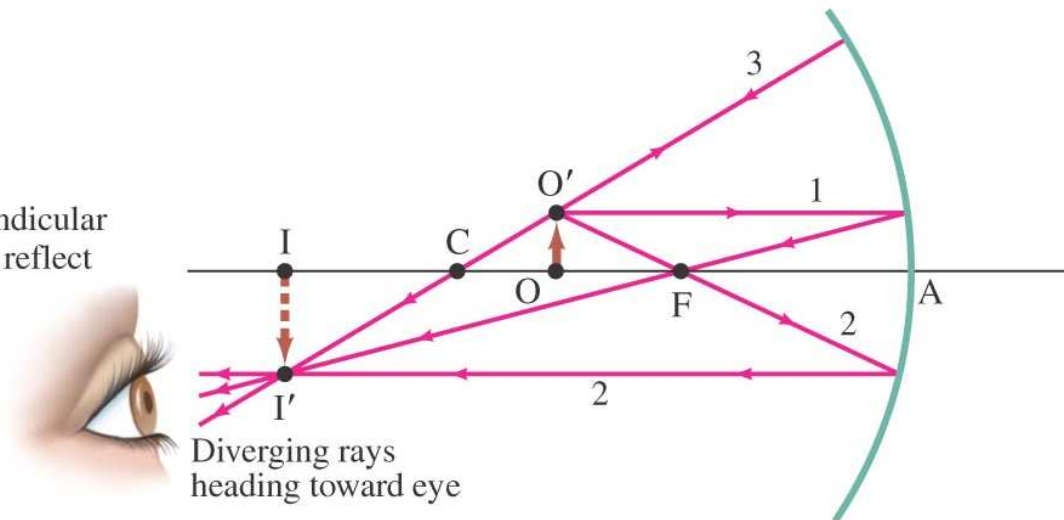
Ray 1 goes out from O' parallel to the axis and reflects through F .



Ray 2 goes through F and then reflects back parallel to the axis.



Ray 3 is chosen perpendicular to mirror, and so must reflect back on itself and go through C (center of curvature).



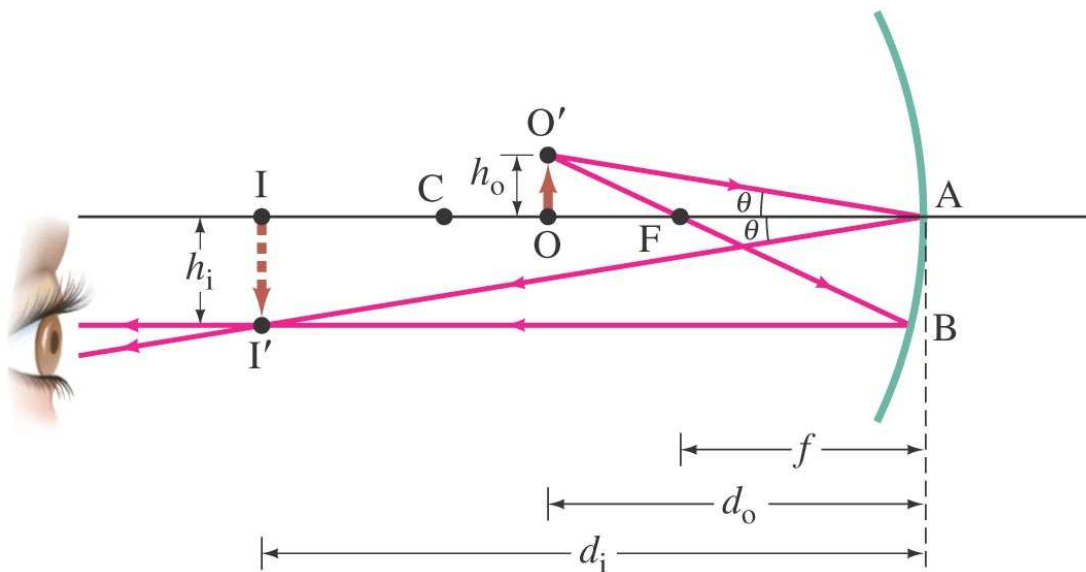
32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Η τομή των τριών δεσμών προσδιορίζει την θέση του ειδώλου του συγκεκριμένου σημείου του αντικειμένου. Για το σχηματισμό του πλήρους ειδώλου του αντικειμένου επαναλαμβάνουμε για όλα τα σημεία.

32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Γεωμετρικά μπορούμε να προσδιορίσουμε την σχέση αντικειμένου ειδώλου και εστιακής απόστασης ενός κατόπτρου:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}.$$



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

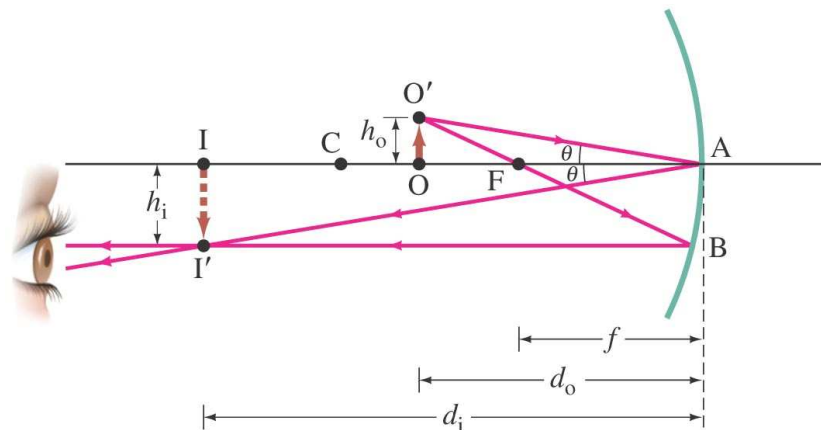
Η μεγέθυνση (λόγος διαστάσεων ειδώλου και αντικειμένου) δίδεται από την σχέση:

$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}.$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το είδωλο είναι ανεστραμμένο.

32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Ένα διαμαντένιο δακτυλίδι ύψους 1.5 cm τοποθετείται 20.0 cm από ένα κοίλο κάτοπτρο με ακτίνα 30.0 cm. Βρείτε (a) την θέση του ειδώλου και (b) το μέγεθος.



APPROACH We determine the focal length from the radius of curvature (Eq. 32-1), $f = r/2 = 15.0$ cm. The ray diagram is basically like that shown in Fig. 32-16 (repeated here on this page), since the object is between F and C. The position and size of the image are found from Eqs. 32-2 and 32-3.

SOLUTION Referring to Fig. 32-16, we have $CA = r = 30.0$ cm, $FA = f = 15.0$ cm, and $OA = d_o = 20.0$ cm.

(a) From Eq. 32-2,

$$\begin{aligned} \frac{1}{d_i} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} \\ &= \frac{1}{15.0 \text{ cm}} - \frac{1}{20.0 \text{ cm}} = 0.0167 \text{ cm}^{-1}. \end{aligned}$$

So $d_i = 1/(0.0167 \text{ cm}^{-1}) = 60.0$ cm. Because d_i is positive, the image is 60.0 cm in front of the mirror, on the same side as the object.

(b) From Eq. 32–3, the magnification is

$$\begin{aligned} m &= -\frac{d_i}{d_o} \\ &= -\frac{60.0 \text{ cm}}{20.0 \text{ cm}} = -3.00. \end{aligned}$$

The image is 3.0 times larger than the object, and its height is

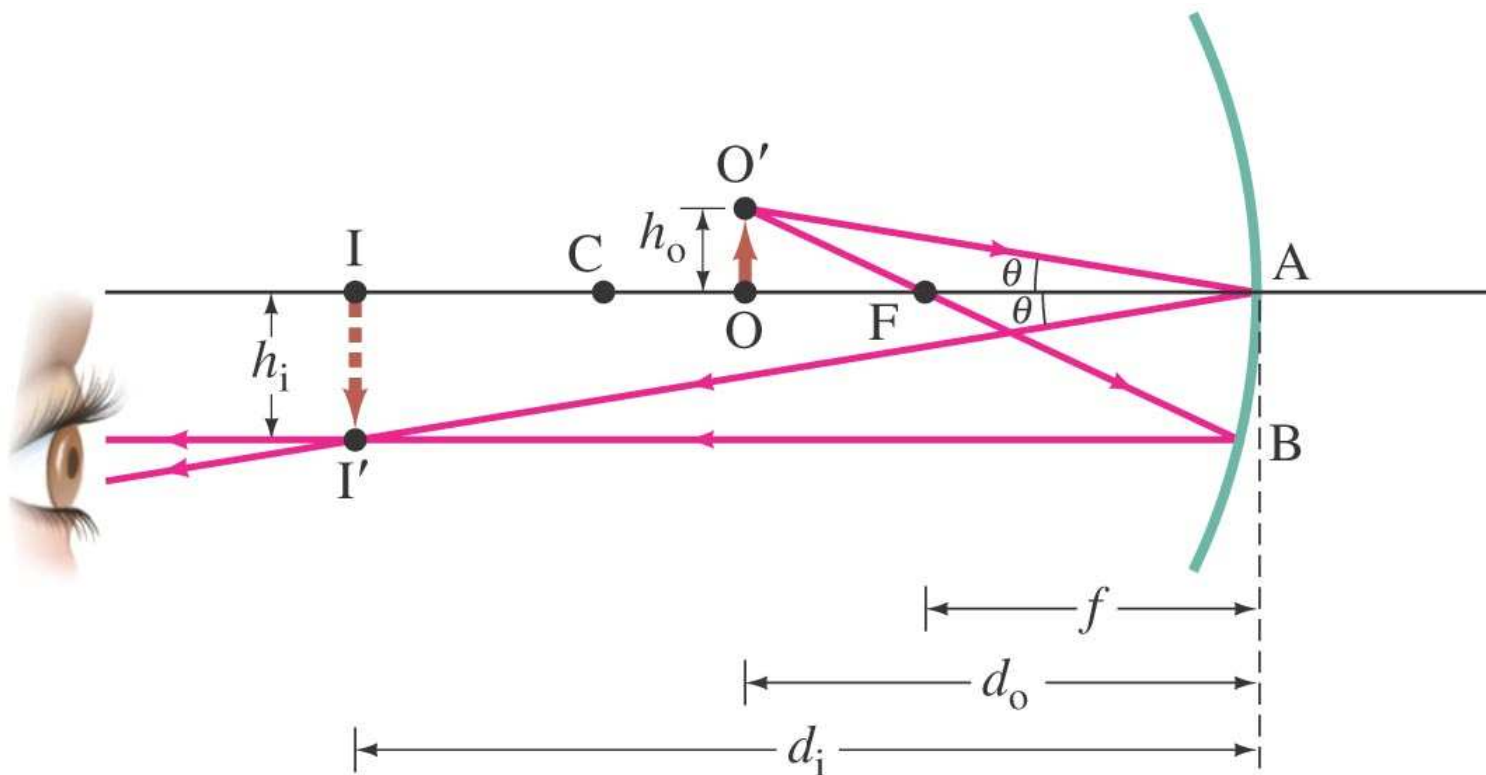
$$h_i = mh_o = (-3.00)(1.5 \text{ cm}) = -4.5 \text{ cm}.$$

The minus sign reminds us that the image is inverted, as in Fig. 32–16.

NOTE When an object is further from a concave mirror than the focal point, we can see from Fig. 32–15 or 32–16 that the image is always inverted and real.

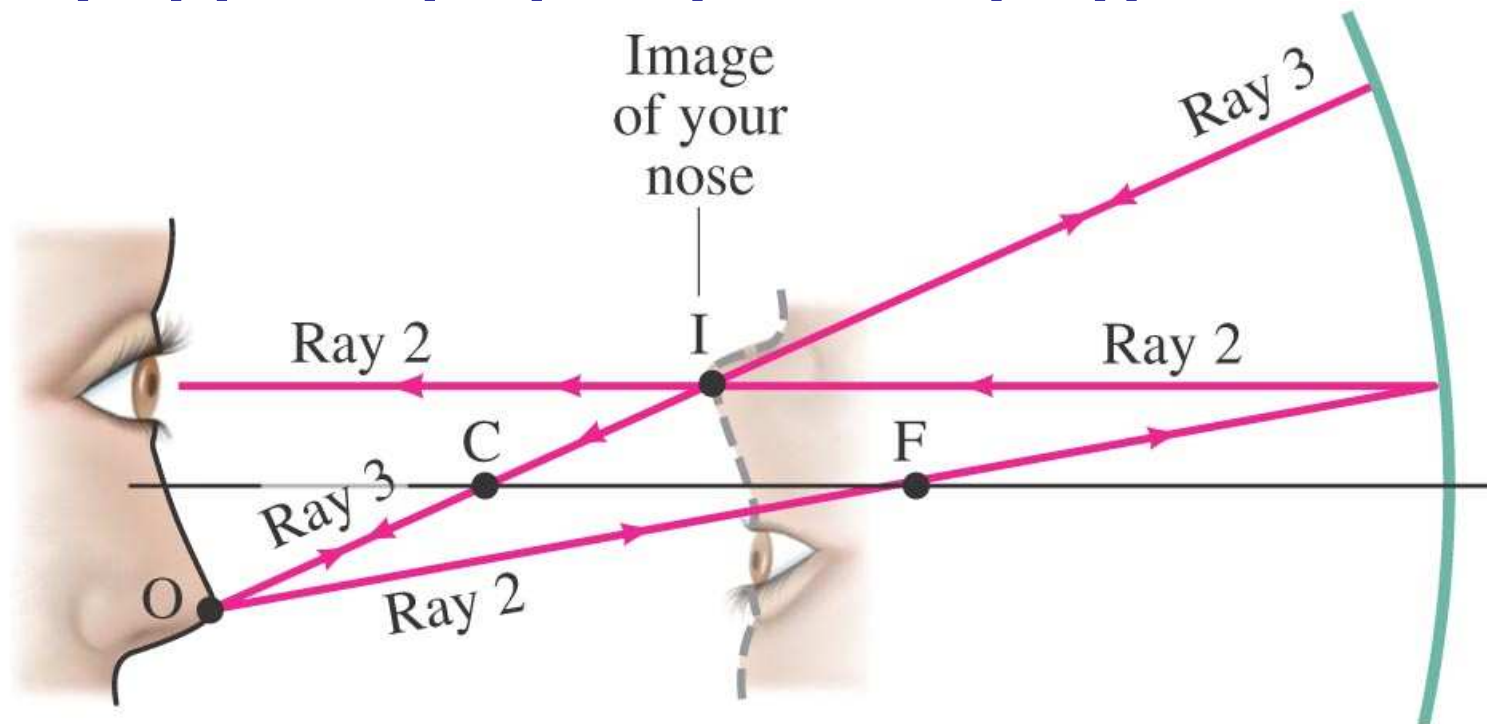
32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Εάν το αντικείμενο τοποθετηθεί στην θέση του ειδώλου, το νέο είδωλο σε ποια θέση θα σχηματιστεί;



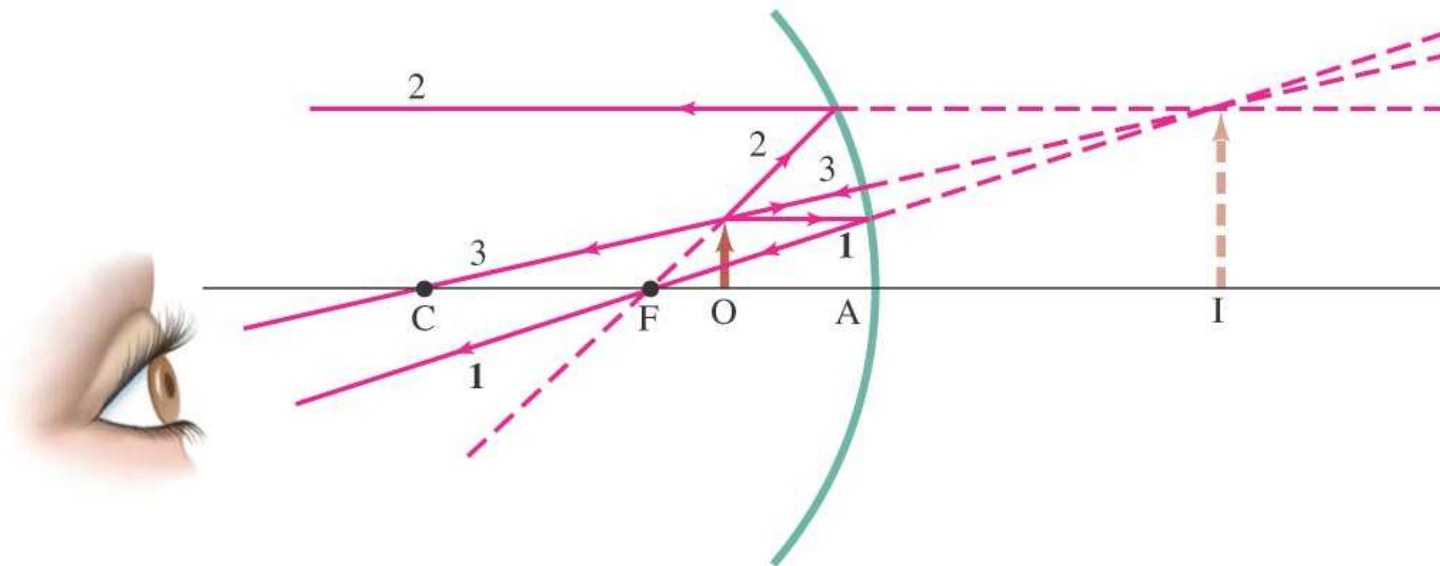
32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Εάν το αντικείμενο βρίσκεται σε απόσταση μεγαλύτερη από την ακτίνα καμπυλότητας, ενός κοίλου κατόπτρου, το είδωλο θα είναι ανεστραμμένο, μικρότερο και πραγματικό.



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Αντικείμενο ύψους 1.00-cm βρίσκεται σε απόσταση 10.0 cm από κοίλο καθρέπτη με ακτίνα 30.0 cm. (a) Ζωγραφίστε το είδωλο και την μεγέθυνση



APPROACH We draw the ray diagram using the rays as in Fig. 32–15, page 844. An analytic solution uses Eqs. 32–1, 32–2, and 32–3.

SOLUTION (a) Since $f = r/2 = 15.0$ cm, the object is between the mirror and the focal point. We draw the three rays as described earlier (Fig. 32–15); they are shown leaving the tip of the object in Fig. 32–17. Ray 1 leaves the tip of our object heading toward the mirror parallel to the axis, and reflects through F. Ray 2 cannot head toward F because it would not strike the mirror; so ray 2 must point as if it started at F (dashed line) and heads to the mirror, and then is reflected parallel to the principal axis. Ray 3 is perpendicular to the mirror, as before. The rays reflected from the mirror diverge and so never meet at a point. They appear, however, to be coming from a point behind the mirror. This point locates the image of the tip of the arrow. The image is thus behind the mirror and is *virtual*. (Why?)

(b) We use Eq. 32-2 to find d_i when $d_o = 10.0$ cm:

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{15.0 \text{ cm}} - \frac{1}{10.0 \text{ cm}} = \frac{2 - 3}{30.0 \text{ cm}} = -\frac{1}{30.0 \text{ cm}}.$$

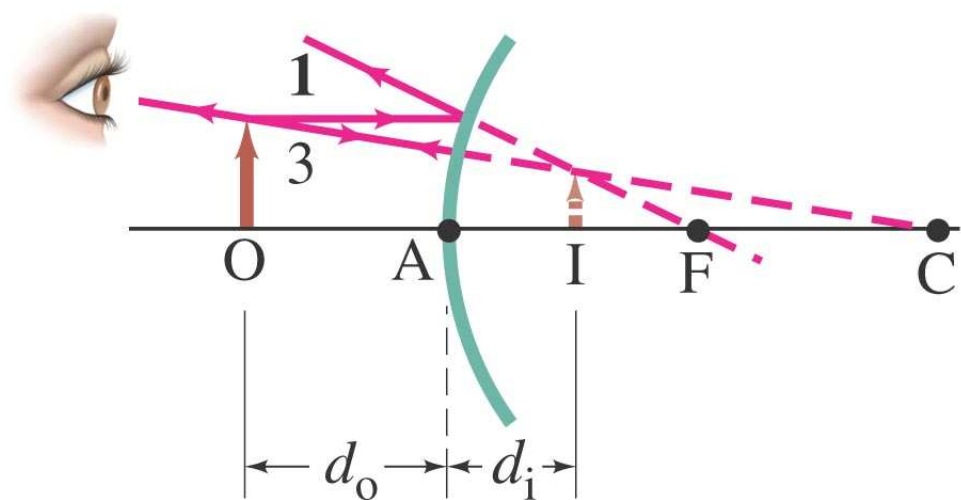
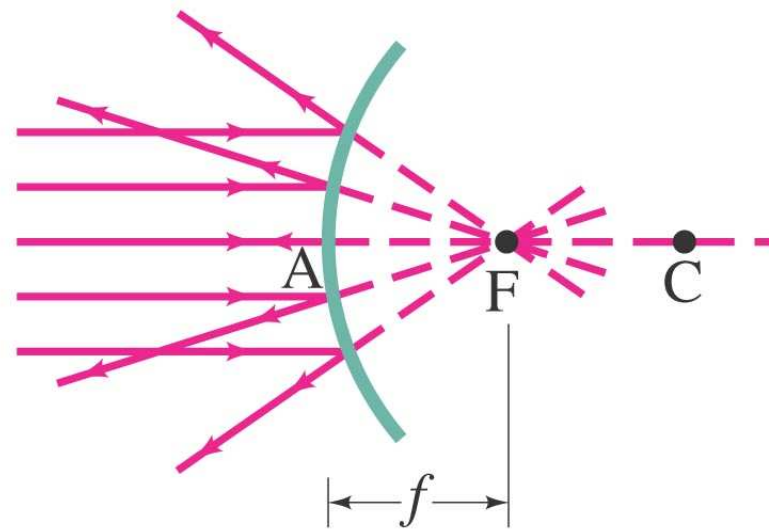
Therefore, $d_i = -30.0$ cm. The minus sign means the image is behind the mirror, which our diagram also told us. The magnification is $m = -d_i/d_o = -(-30.0 \text{ cm})/(10.0 \text{ cm}) = +3.00$. So the image is 3.00 times larger than the object. The plus sign indicates that the image is upright (same as object), which is consistent with the ray diagram, Fig. 32-17.

NOTE The image distance cannot be obtained accurately by measuring on Fig. 32-17, because our diagram violates the paraxial ray assumption (we draw rays at steeper angles to make them clearly visible).

NOTE When the object is located inside the focal point of a concave mirror ($d_o < f$), the image is always upright and vertical. And if the object O in Fig. 32-17 is you, you see yourself clearly, because the reflected rays at point O are diverging. Your image is upright and enlarged.

32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Για κυρτά κάτοπτρα το είδωλο είναι πάντα εικονικό, μικρότερο και όρθιο.



32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Πως λύνουμε προβλήματα με σφαιρικά κάτοπτρα

1. Σχεδιάζουμε της δέσμες φωτός και βρίσκουμε το σημείο τομείς.
2. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις του κατόπτρου και της μεγέθυνσης.
3. Συμβάσεις ποσίων: εάν το αντικείμενο ή το είδωλο βρίσκεται στην πλευρά της ανάκλασης το κατόπτρου η αποστάσεις είναι θετικές. Διαφορετικά οι αποστάσεις είναι αρνητικές. Η μεγέθυνση είναι θετική όταν το είδωλο είναι όρθιο και αρνητικό όταν είναι αντεστραμμένο.
4. Ελέγχουμε ότι το αποτέλεσμα συμφωνεί με το διάγραμμα των δεσμών.

32-3 Είδωλα Σφαιρικών Κατόπτρων

Ο καθρέπτης ενός αυτοκινήτου είναι κυρτός με ακτίνα 16.0 m . Βρείτε την θέση του ειδώλου και την μεγέθυνση για ένα αντικείμενο σε απόσταση 10.0 m .



SOLUTION

- 1. Draw a ray diagram.** The ray diagram will be like Fig. 32–19b, but the large object distance ($d_o = 10.0\text{ m}$) makes a precise drawing difficult. We have a convex mirror, so r is negative by convention.
- 2. Mirror and magnification equations.** The center of curvature of a convex mirror is behind the mirror, as is its focal point, so we set $r = -16.0\text{ m}$ so that the focal length is $f = r/2 = -8.0\text{ m}$. The object is in front of the mirror, $d_o = 10.0\text{ m}$. Solving the mirror equation, Eq. 32–2, for $1/d_i$ gives

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{-8.0\text{ m}} - \frac{1}{10.0\text{ m}} = \frac{-10.0 - 8.0}{80.0\text{ m}} = -\frac{18}{80.0\text{ m}}.$$

Thus $d_i = -80.0\text{ m}/18 = -4.4\text{ m}$. Equation 32–3 gives the magnification

$$m = -\frac{d_i}{d_o} = -\frac{(-4.4\text{ m})}{(10.0\text{ m})} = +0.44.$$

- 3. Sign conventions.** The image distance is negative, -4.4 m , so the image is *behind* the mirror. The magnification is $m = +0.44$, so the image is *upright* (same orientation as object) and less than half as tall as the object.
- 4. Check.** Our results are consistent with Fig. 32–19b.

32-4 Δείκτης Διάθλασης

Γενικά το φως επιβραδύνεται όταν περνάει μέσα από υλικά. Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού είναι ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο κενό ως προς την ταχύτητα του φωτός μέσα από το υλικό.

$$n = \frac{c}{v}$$

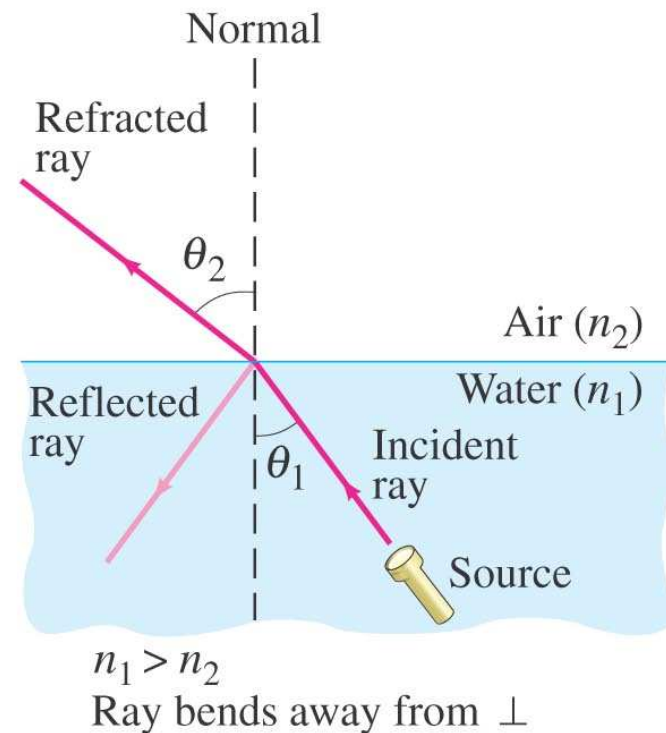
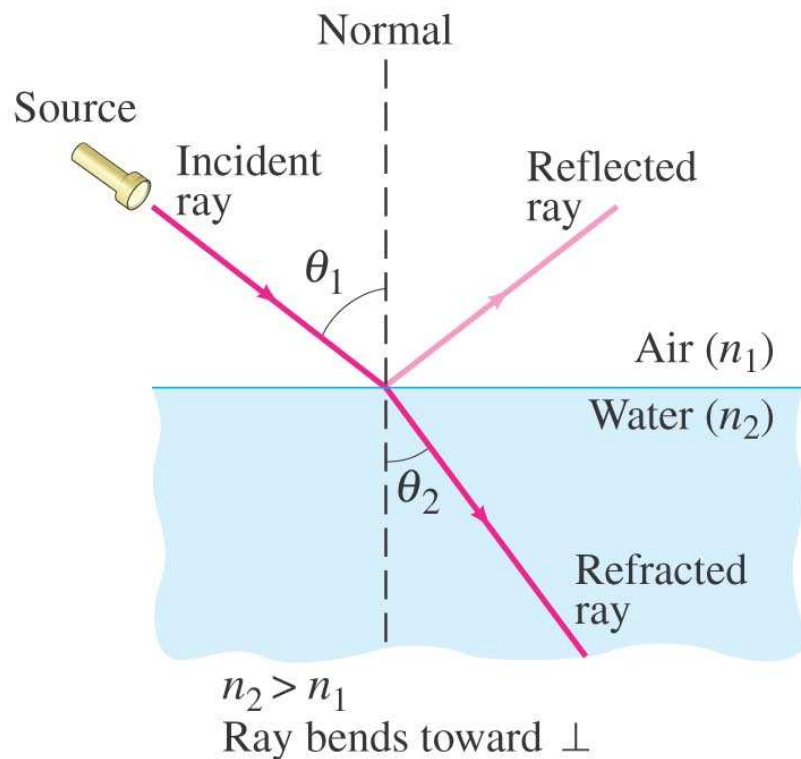
TABLE 32–1 Indices of Refraction[†]

Material	$n = \frac{c}{v}$
Vacuum	1.0000
Air (at STP)	1.0003
Water	1.33
Ethyl alcohol	1.36
Glass	
Fused quartz	1.46
Crown glass	1.52
Light flin	.58
Lucite or Plexiglas	1.51
Sodium chloride	1.53
Diamond	2.42

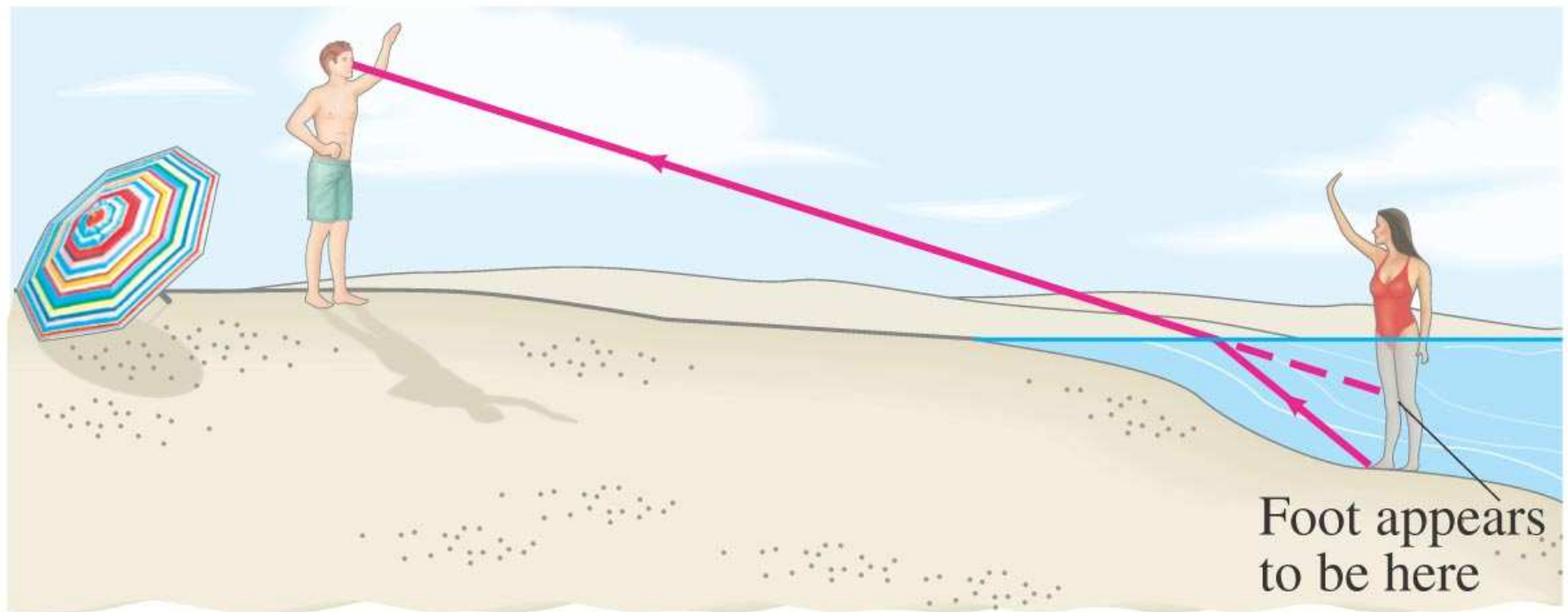
[†] $\lambda = 589 \text{ nm}$.

32-5 Διάθλαση Νόμος του Snell

Σε μια διαχωριστική επιφάνεια η πορεία του φωτός αλλάζει. Το φαινόμενο ονομάζεται **διάθλαση**. Η γωνία διάθλασης είναι η γωνία της νέας διεύθυνσης μέσα από το υλικό ως προς την κάθετο στο σημείο προσπτώσεως στην διαχωριστική επιφάνεια.



32-5 Διάθλαση Νόμος του Snell



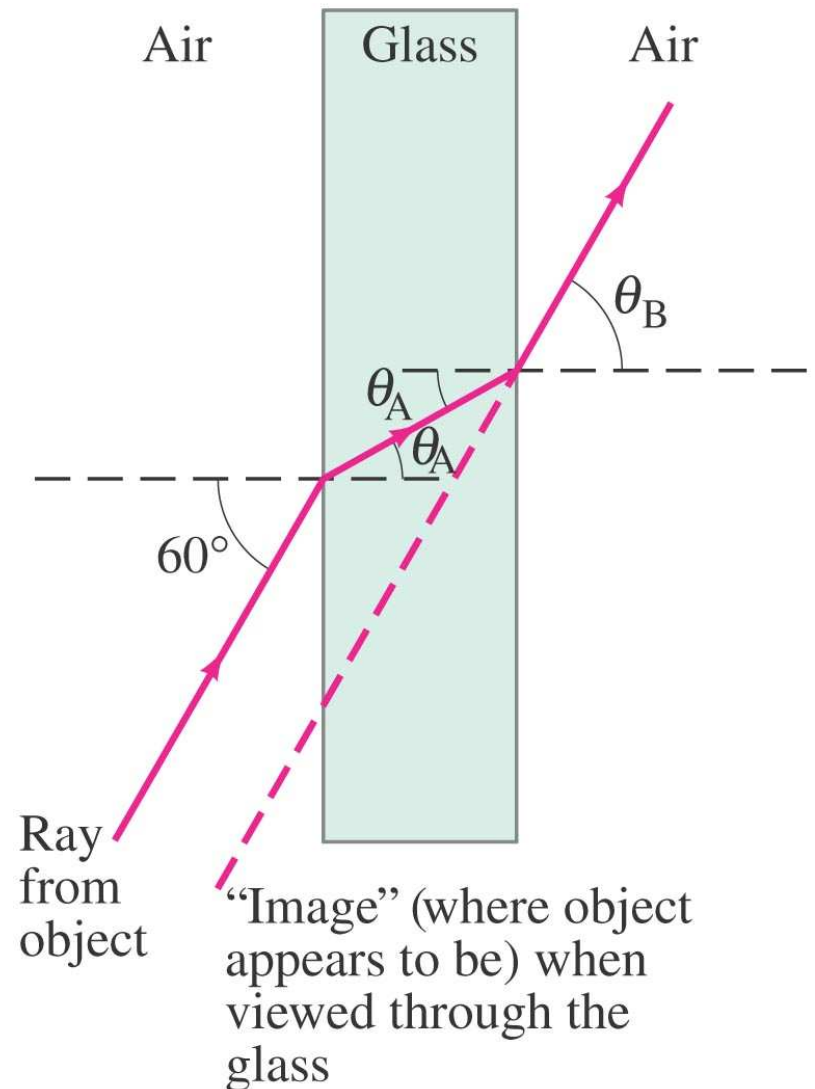
32-5 Διάθλαση Νόμος του Snell

Η γωνία διάθλασης προσδιορίζεται από τον νόμο του Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$

32-5 Διάθλαση Νόμος του Snell

Μια δέσμη φωτός πέφτει πάνω σε ένα κομμάτι (παραλληλεπίπεδο) γυαλιού με γωνία 60° . Εάν ο δείκτης διάθλασης είναι 1.50, (a) βρείτε την γωνία διάθλασης θ_A (b) την γωνία θ_B , εξόδου της δέσμης από το γυαλί.



APPROACH We apply Snell's law at the first surface, where the light enters the glass, and again at the second surface where it leaves the glass and enters the air.

SOLUTION (a) The incident ray is in air, so $n_1 = 1.00$ and $n_2 = 1.50$. Applying Snell's law where the light enters the glass ($\theta_1 = 60^\circ$) gives

$$\sin \theta_A = \frac{1.00}{1.50} \sin 60^\circ = 0.5774,$$

so $\theta_A = 35.3^\circ$.

(b) Since the faces of the glass are parallel, the incident angle at the second surface is just θ_A (simple geometry), so $\sin \theta_A = 0.5774$. At this second interface, $n_1 = 1.50$ and $n_2 = 1.00$. Thus the ray re-enters the air at an angle $\theta_B (= \theta_2)$ given by

$$\sin \theta_B = \frac{1.50}{1.00} \sin \theta_A = 0.866,$$

and $\theta_B = 60^\circ$. The direction of a light ray is thus unchanged by passing through a flat piece of glass of uniform thickness.

NOTE This result is valid for any angle of incidence. The ray is displaced slightly to one side, however. You can observe this by looking through a piece of glass (near its edge) at some object and then moving your head to the side slightly so that you see the object directly. It “jumps.”

32-5 Διάθλαση Νόμος του Snell

Τα γυαλιά ενός κολυμβητή έπεσαν στον πάτο μιας πισίνας με ένδειξη βάθους 1.0 m. Στον κολυμβητή όμως το βάθος μοιάζει πολύ μικρότερο. Γιατί; Τι βάθος μοιάζει να έχει η πισίνα όταν κοιτάμε κάθετα στην επιφάνεια του νερού;

APPROACH We draw a ray diagram showing two rays going upward from a point on the goggles at a small angle, and being refracted at the water's (flat) surface, Fig. 32–25. The two rays traveling upward from the goggles are refracted *away* from the normal as they exit the water, and so appear to be diverging from a point above the goggles (dashed lines), which is why the water seems less deep than it actually is.

SOLUTION To calculate the apparent depth d' (Fig. 32–25), given a real depth $d = 1.0$ m, we use Snell's law with $n_1 = 1.33$ for water and $n_2 = 1.0$ for air:

$$\sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1.$$

We are considering only small angles, so $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$, with θ in radians. So Snell's law becomes

$$\theta_2 \approx n_1 \theta_1.$$

From Fig. 32–25, we see that

$$\theta_2 \approx \tan \theta_2 = \frac{x}{d'} \quad \text{and} \quad \theta_1 \approx \tan \theta_1 = \frac{x}{d}.$$

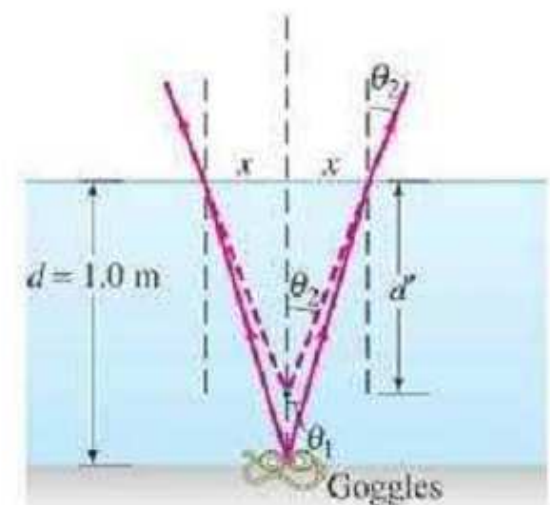
Putting these into Snell's law, $\theta_2 \approx n_1 \theta_1$, we get

$$\frac{x}{d'} \approx n_1 \frac{x}{d}$$

or

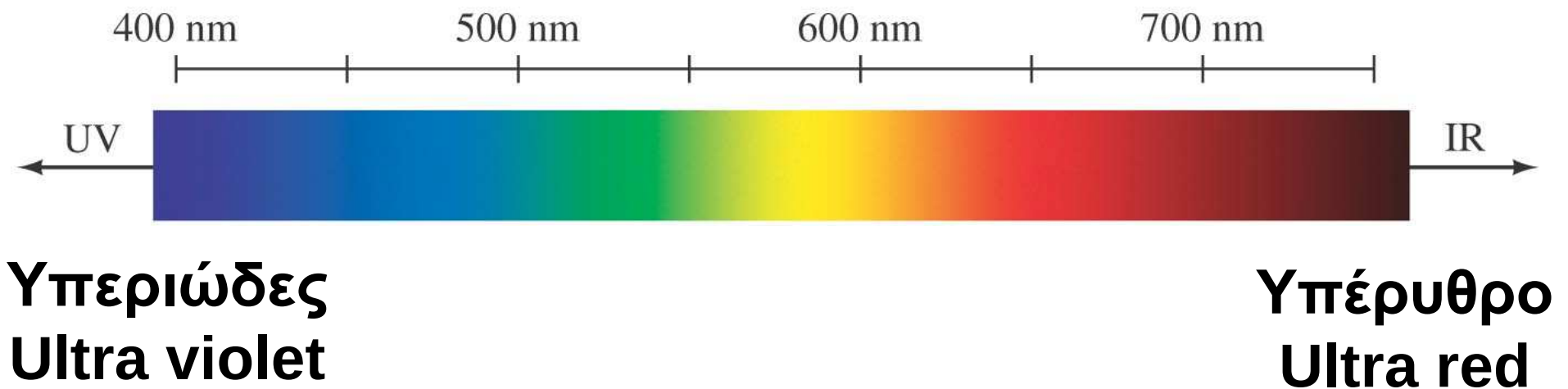
$$d' \approx \frac{d}{n_1} = \frac{1.0 \text{ m}}{1.33} = 0.75 \text{ m}.$$

The pool seems only three-fourths as deep as it actually is.



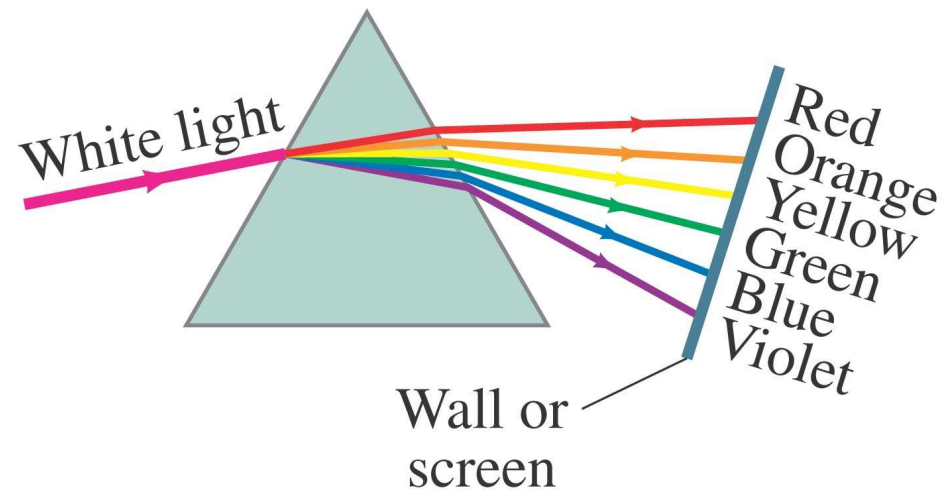
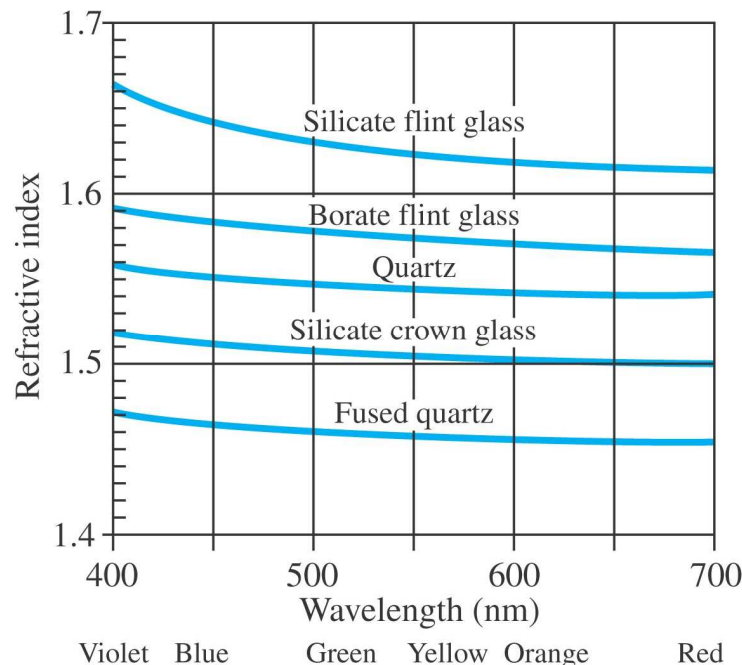
32-6 Ορατό Φάσμα Διασπορά

Το ορατό φάσμα περιέχει πολλές συχνότητες που είναι «ορατές» στο ανθρώπινο μάτι.



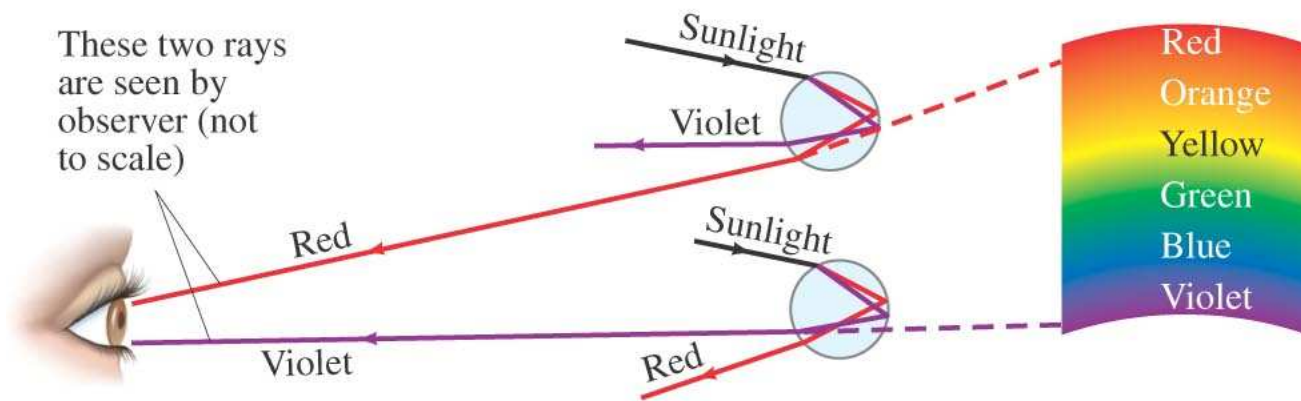
32-6 Ορατό Φάσμα Διασπορά

Για πολλά υλικά ο δείκτης διάθλασης αλλάζει σαν συνάρτηση του μήκους κύματος. Αυτός είναι και ο λόγος που ορισμένα υλικά, όπως τα πρίσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αναλύσουμε το φως στις συνιστώσες του.



32-6 Ορατό Φάσμα Διασπορά

Η ανάλυση του φωτός στα επιμέρους «χρώματα» (συχνότητες) ονομάζεται **διασπορά**



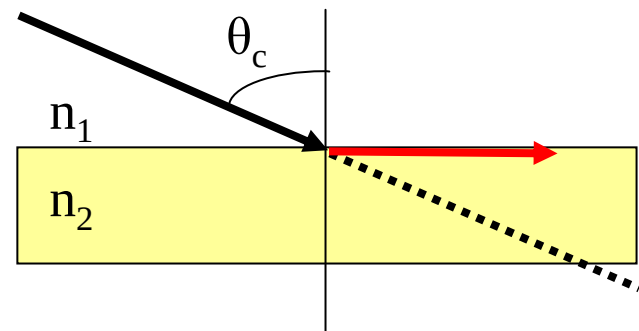
32-6 Ορατό Φάσμα Διασπορά

Το χρώμα αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο μήκος κύματος. Εάν κάποιο αντικείμενο εκπέμπει φώς στα 650 nm, που στον αέρα θα ήταν κόκκινο, στο νερό, λόγω του διαφορετικού δείκτη διάθλασης το «νέο-φαινομενολογικό» μήκος κύματος θα είναι $650 \text{ nm} / 1.33 = 489 \text{ nm}$, που στο αέρα θα ήταν μπλε. Γιατί όμως το μάτι μας συνεχίζει να το αντιλαμβάνεται ως κόκκινο;

32-7 Εσωτερική ανάκλαση

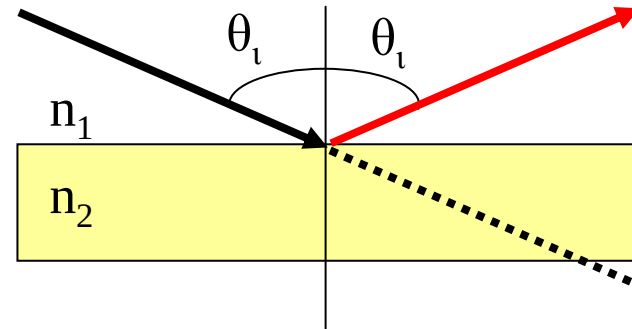
Όταν η διαθλώμενη γωνία είναι 90° , δηλ η εξερχόμενη δέσμη ακολουθεί την διαχωριστική επιφάνεια δύο υλικών, τότε η γωνία προσπτώσεως ονομάζεται κρίσιμη γωνία

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1}.$$

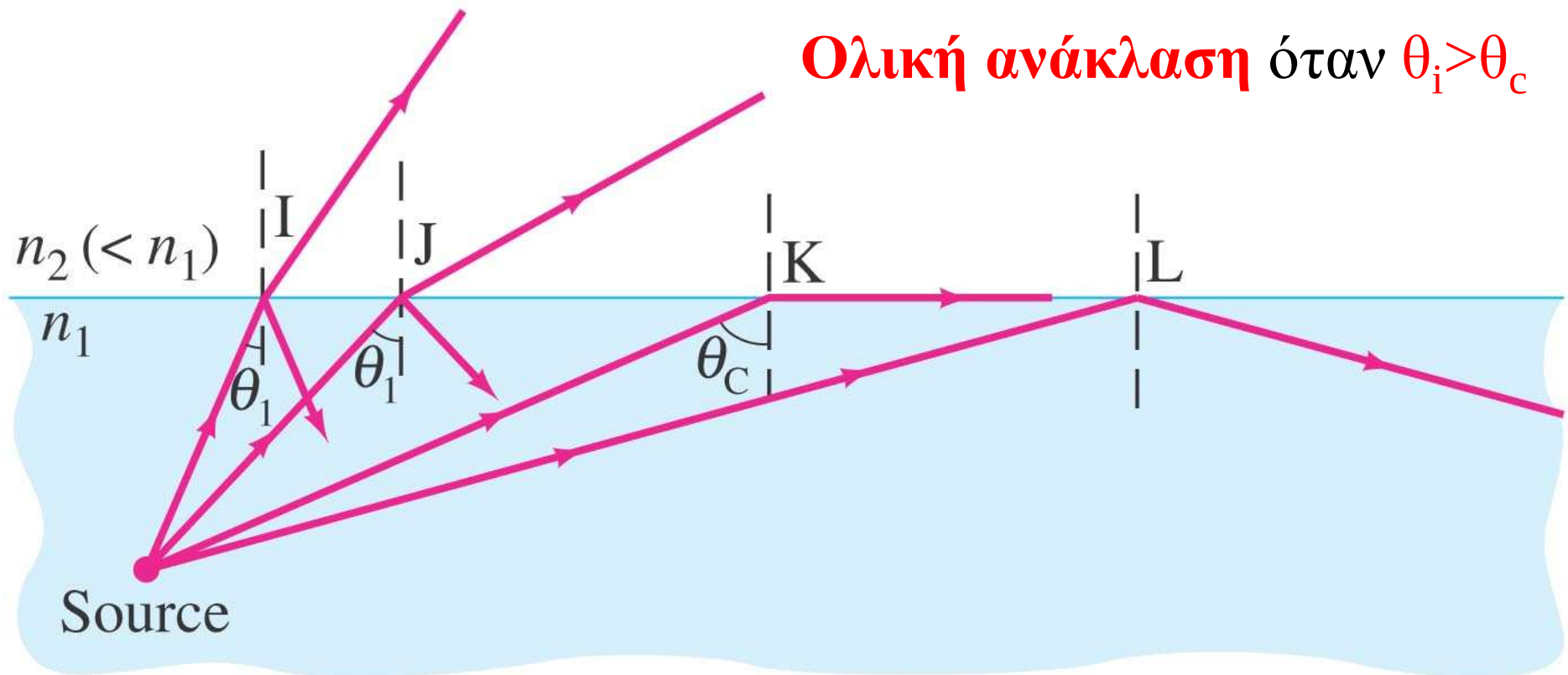


32-7 Εσωτερική ανάκλαση

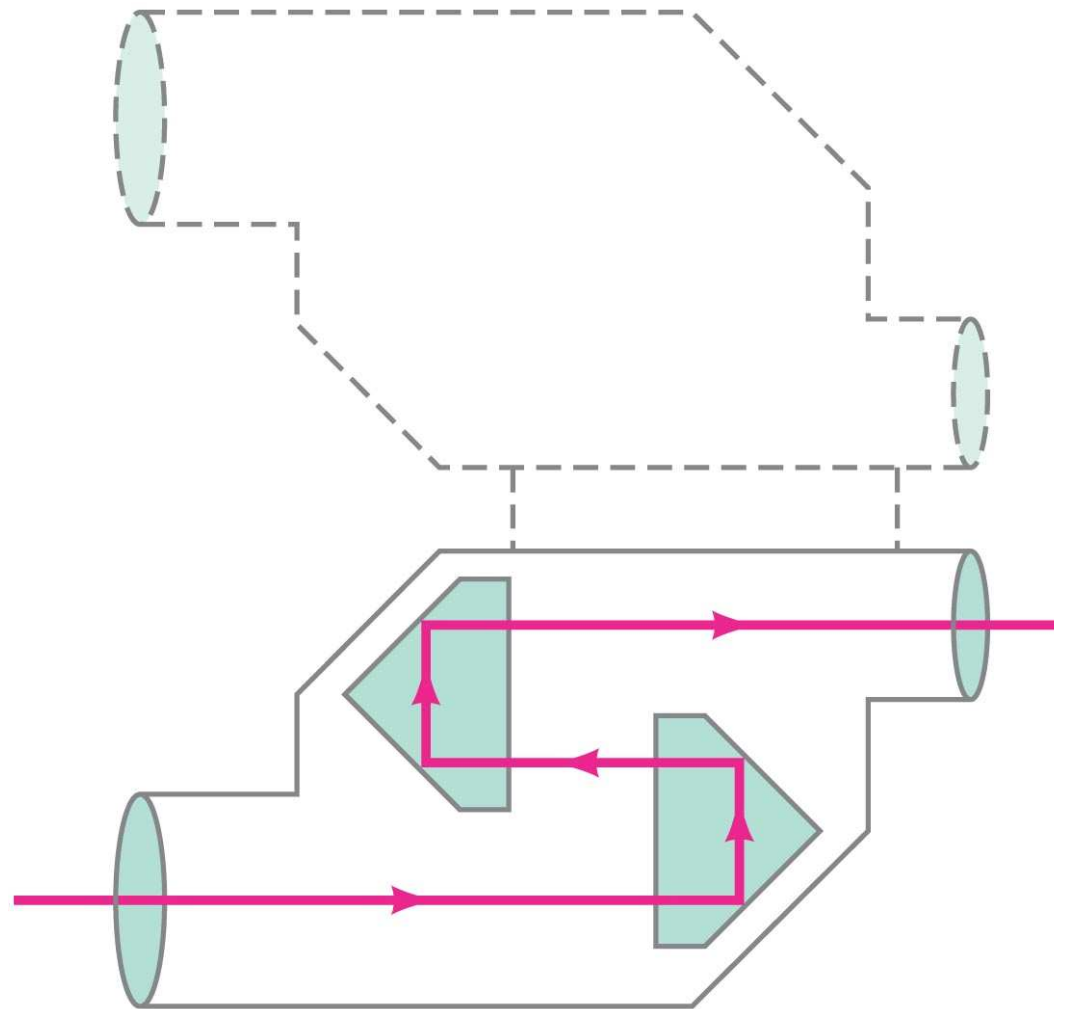
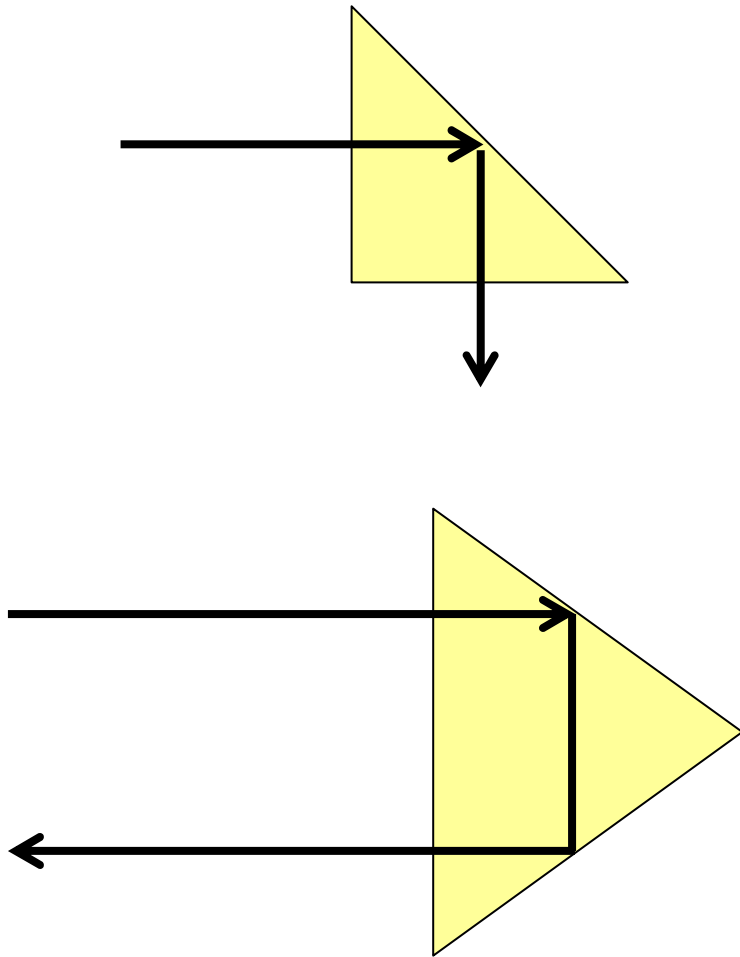
Πέραν της κρίσιμης γωνίας
η διαχωριστική επιφάνεια
δρα ως κάτοπτρο και
έχουμε ολική ανάκλαση.



Ολική ανάκλαση όταν $\theta_i > \theta_c$

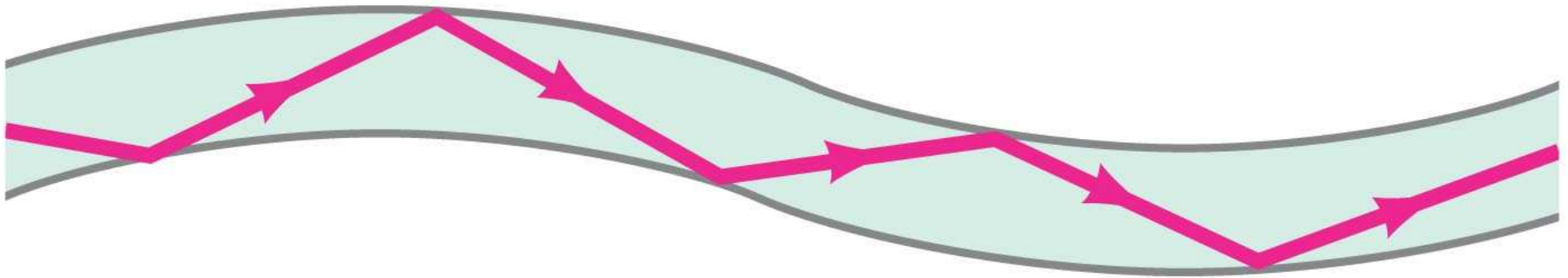


32-7 Εφαρμογές Εσωτερικής ανάκλασης



32-7 Οπτικές Ίνες

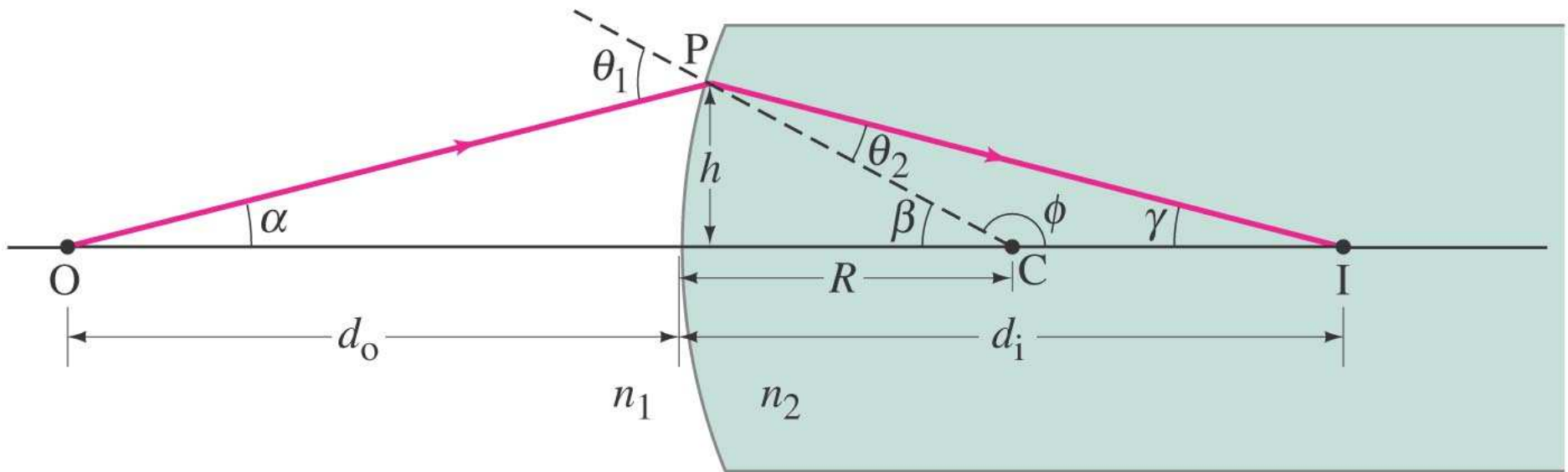
Μια πολύ σημαντική εφαρμογή της εσωτερικής ανάκλασης είναι οι οπτικές ίνες. Επιτυγχάνουμε διάδοση φωτός με ελάχιστες απώλειες για πολύ μεγάλες αποστάσεις.



32-8 Διάθλαση σε σφαιρική επιφάνεια

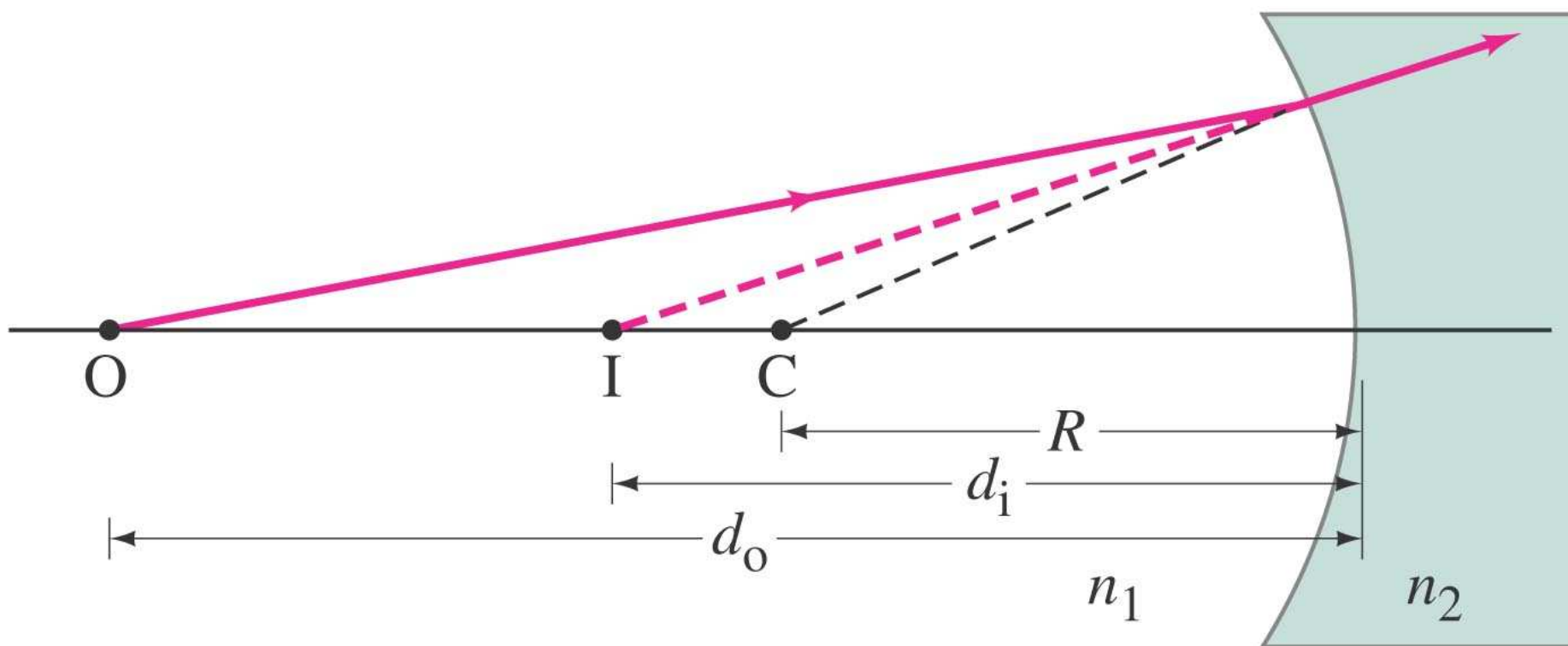
Η κυρτές διαχωριστικές επιφάνειες εστιάζουν την δέσμη του φωτός.

$$\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$



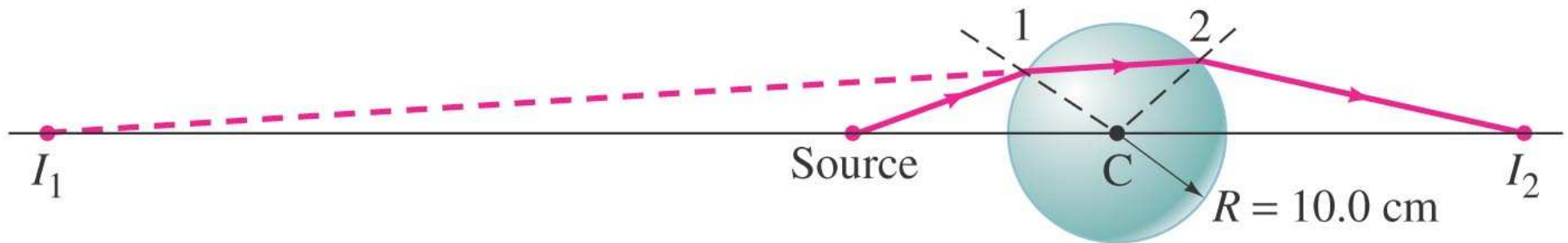
32-8 Διάθλαση σε σφαιρική επιφάνεια

Μια κοίλη διαχωριστική επιφάνεια αποκλίνει την δέσμη.



32-8 Διάθλαση σε σφαιρική επιφάνεια

Μια πηγή φωτός βρίσκεται 25.0 cm από το κέντρο μιας γυάλινης σφαίρας με ακτίνα 10.0 cm. Βρείτε το είδωλο.



APPROACH As shown in Fig. 32–40, there are two refractions, and we treat them successively, one at a time. The light rays from the source first refract from the convex glass surface facing the source. We analyze this first refraction, treating it as in Fig. 32–36, ignoring the back side of the sphere.

SOLUTION Using Eq. 32–8 (assuming paraxial rays) with $n_1 = 1.0$, $n_2 = 1.5$, $R = 10.0 \text{ cm}$, and $d_o = 25.0 \text{ cm} - 10.0 \text{ cm} = 15.0 \text{ cm}$, we solve for the image distance as formed at surface 1, d_{i1} :

$$\frac{1}{d_{i1}} = \frac{1}{n_2} \left(\frac{(n_2 - n_1)}{R} - \frac{n_1}{d_o} \right) = \frac{1}{1.5} \left(\frac{1.5 - 1.0}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1.0}{15.0 \text{ cm}} \right) = -\frac{1}{90.0 \text{ cm}}.$$

Thus, the image of the first refraction is located 90.0 cm *to the left* of the front surface. This image (I_1) now serves as the object for the refraction occurring at the back surface (surface 2) of the sphere. This surface is concave so $R = -10.0 \text{ cm}$, and we consider a ray close to the axis. Then the object distance is $d_{o2} = 90.0 \text{ cm} + 2(10.0 \text{ cm}) = 110.0 \text{ cm}$, and Eq. 32–8 yields, with $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.0$,

$$\frac{1}{d_{i2}} = \frac{1}{1.0} \left(\frac{1.0 - 1.5}{-10.0 \text{ cm}} - \frac{1.5}{110.0 \text{ cm}} \right) = \frac{4.0}{110.0 \text{ cm}}$$

so $d_{i2} = 28 \text{ cm}$. Thus, the final image is located a distance 28 cm from the back side of the sphere.

subtends a small angle θ . As shown in Fig. 33-33a, the object is placed at the focal point of a converging lens produces a virtual image, which the eye is to focus on it. If the eye is relaxed, the object is exactly at the focal point. If when you "focus" on the object viewed at the near point with the eye, the object subtends at the eye is much larger than the angle subtended by the object when using the unaided eye, with the object at the near point (normal eye):

$$M = \frac{\theta'}{\theta}, \quad (33-5)$$

where θ and θ' are shown in Fig. 33-33. We can write M in terms of the focal length by noting that $\theta = h/N$ (Fig. 33-33a), where h is the height of the object and we assume the angles are small so θ and θ' equal their sines and tangents. If the eye is relaxed (or least eye strain), the image will be at infinity and the object will be at the focal point; see Fig. 33-34. Then $d_o = f$ and $\theta' = h/f$. The magnification is

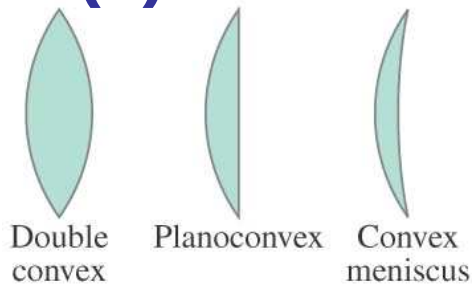
where θ and θ' are shown in Fig. 33-33. $\theta' = h/d_o$ (Fig. 33-33a), where length by noting that $\theta = h/N$ (Fig. 33-33b). Since the angles are small so θ and θ' equal h is the height of the object and we assume the eye is at the focal point; see Fig. 33-34. their sines and tangents. If the eye is at infinity and the object will be at $d_o = f$ and $\theta' = h/f$. The

Περιεχόμενα Κεφαλαίου 33

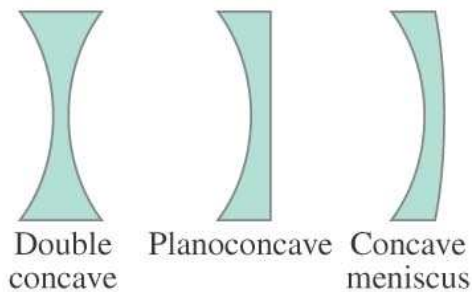
- Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας
- Εξίσωση Λεπτού Φακού-Μεγέθυνση
- Συνδυασμός Φακών
- Οι εξίσωση του Οπτικού
- Φωτογραφικές Μηχανές : Ψηφιακές και Φιλμ
- Το Ανθρώπινο Μάτι;
- Διορθωτικά Γυαλιά
- Μεγεθυντικά Τηλεσκόπια
- Σύνθετο Μικροσκόπιο
- Σφάλματα Κατόπτρων και Φακών

33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας

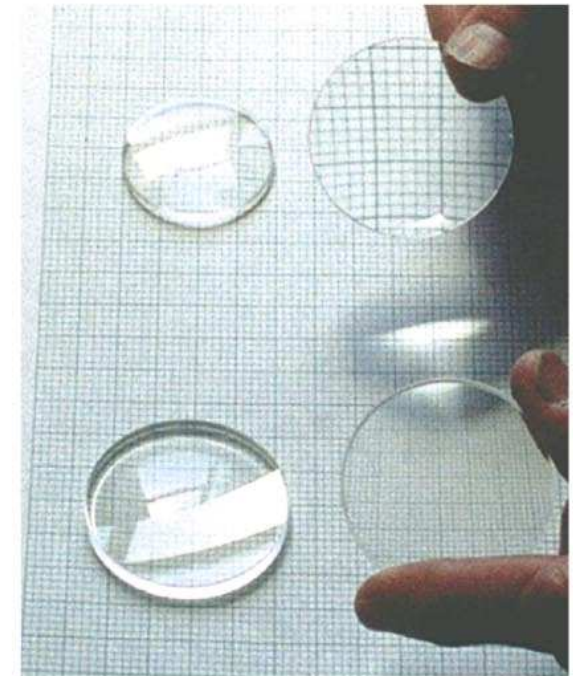
Λεπτός φακός είναι εκείνος που το πάχος του είναι πολύ μικρότερο από την ακτίνα καμπυλότητάς του. Υπάρχουν συγκλίνοντες και (a) αποκλίνοντες (b).



(a) Converging lenses

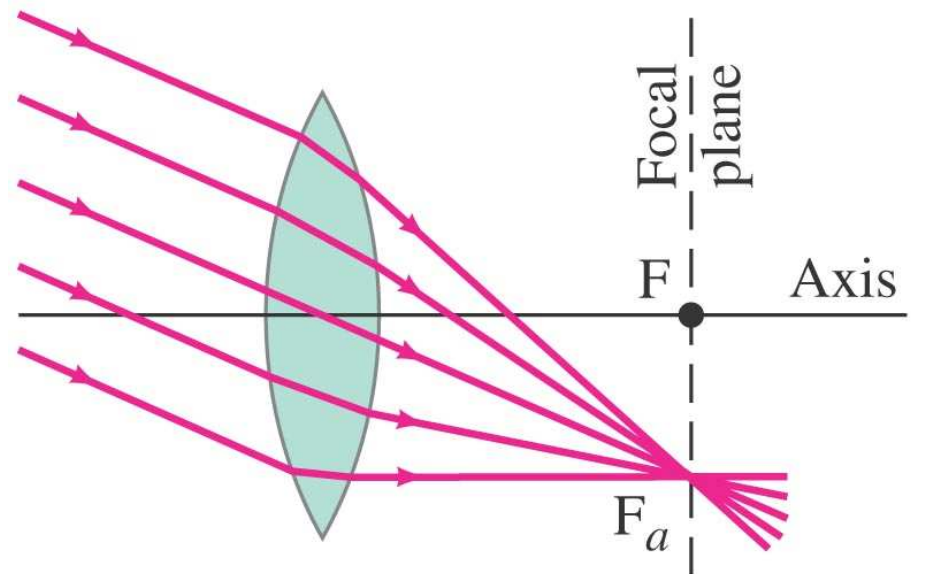
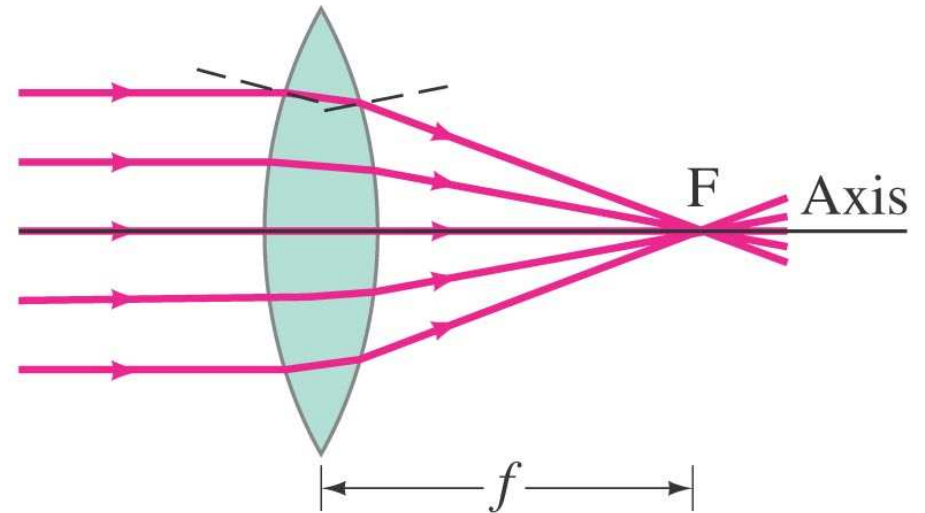


(b) Diverging lenses



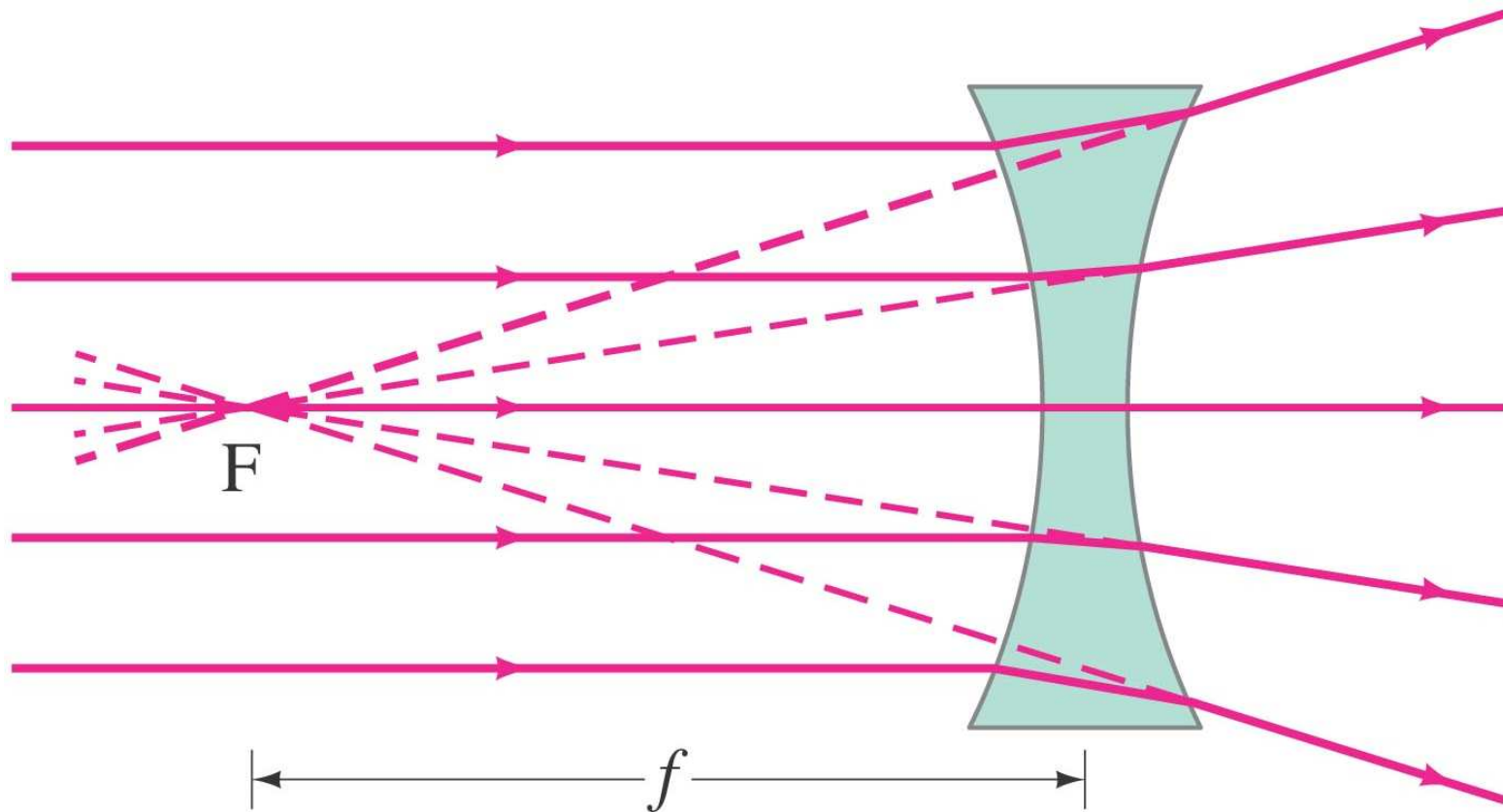
33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας

Εστίαση
παράλληλων
ακτίνων.



33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας

Απόκλιση δέσμης



33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας

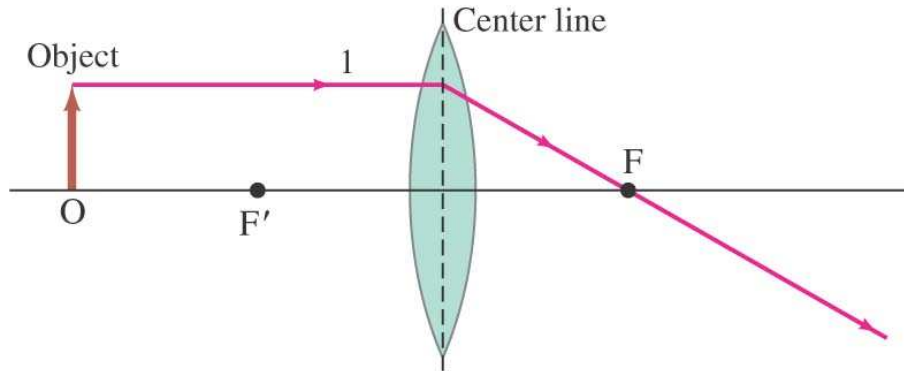
Η ισχύς ενός φακού είναι αντίστροφη της εστιακής απόστασης

$$P = \frac{1}{f}.$$

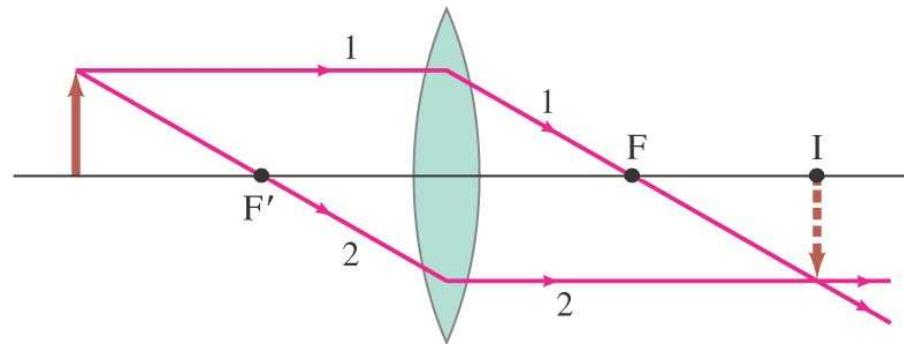
Η μονάδας ισχύος είναι η διόπτρα, D:

$$1 \text{ D} = 1 \text{ m}^{-1}.$$

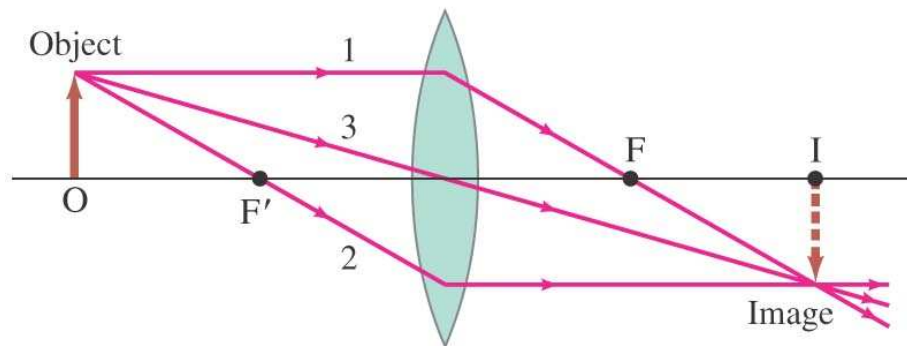
33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας



Ray 1 leaves one point on object going parallel to the axis, then refracts through focal point behind the lens.



Ray 2 passes through F' in front of the lens; therefore it is parallel to the axis behind the lens.



Ray 3 passes straight through the center of the lens (assumed very thin).



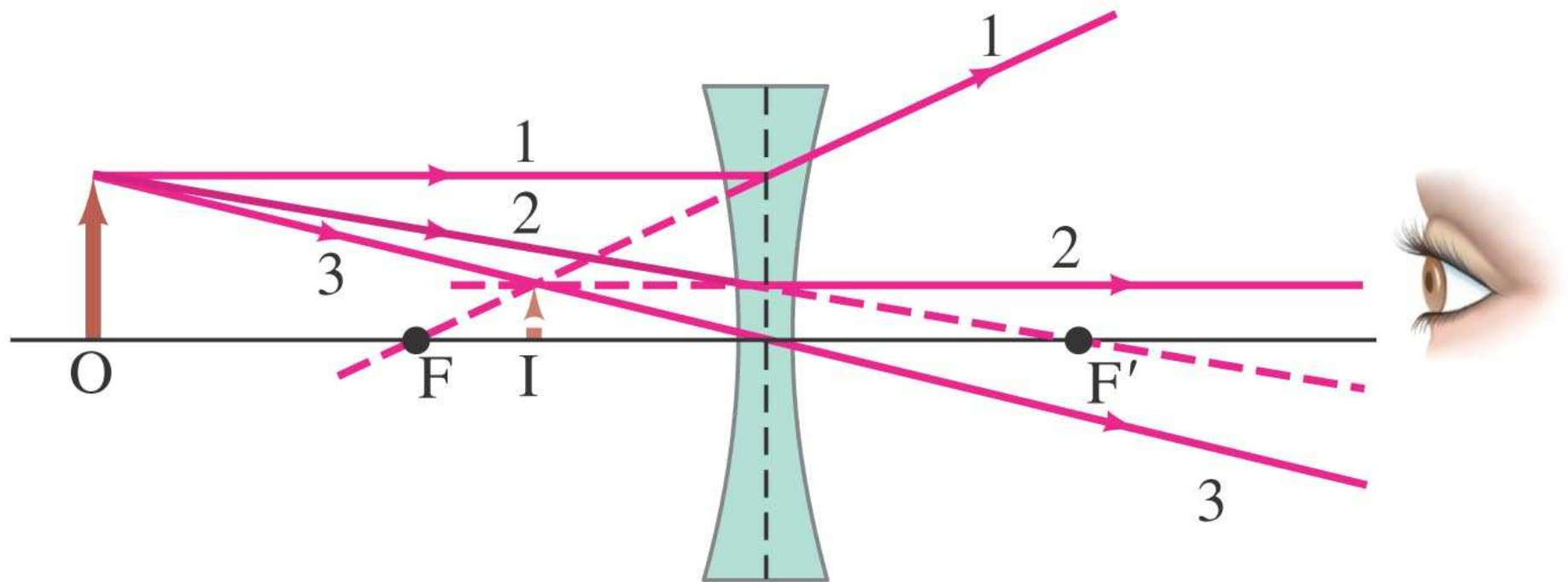
33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας

Τι θα συμβεί εάν καλύψουμε το
πάνω μισό ενός φακού με χαρτόνι;

**Μόνο η φωτεινότητα μειώνεται.
Το είδωλο παραμένει αναλλοίωτο**

33-1 Λεπτοί Φακοί-Διάδοση Ακτίνας

Για αποκλίνοντα φακό, το είδωλο είναι όρθιο και εικονικό.

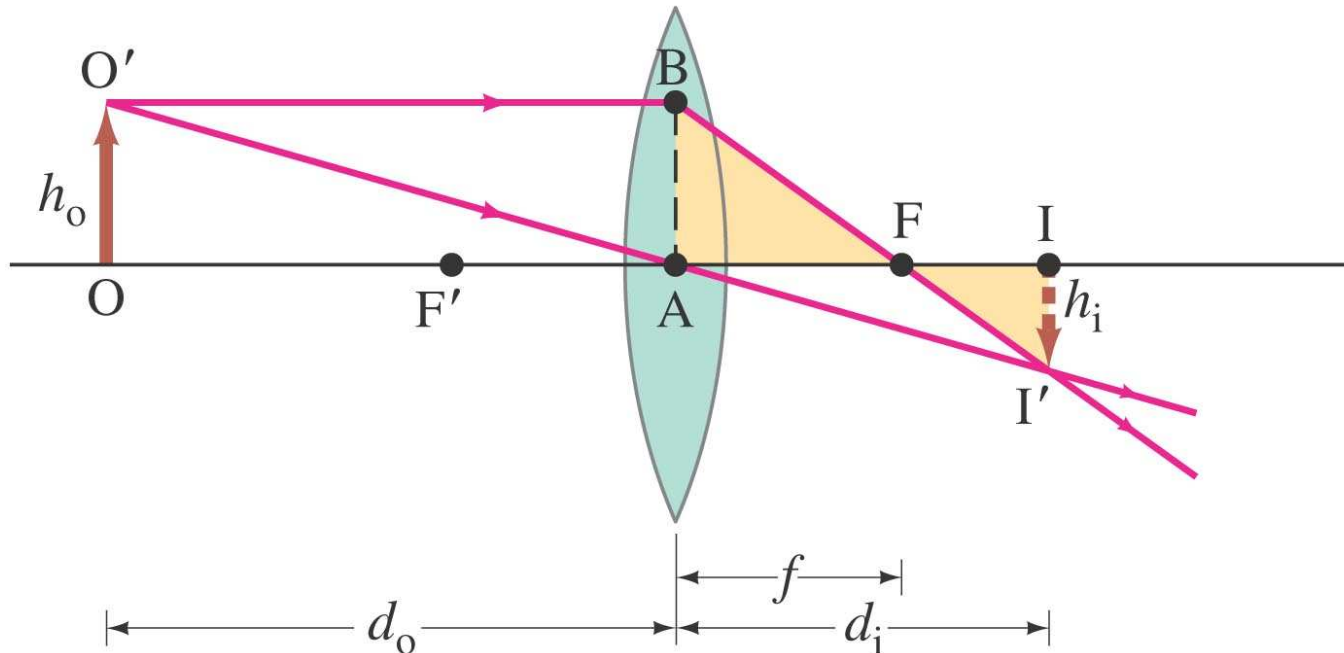


33-2 Η εξίσωση του λεπτού φακού-Μεγέθυνση

Η εξίσωση του λεπτού φακού είναι ανάλογη του κατόπτρου:

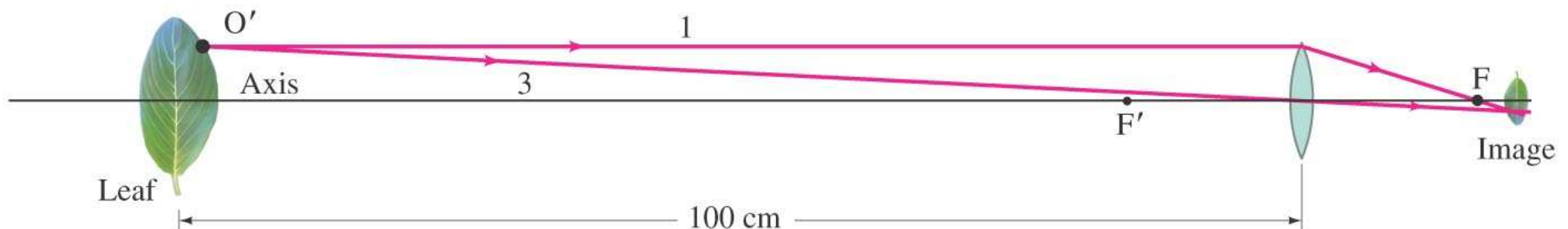
$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}.$$

$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}.$$



33-2 Η εξίσωση του λεπτού φακού- Μεγέθυνση

Ποια είναι (a) η θέση και (b) το μέγεθος του ειδώλου ενός φύλλου, ύψους 7.6-cm που βρίσκεται 1.00 m από φακό με εστιακή απόσταση +50.0-mm.



- 1. Ray diagram.** Figure 33-11 is an approximate ray diagram, showing only rays 1 and 3 for a single point on the leaf. We see that the image ought to be a little behind the focal point F , to the right of the lens.
- 2. Thin lens and magnification equations.** (a) We find the image position analytically using the thin lens equation, Eq. 33-2. The camera lens is converging, with $f = +5.00$ cm, and $d_o = 100$ cm, and so the thin lens equation gives

$$\begin{aligned}\frac{1}{d_i} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{5.00 \text{ cm}} - \frac{1}{100 \text{ cm}} \\ &= \frac{20.0 - 1.0}{100 \text{ cm}} = \frac{19.0}{100 \text{ cm}}.\end{aligned}$$

Then, taking the reciprocal,

$$d_i = \frac{100 \text{ cm}}{19.0} = 5.26 \text{ cm},$$

or 52.6 mm behind the lens.

(b) The magnification is

$$m = -\frac{d_i}{d_o} = -\frac{5.26 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = -0.0526,$$

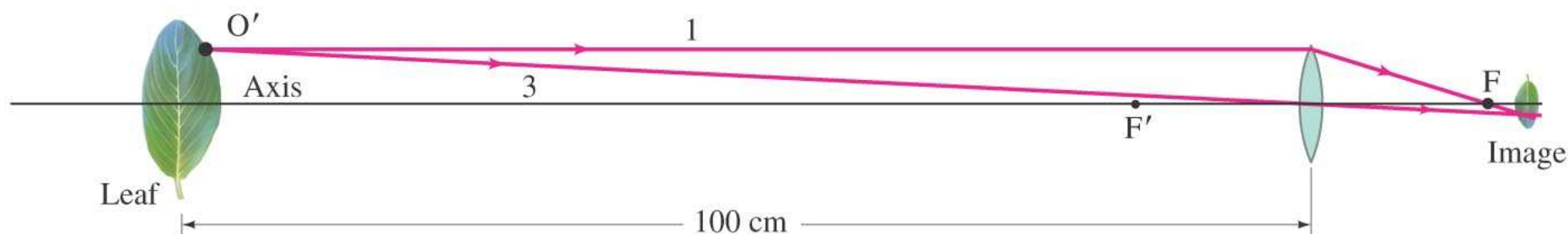
so

$$h_i = mh_o = (-0.0526)(7.6 \text{ cm}) = -0.40 \text{ cm}.$$

3. Sign conventions. The image distance d_i came out positive, so the image is behind the lens. The image height is $h_i = -0.40$ cm; the minus sign means the image is inverted.

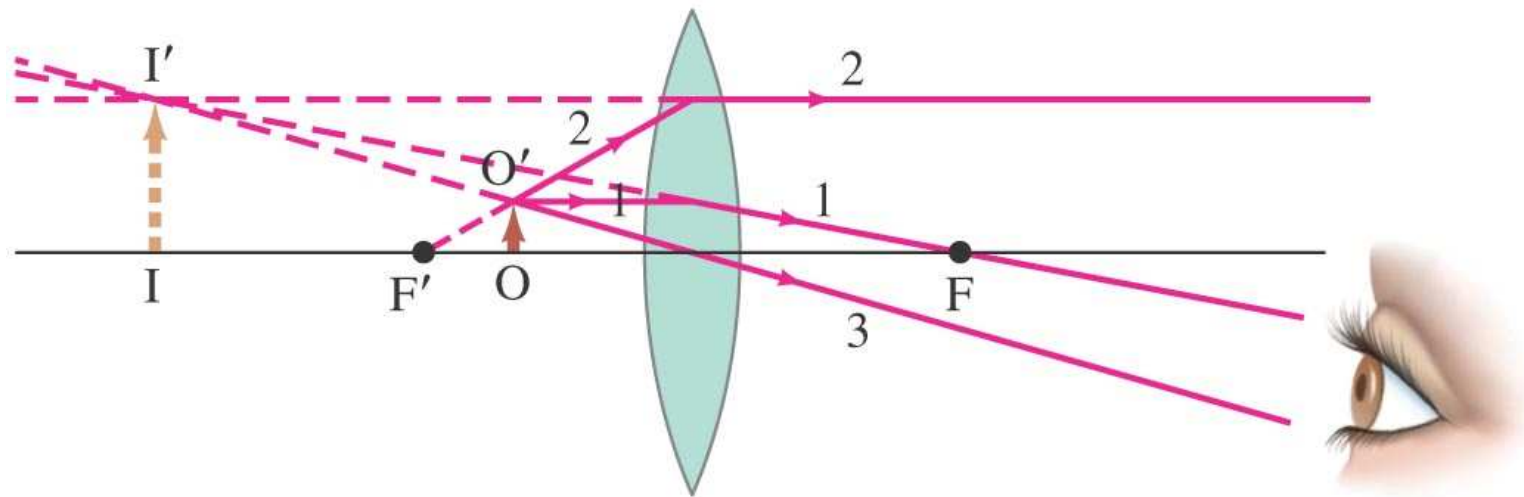
4. Consistency. The analytic results of steps (2) and (3) are consistent with the ray diagram, Fig. 33–11: the image is behind the lens and inverted.

NOTE Part (a) tells us that the image is 2.6 mm farther from the lens than the image for an object at infinity, which would equal the focal length, 50.0 mm. Indeed, when focusing a camera lens, the closer the object is to the camera, the farther the lens must be from the sensor or film.



33-2 Η εξίσωση του λεπτού φακού-Μεγέθυνση

Ένα αντικείμενο βρίσκεται 10 cm από συγκλίνοντα φακό με εστιακή απόσταση 15-cm. Βρείτε την θέση και το μέγεθος του ειδώλου (a) αναλυτικά και (b) με διάγραμμα ακτινών.



APPROACH We first use Eqs. 33–2 and 33–3 to obtain an analytic solution, and then confirm with a ray diagram using the special rays 1, 2, and 3 for a single object point.

SOLUTION (a) Given $f = 15 \text{ cm}$ and $d_o = 10 \text{ cm}$, then

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{15 \text{ cm}} - \frac{1}{10 \text{ cm}} = -\frac{1}{30 \text{ cm}},$$

and $d_i = -30 \text{ cm}$. (Remember to take the reciprocal!) Because d_i is negative, the image must be virtual and on the same side of the lens as the object. The magnification

$$m = -\frac{d_i}{d_o} = -\frac{-30 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 3.0.$$

The image is three times as large as the object and is upright. This lens is being used as a simple magnifying glass, which we discuss in more detail in Section 33–7.

(b) The ray diagram is shown in Fig. 33–12 and confirms the result in part (a). We choose point O' on the top of the object and draw ray 1, which is easy. But ray 2 may take some thought: if we draw it heading toward F' , it is going the wrong way—so we have to draw it as if coming from F' (and so dashed), striking the lens, and then going out parallel to the lens axis. We project it back parallel, with a dashed line, as we must do also for ray 1, in order to find where they cross. Ray 3 is drawn through the lens center, and it crosses the other two rays at the image point, I' .

NOTE From Fig. 33–12 we can see that, whenever an object is placed between a converging lens and its focal point, the image is virtual.

33-2 Η εξίσωση του λεπτού φακού-Μεγέθυνση

Που πρέπει να κάτσει ένα μικροσκοπικό έντομο ώστε το είδωλό του από ένα αποκλίνοντα 25 cm φακό, να σχηματιστεί 20 cm από το φακό στην ίδια πλευρά του αντικειμένου;

APPROACH The ray diagram is basically that of Fig. 33–10 because our lens here is diverging and our image is in front of the lens within the focal distance. (It would be a valuable exercise to draw the ray diagram to scale, precisely, now.) The insect's distance, d_o , can be calculated using the thin lens equation.

SOLUTION The lens is diverging, so f is negative: $f = -25$ cm. The image distance must be negative too because the image is in front of the lens (sign conventions), so $d_i = -20$ cm. Equation 33–2 gives

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{25 \text{ cm}} + \frac{1}{20 \text{ cm}} = \frac{-4 + 5}{100 \text{ cm}} = \frac{1}{100 \text{ cm}}.$$

So the object must be 100 cm in front of the lens.

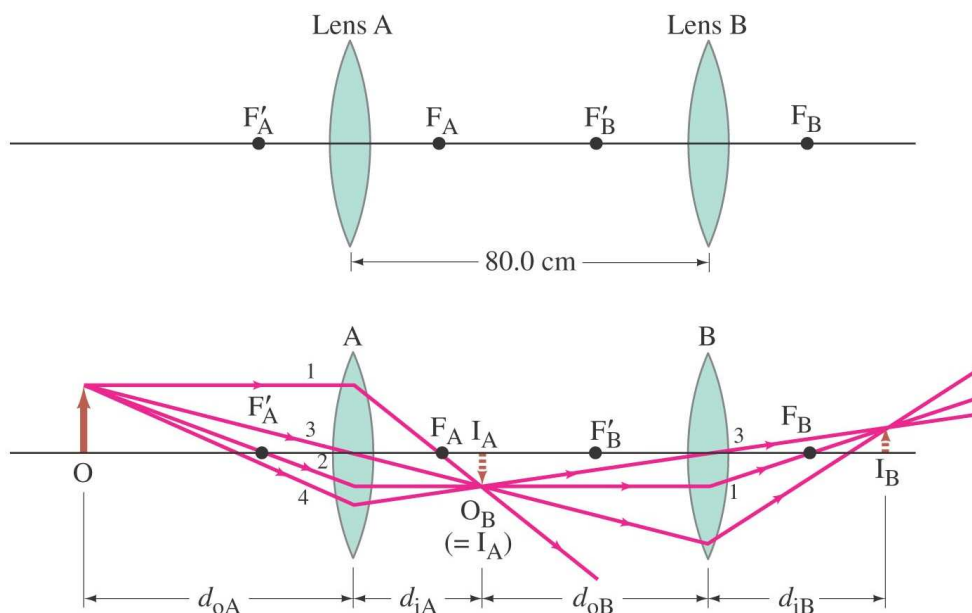
33-3 Συνδυαστικός φακός

Όταν συνδυάσουμε φακούς τότε το είδωλο του ενός αποτελεί αντικείμενου του άλλου.

Η συνολική μεγέθυνση είναι το γινόμενο των μεγεθύνσεων των φακών.

33-3 Συνδυαστικός φακός

Δύο συγκλίνοντες φακοί, A και B, με εστιακές αποστάσεις $f_A = 20.0 \text{ cm}$ και $f_B = 25.0 \text{ cm}$, βρίσκονται σε απόσταση 80.0 cm . Εάν το αντικείμενο βρίσκεται 60.0 cm από το πρώτο φακό βρείτε (a) την θέση και (b) την μεγέθυνση του τελικού ειδώλου εξ αιτίας του συνδυασμού των φακών.



APPROACH Starting at the tip of our object O, we draw rays 1, 2, and 3 for the first lens, A, and also a ray 4 which, after passing through lens A, acts as “ray 3” (through the center) for the second lens, B. Ray 2 for lens A exits parallel, and so is ray 1 for lens B. To determine the position of the image I_A formed by lens A, we use Eq. 33–2 with $f_A = 20.0 \text{ cm}$ and $d_{oA} = 60.0 \text{ cm}$. The distance of I_A (lens A’s image) from lens B is the object distance d_{oB} for lens B. The final image is found using the thin lens equation, this time with all distances relative to lens B. For (b) the magnifications are found from Eq. 33–3 for each lens in turn.

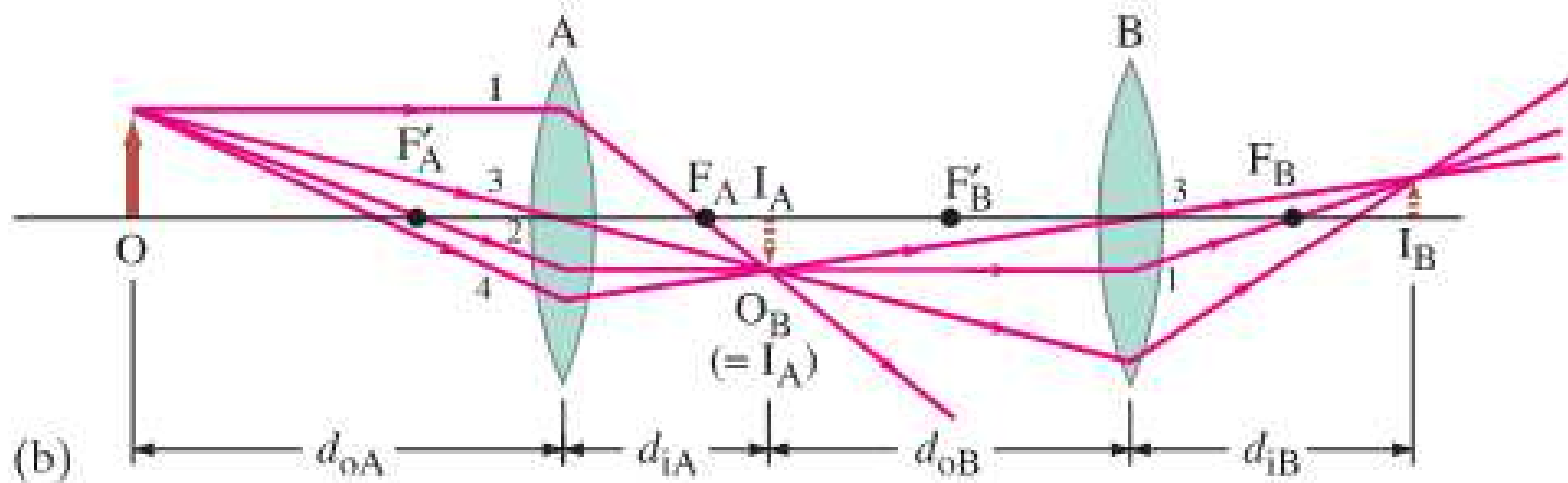
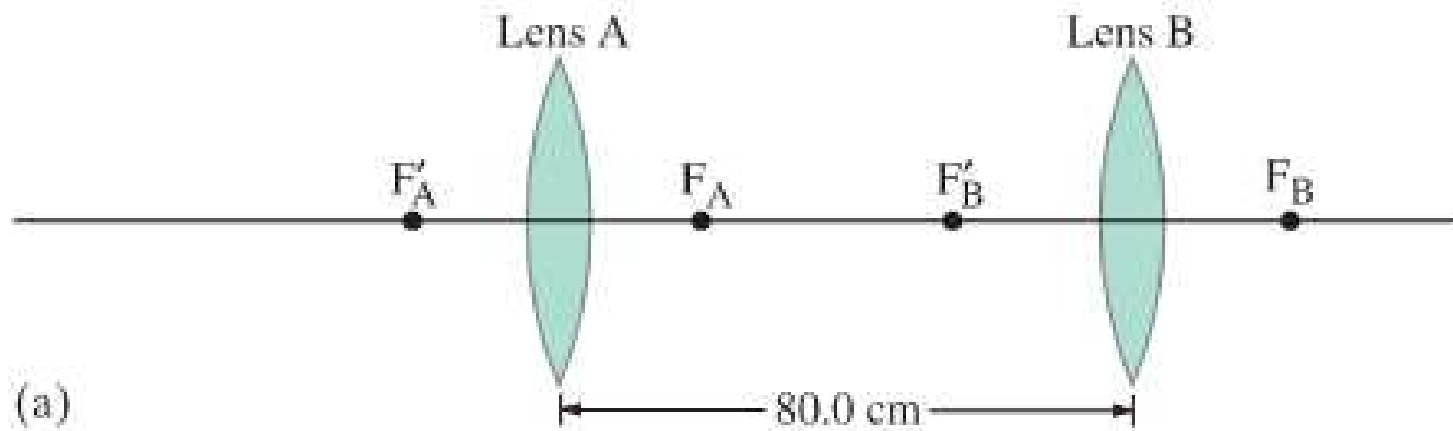
SOLUTION (a) The object is a distance $d_{oA} = +60.0 \text{ cm}$ from the first lens, A, and this lens forms an image whose position can be calculated using the thin lens equation:

$$\frac{1}{d_{iA}} = \frac{1}{f_A} - \frac{1}{d_{oA}} = \frac{1}{20.0 \text{ cm}} - \frac{1}{60.0 \text{ cm}} = \frac{3 - 1}{60.0 \text{ cm}} = \frac{1}{30.0 \text{ cm}}.$$

So the first image I_A is at $d_{iA} = 30.0 \text{ cm}$ behind the first lens. This image becomes the object for the second lens, B. It is a distance $d_{oB} = 80.0 \text{ cm} - 30.0 \text{ cm} = 50.0 \text{ cm}$ in front of lens B, as shown in Fig. 33–14b. The image formed by lens B, again using the thin lens equation, is at a distance d_{iB} from the lens B:

$$\frac{1}{d_{iB}} = \frac{1}{f_B} - \frac{1}{d_{oB}} = \frac{1}{25.0 \text{ cm}} - \frac{1}{50.0 \text{ cm}} = \frac{2 - 1}{50.0 \text{ cm}} = \frac{1}{50.0 \text{ cm}}.$$

Hence $d_{iB} = 50.0 \text{ cm}$ behind lens B. This is the final image—see Fig. 33–14b.



(b) Lens A has a magnification (Eq. 33-3)

$$m_A = -\frac{d_{iA}}{d_{oA}} = -\frac{30.0 \text{ cm}}{60.0 \text{ cm}} = -0.500.$$

Thus, the first image is inverted and is half as high as the object (again Eq. 33-3):

$$h_{iA} = m_A h_{oA} = -0.500 h_{oA}.$$

Lens B takes this image as object and changes its height by a factor

$$m_B = -\frac{d_{iB}}{d_{oB}} = -\frac{50.0 \text{ cm}}{50.0 \text{ cm}} = -1.000.$$

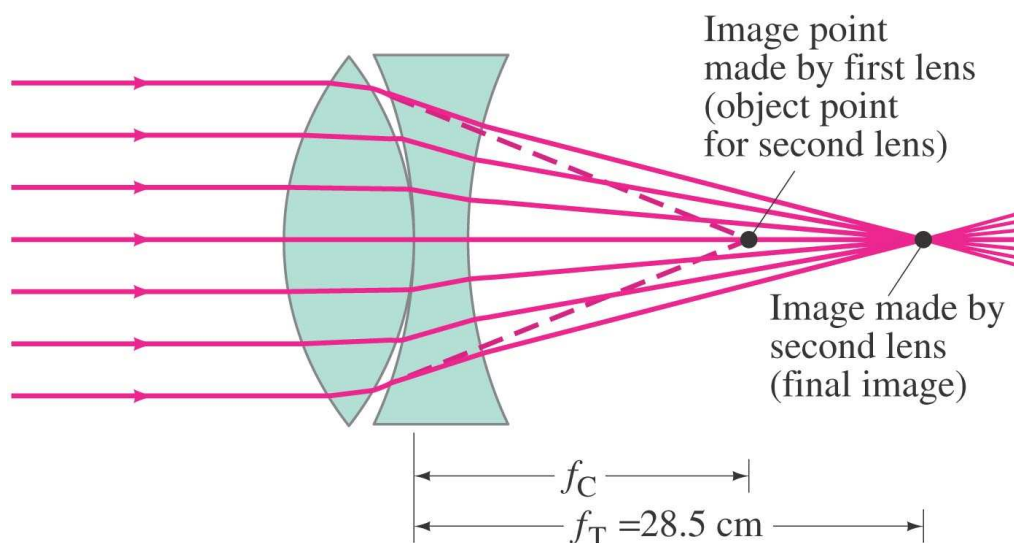
The second lens reinverts the image (the minus sign) but doesn't change its size. The final image height is (remember h_{oB} is the same as h_{iA})

$$h_{iB} = m_B h_{oB} = m_B h_{iA} = m_B m_A h_{oA} = (m_{\text{total}}) h_{oA}.$$

The total magnification is the product of m_A and m_B , which here equals $m_{\text{total}} = m_A m_B = (-1.000)(-0.500) = +0.500$, or half the original height, and the final image is upright.

33-3 Συνδυαστικός φακός

Για τον προσδιορισμό της εστιακής απόστασης ενός αποκλίνοντος φακού, χρησιμοποιούμε εάν συγκλίνοντα φακό σε «επαφή» με έναν αποκλίνοντα. Εάν η εστιακή απόσταση του συγκλίνοντα είναι f_C of 16.0 cm πόση είναι η εστιακή απόσταση του αποκλίνοντα εάν ο συνδυαστικός φακός εστιάζει στα 28.5 cm. Υποθέτουμε ότι και οι δύο φακοί είναι λεπτοί και αμελούμε την απόσταση μεταξύ τους.



APPROACH The image distance for the first lens equals its focal length (16.0 cm) since the object distance is infinity (∞). The position of this image, even though it is never actually formed, acts as the object for the second (diverging) lens. We apply the thin lens equation to the diverging lens to find its focal length, given that the final image is at $d_i = 28.5$ cm.

SOLUTION If the diverging lens was absent, the converging lens would form the image at its focal point—that is, at a distance $f_C = 16.0$ cm behind it (dashed lines in Fig. 33–15). When the diverging lens is placed next to the converging lens, we treat the image formed by the first lens as the *object* for the second lens. Since this object lies to the right of the diverging lens, this is a situation where d_o is negative (see the sign conventions, page 871). Thus, for the diverging lens, the object is virtual and $d_o = -16.0$ cm. The diverging lens forms the image of this virtual object at a distance $d_i = 28.5$ cm away (given). Thus,

$$\frac{1}{f_D} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{-16.0 \text{ cm}} + \frac{1}{28.5 \text{ cm}} = -0.0274 \text{ cm}^{-1}.$$

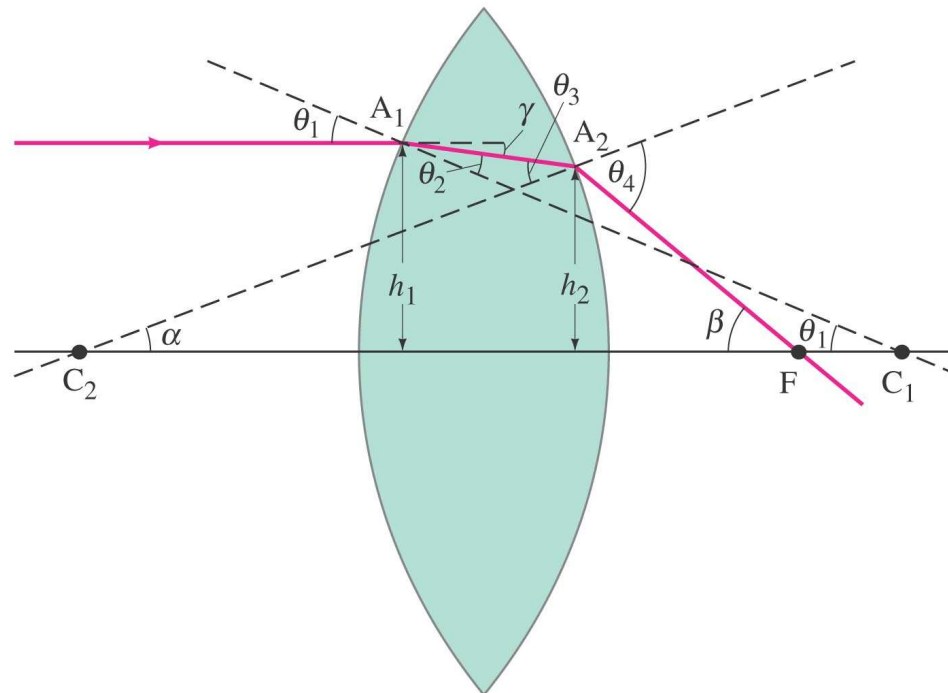
We take the reciprocal to find $f_D = -1/(0.0274 \text{ cm}^{-1}) = -36.5$ cm.

NOTE If this technique is to work, the converging lens must be “stronger” than the diverging lens—that is, it must have a focal length whose magnitude is less than that of the diverging lens. (Rays from the Sun are focused 28.5 cm behind the combination, so the focal length of the total combination is $f_T = 28.5$ cm.)

33-4 Η εξίσωση του Φακού

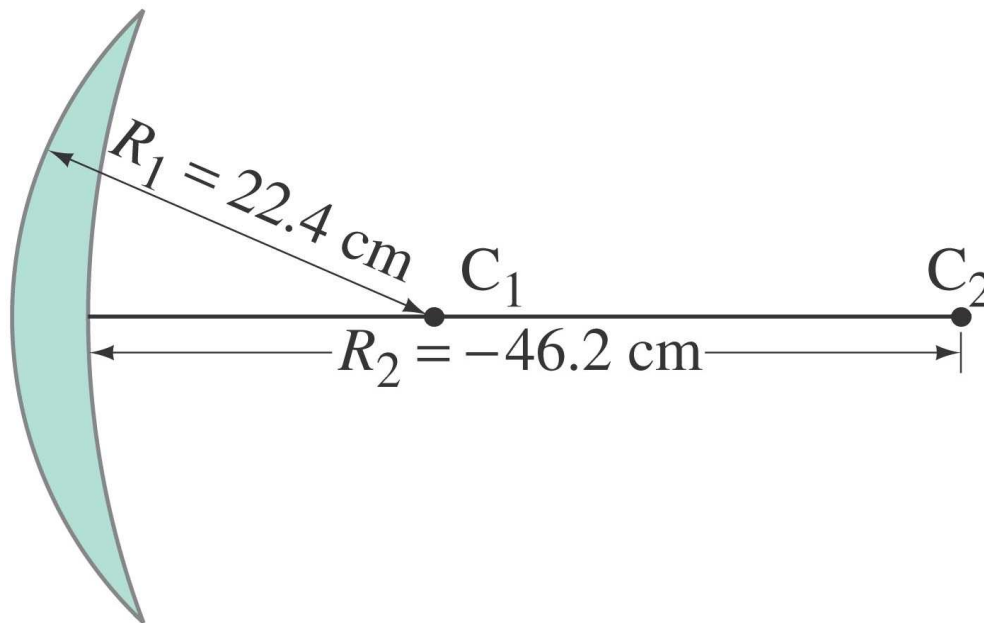
Μια χρήσιμη εξίσωση που συνδέει τις ακτίνες καμπυλότητας ενός φακού με τον δείκτη διάθλασης και την εστιακή απόσταση είναι

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$



33-4 Η εξίσωση του Φακού

Ένας γυάλινος φακός «κυρτός μηνίσκος» έχει $n = 1.50$. Η ακτίνα της κυρτή πλευράς είναι 22.4 cm και της κοίλης 46.2 cm . (a) Ποια είναι η εστιακή απόσταση; (b) Που θα σχηματιστεί το είδωλο ενός αντικειμένου που βρίσκεται στα 2.00 m ;



APPROACH We use Eq. 33-4, noting that R_2 is negative because it refers to the concave surface.

SOLUTION (a) $R_1 = 22.4 \text{ cm}$ and $R_2 = -46.2 \text{ cm}$.

Then

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= (1.50 - 1.00) \left(\frac{1}{22.4 \text{ cm}} - \frac{1}{46.2 \text{ cm}} \right) \\ &= 0.0115 \text{ cm}^{-1}.\end{aligned}$$

So

$$f = \frac{1}{0.0115 \text{ cm}^{-1}} = 87.0 \text{ cm}$$

and the lens is converging. Notice that if we turn the lens around so that $R_1 = -46.2 \text{ cm}$ and $R_2 = +22.4 \text{ cm}$, we get the same result.

(b) From the lens equation, with $f = 0.870 \text{ m}$ and $d_o = 2.00 \text{ m}$, we have

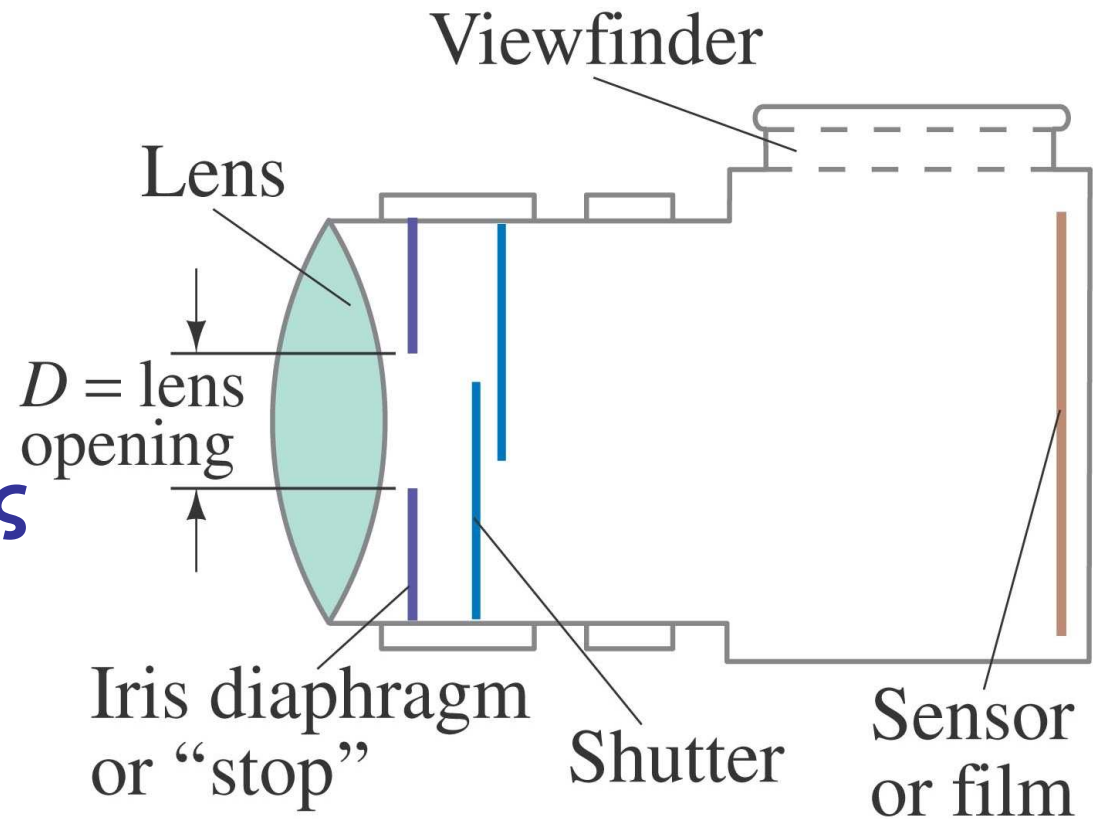
$$\begin{aligned}\frac{1}{d_i} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{0.870 \text{ m}} - \frac{1}{2.00 \text{ m}} \\ &= 0.649 \text{ m}^{-1},\end{aligned}$$

so $d_i = 1/0.649 \text{ m}^{-1} = 1.54 \text{ m}$.

33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

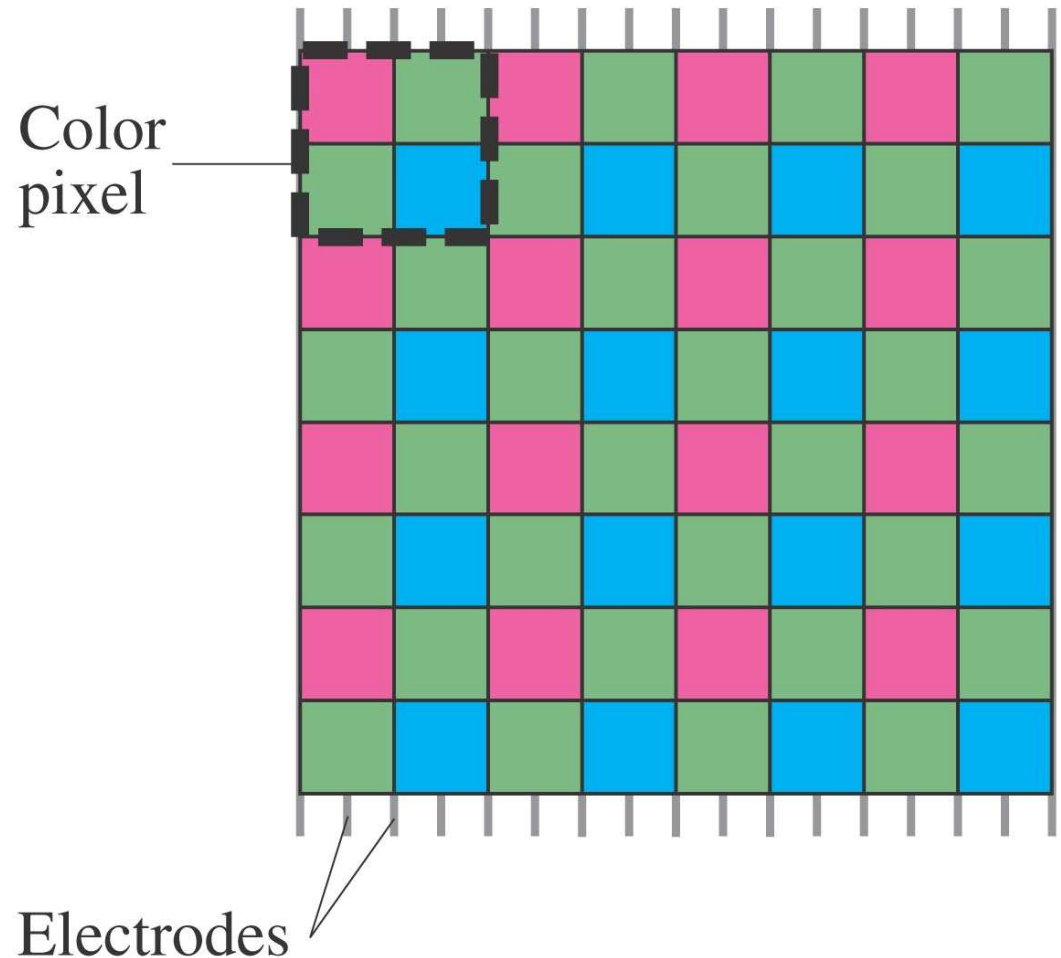
Βασικά στοιχεία:

- Φακός
- Σκοτεινό κουτί
- Ίριδα/διάφραγμα
- Φιλμ ή αισθητήρας



33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Η ψηφιακές
μηχανές
χρησιμοποιούν
αισθητήρες CCD
(charge coupled
devises) αντί για
φιλμ.



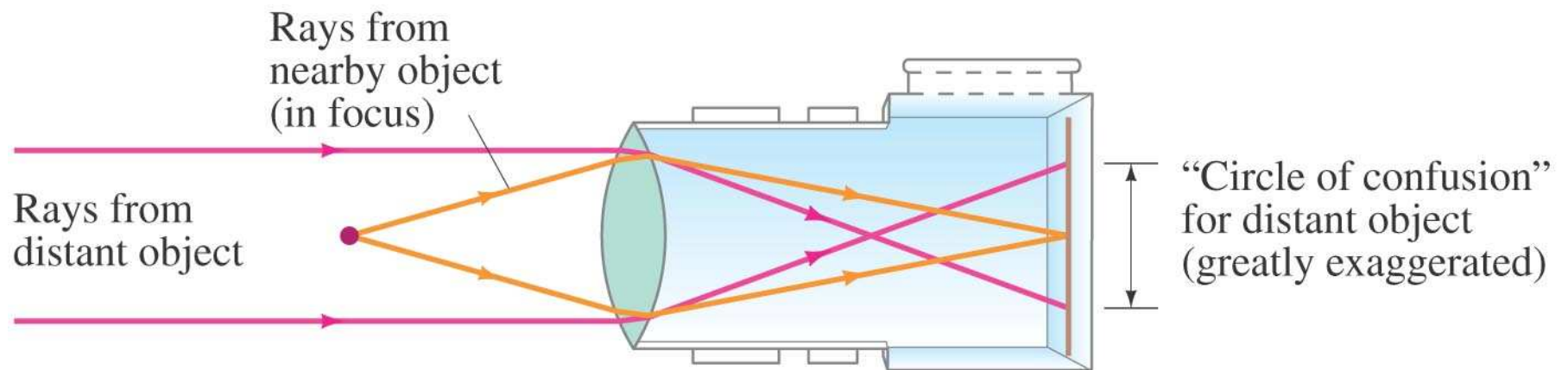
33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Ρυθμίσεις φωτογραφικών μηχανών:

- Ταχύτητα της φωτοφράχτη (shutter): ελέγχει το χρόνο στο οποίο εκτίθεται το εσωτερικό της μηχανής στο φως.
- f -stop: ελέγχει το μέγεθος του διαφράγματος.
- Εστίαση: ρυθμίζει την απόσταση του φακού ώστε το είδωλο να σχηματιστεί πάνω στο φιλμ/αισθητήρα.

33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Υπάρχει περιορισμός στις αποστάσεις όπου μια φωτογραφική μηχανή μπορεί να εστιάσει.



33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Πόσο πρέπει να μετακινηθεί ο φακός μιας μηχανής με εστιακή απόσταση 50.0-mm, από την θέση ∞ , προκειμένου να εστιάσει ένα αντικείμενο που βρίσκεται στα 3.00 m

APPROACH For an object at infinity, the image is at the focal point, by definition. For an object distance of 3.00 m, we use the thin lens equation, Eq. 33-2, to find the image distance (distance of lens to film or sensor).

SOLUTION When focused at infinity, the lens is 50.0 mm from the film. When focused at $d_o = 3.00$ m, the image distance is given by the lens equation,

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{50.0 \text{ mm}} - \frac{1}{3000 \text{ mm}} = \frac{3000 - 50}{(3000)(50.0) \text{ mm}} = \frac{2950}{150,000 \text{ mm}}$$

We solve for d_i and find $d_i = 50.8$ mm, so the lens needs to move 0.8 mm away from the film or digital sensor.

33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Προκειμένου να βελτιώσουμε την ικανότητα εστίασης μιας μηχανής, μειώνουμε το διάφραγμα από f σε $f/4$ και $f/8$. Προκειμένου να διατηρήσουμε την ίδια φωτεινότητα πόσο πρέπει να γίνει η ταχύτητα του διαφράγματος;

RESPONSE The amount of light admitted by the lens is proportional to the area of the lens opening. Reducing the lens opening by two f -stops reduces the diameter by a factor of 2, and the area by a factor of 4. To maintain the same exposure, the shutter must be open four times as long. If the shutter speed had been $\frac{1}{500}$ s, you would have to increase the exposure time to $\frac{1}{125}$ s.

33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Μια ψηφιακή μηχανή με 6-MP (6-megapixel) έχει μέγιστη διακριτική ικανότητα 2000 x 3000 pixels με αισθητήρα 16-mm x 24-mm. Πόσο «γρήγορος» πρέπει να είναι φακός για να εκμεταλλευτεί αυτή την διακριτική ικανότητα;

APPROACH We find the number of pixels per millimeter and require the lens to be at least that good.

SOLUTION We can either take the image height (2000 pixels in 16 mm) or the width (3000 pixels in 24 mm):

$$\frac{3000 \text{ pixels}}{24 \text{ mm}} = 125 \text{ pixels/mm.}$$

We would want the lens to be able to resolve at least 125 lines or dots per mm as well, which would be a very good lens. If the lens is not this good, fewer pixels and less memory could be used.

NOTE Increasing lens resolution is a tougher problem today than is squeezing more pixels on a CCD or CMOS. The sensor for high MP cameras must also be physically larger for greater light sensitivity (low light conditions).

33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Μια μεγεθυμένη φωτογραφία έχει «καλή» ευκρίνεια όταν έχει ανάλυση τουλάχιστον 10 dots/mm. Εάν μια φωτογραφία που τραβήχτηκε με την μηχανή του παραδείγματος 33–10, μεγεθυνθεί σε 8 x 10-inch θα είναι ευκρινής; Ποιο το μέγιστο μέγεθος μιας εικόνας 2000 x 3000-pixel ώστε να είναι ευκρινής;

APPROACH We assume the image is 2000×3000 pixels on a 16×24 -mm CCD as in Example 33–10, or 125 pixels/mm. We make an enlarged photo 8×10 in. = $20 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$.

SOLUTION The short side of the CCD is $16 \text{ mm} = 1.6 \text{ cm}$ long, and that side of the photograph is 8 inches or 20 cm. Thus the size is increased by a factor of $20 \text{ cm}/1.6 \text{ cm} = 12.5\times$ (or $25 \text{ cm}/2.4 \text{ cm} \approx 10\times$). To fill the 8×10 -in. paper, we assume the enlargement is $12.5\times$. The pixels are thus enlarged $12.5\times$; so the pixel count of 125/mm on the CCD becomes 10 per mm on the print. Hence an 8×10 -inch print is just about the maximum possible for a sharp photograph with 6 megapixels. If you feel 7 dots per mm is good enough, you can enlarge to maybe 11×14 inches.

33-5 Φωτογραφικές Μηχανές

Υπάρχουν διάφοροι τύποι φακών

Telephoto lens: Φακοί μεγάλης εστιακής απόστασης, μεγάλες εικόνες.

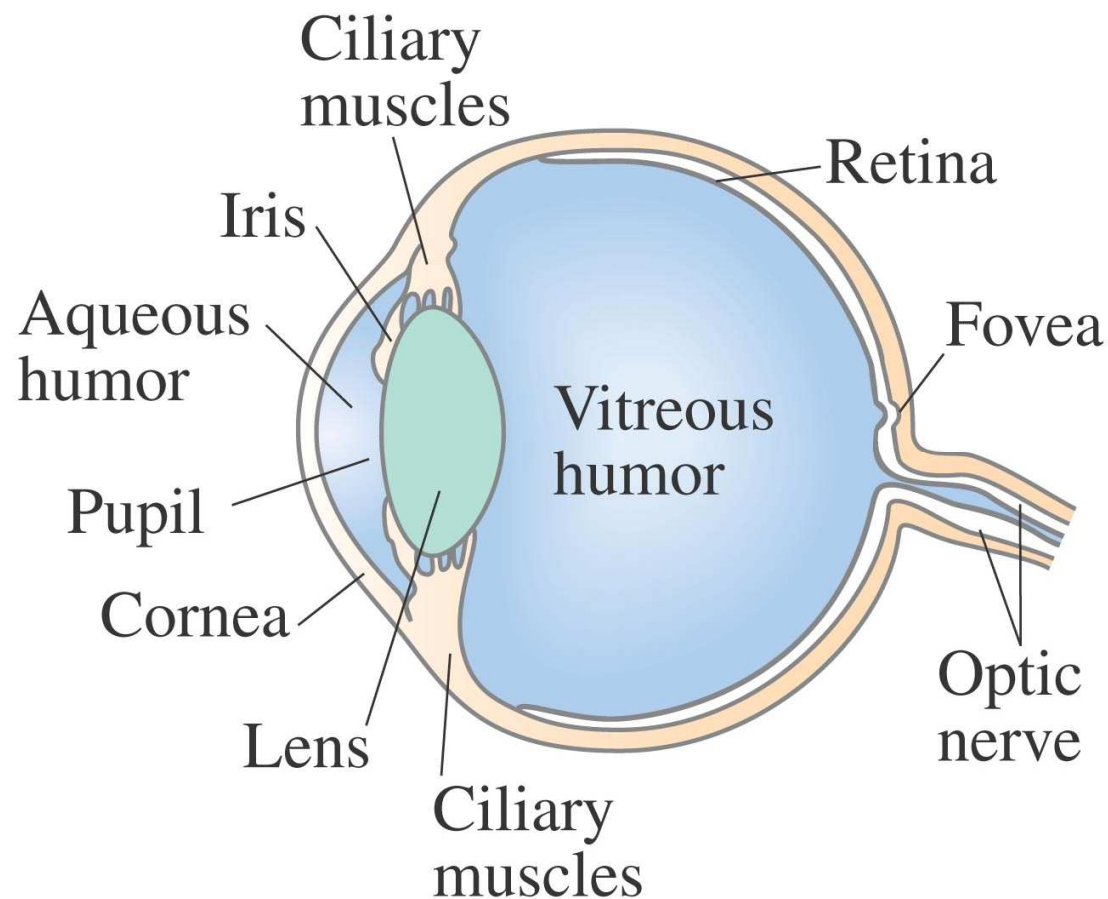
Wide-angle lens (μεγεθυντικός): μικρή εστιακή απόσταση, μεγάλες εικόνες.

Zoom lens: φακός μεταβλητής εστιακής απόστασης

Digital zoom (in digital cameras): Μεγέθυνση pixel μείωση ευκρίνειας.

33-6 Το ανθρώπινο μάτι

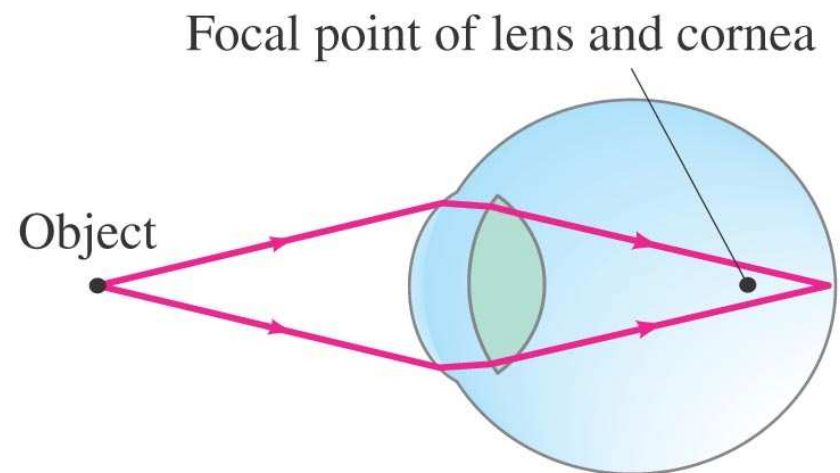
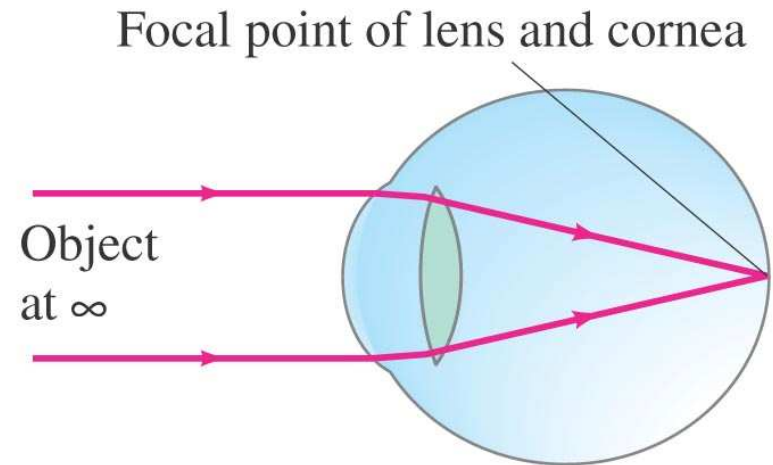
Το ανθρώπινο μάτι έχει πολλές ομοιότητες με την φωτογραφική μηχανή.



33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Η περισσότερη διάθλαση συμβαίνει στον κερατοειδή.

Ο φακός κάνει μικρές διορθώσεις ώστε να επιτευχθεί καλύτερη ευκρίνεια.



33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Near point: η πλησιέστερη απόσταση στην οποία το μάτι μπορεί να εστιάσει. Περίπου 25 cm.

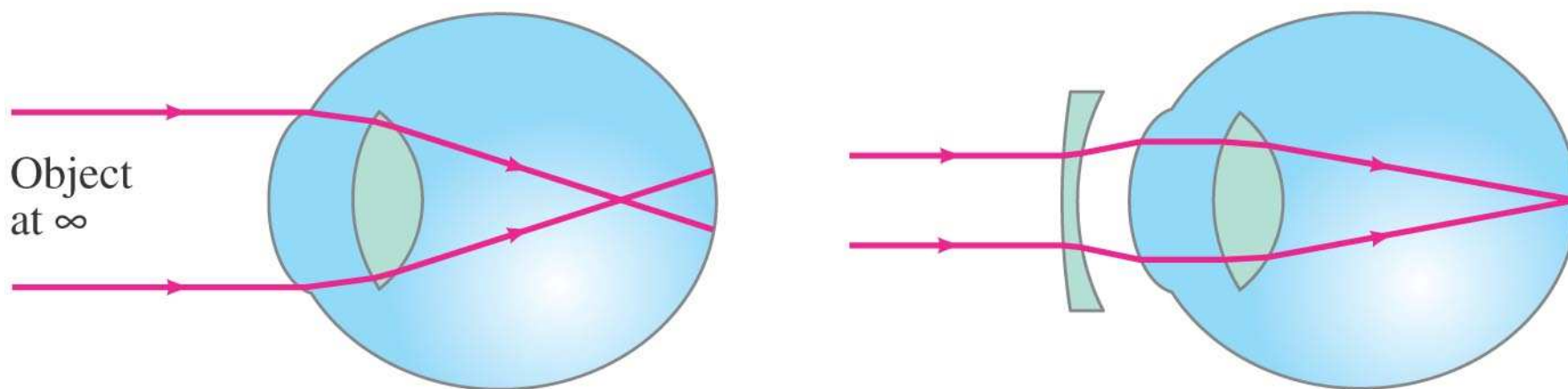
Far point: η μέγιστη απόσταση στην οποία μπορούμε να διακρίνουμε αντικείμενα.

Nearsightedness (μυωπία): far point is too close.

Farsightedness (υπερμετρωπία): near point is too far away.

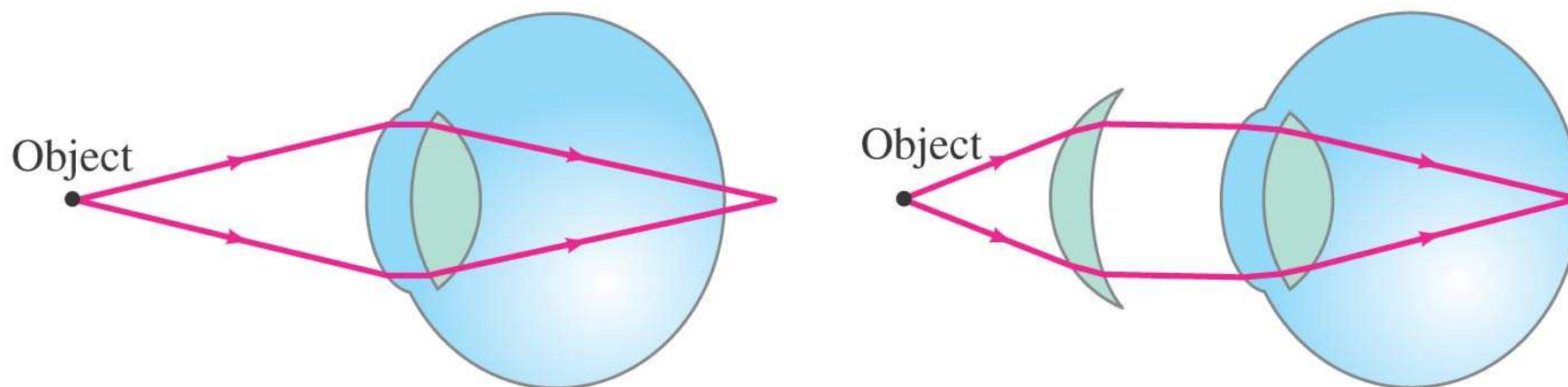
33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Η διόρθωση της μυωπία επιτυγχάνεται με αποκλίνοντες φακούς



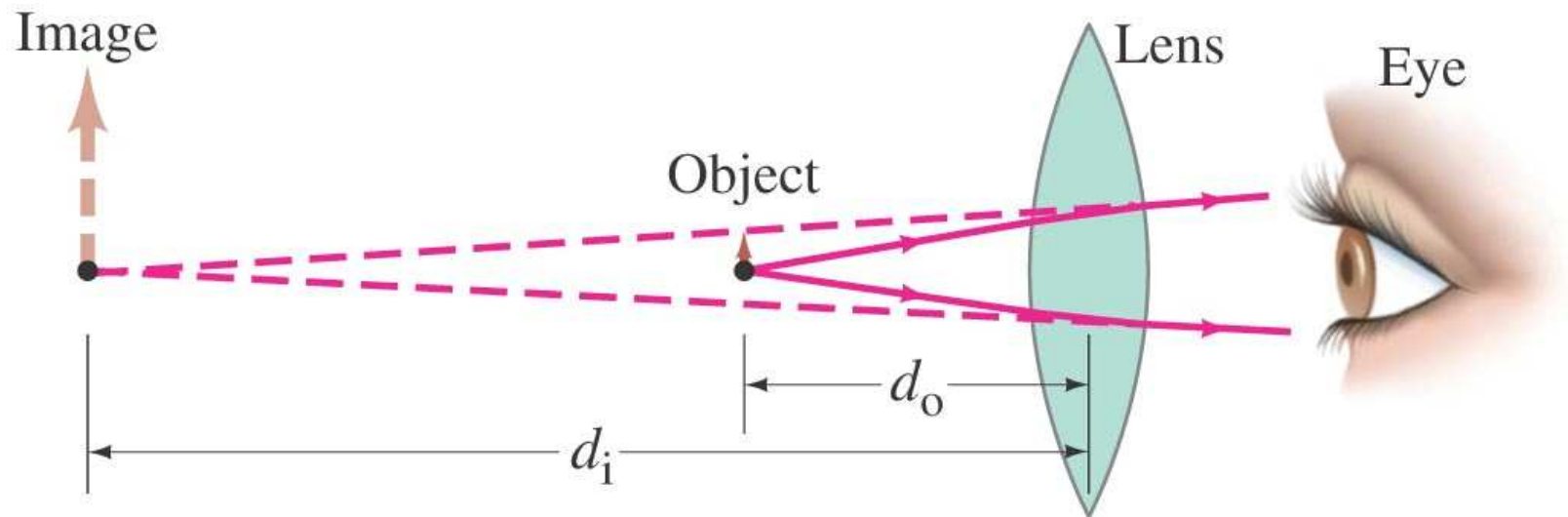
33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Η διόρθωση της υπερμετρωπίας επιτυγχάνεται με συγκλίνοντες φακούς



33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Η Sue είναι υπερμέτρωπας με το near point στα 100 cm. Τι γυαλιά χρειάζεται για να διαβάσει στα 25 cm; Υποθέτουμε ότι η απόσταση του γυαλιού και του ματιού είναι αμελητέα.



APPROACH When the object is placed 25 cm from the lens, we want the image to be 100 cm away on the *same* side of the lens (so the eye can focus it), and so the image is virtual, as shown in Fig. 33–29, and $d_i = -100$ cm will be negative. We use the thin lens equation (Eq. 33–2) to determine the needed focal length. Optometrists' prescriptions specify the power ($P = 1/f$, Eq. 33–1) given in diopters ($1 \text{ D} = 1 \text{ m}^{-1}$).

SOLUTION Given that $d_o = 25$ cm and $d_i = -100$ cm, the thin lens equation gives

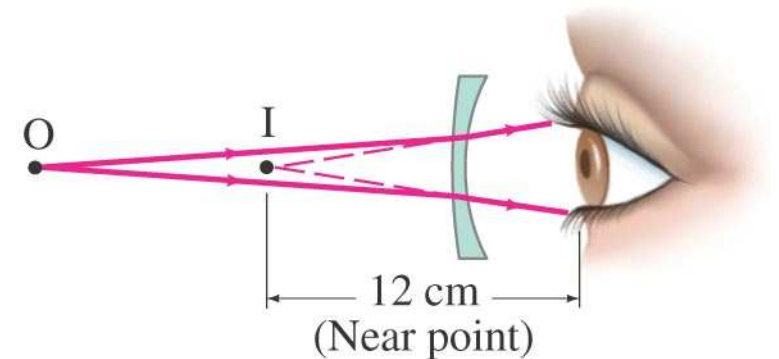
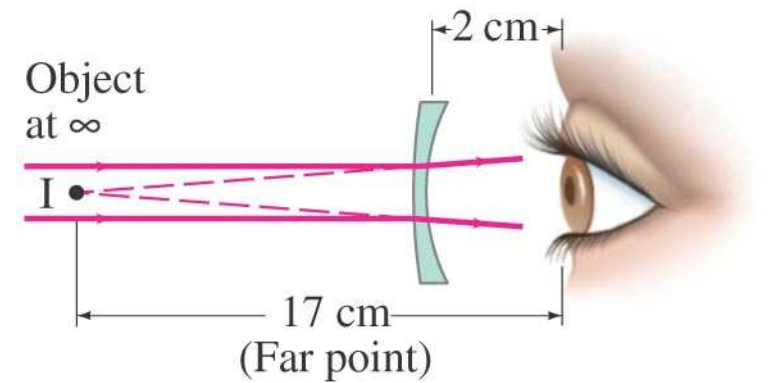
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{25 \text{ cm}} + \frac{1}{-100 \text{ cm}} = \frac{4 - 1}{100 \text{ cm}} = \frac{1}{33 \text{ cm}}.$$

So $f = 33 \text{ cm} = 0.33 \text{ m}$. The power P of the lens is $P = 1/f = +3.0 \text{ D}$. The plus sign indicates that it is a converging lens.

NOTE We chose the image position to be where the eye can actually focus. The lens needs to put the image there, given the desired placement of the object (newspaper).

33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Ένα μυωπικό μάτι έχει near και far points στα 12 cm και 17 cm, αντίστοιχα. (a) Τι φακός απαιτείται για να βλέπει καλά μακριά; (b) πόσο γίνεται τώρα το near point; Υποθέστε ότι ο φακός του γυαλιού βρίσκεται 2.0 cm από το μάτι.



APPROACH For a distant object ($d_o = \infty$), the lens must put the image at the far point of the eye as shown in Fig. 33–30a, 17 cm in front of the eye. We can use the thin lens equation to find the focal length of the lens, and from this its lens power. The new near point (as shown in Fig. 33–30b) can be calculated for the lens by again using the thin lens equation.

SOLUTION (a) For an object at infinity ($d_o = \infty$), the image must be in front of the lens 17 cm from the eye or $(17 \text{ cm} - 2 \text{ cm}) = 15 \text{ cm}$ from the lens; hence $d_i = -15 \text{ cm}$. We use the thin lens equation to solve for the focal length of the needed lens:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-15 \text{ cm}} = -\frac{1}{15 \text{ cm}}.$$

So $f = -15 \text{ cm} = -0.15 \text{ m}$ or $P = 1/f = -6.7 \text{ D}$. The minus sign indicates that it must be a diverging lens for the myopic eye.

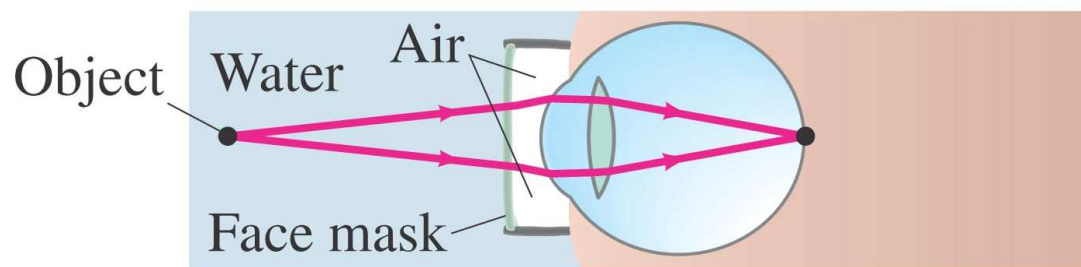
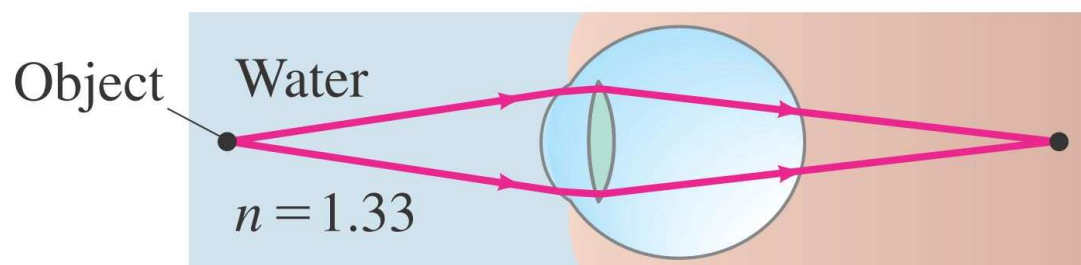
(b) The near point when glasses are worn is where an object is placed (d_o) so that the lens forms an image at the “near point of the naked eye,” namely 12 cm from the eye. That image point is $(12 \text{ cm} - 2 \text{ cm}) = 10 \text{ cm}$ in front of the lens, so $d_i = -0.10 \text{ m}$ and the thin lens equation gives

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{0.15 \text{ m}} + \frac{1}{0.10 \text{ m}} = \frac{-2 + 3}{0.30 \text{ m}} = \frac{1}{0.30 \text{ m}}.$$

So $d_o = 30 \text{ cm}$, which means the near point when the person is wearing glasses is 30 cm in front of the lens, or 32 cm from the eye.

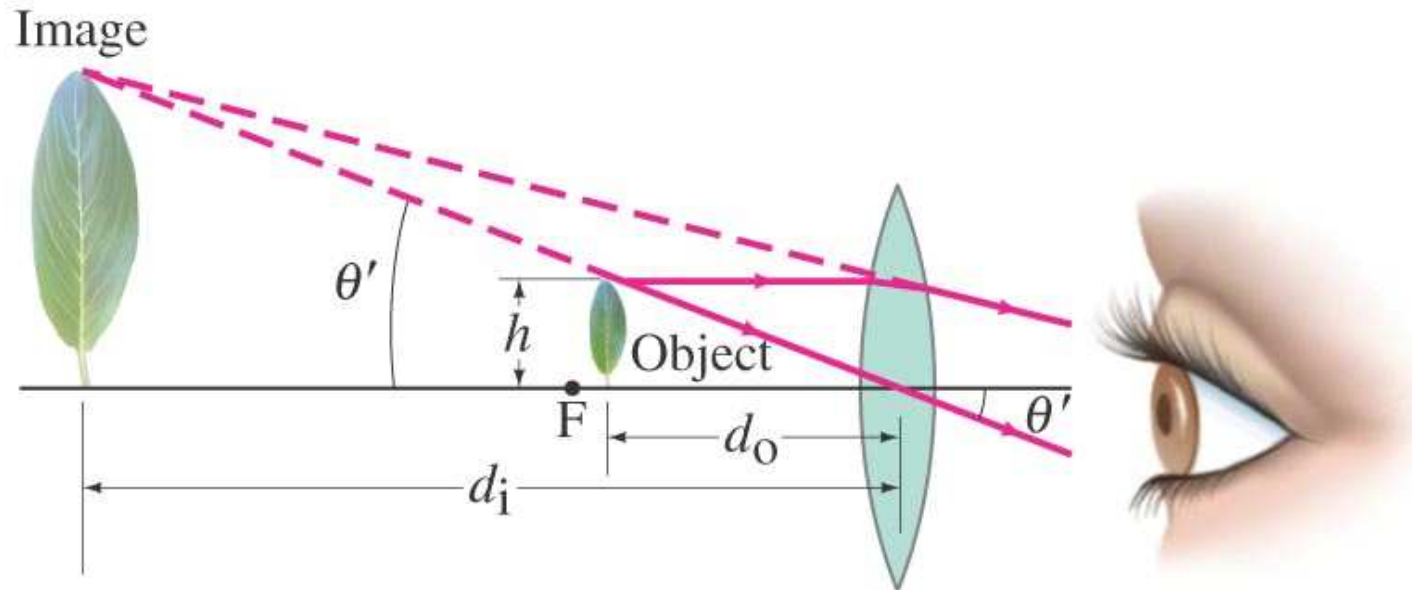
33-6 Το ανθρώπινο μάτι

Ο λόγος που τα αντικείμενα εμφανίζονται θολά κάτω από το νερό είναι διότι η διάθλαση στην διαχωριστική επιφάνεια αέρα-ματιού είναι διαφορετική από αυτήν του νερού-ματιού. Όταν φοράμε μάσκα βλέπουμε ξανά καθαρά.



33-7 Μεγεθυντικός Φακός

Ο μεγεθυντικός φακός είναι συγκλίνοντας φακός που επιτρέπει την εστίαση αντικειμένων σε κοντύτερες αποστάσεις από το **near point**. Έτσι τα αντικείμενα φαίνονται μεγαλύτερα και μοιάζουνε πιο ευκρινή.



33-7 Μεγεθυντικός Φακός

Η ισχύς ενός μεγεθυντικού φακού προσδιορίζεται από την γωνιακή του μεγέθυνση:

$$M = \frac{\theta'}{\theta}.$$

Όταν το μάτι είναι χαλαρό (N είναι το near point και f η εστιακή απόσταση):

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/f}{h/N} = \frac{N}{f}. \quad \left[\begin{array}{l} \text{eye focused at } \infty; \\ N = 25 \text{ cm for normal eye} \end{array} \right]$$

Όταν το μάτι εστιάζει στο near point

$$M = \frac{N}{f} + 1. \quad \left[\begin{array}{l} \text{eye focused at near point, } N; \\ N = 25 \text{ cm for normal eye} \end{array} \right]$$

33-7 Τηλεσκόπια

Ένας συγκλίνοντας φακός με 8-cm εστιακή απόσταση χρησιμοποιείται από ένα χρυσοχόο (“jeweler’s loupe,”) για μεγεθυντικό φακό. Βρείτε (a) την μεγέθυνση όταν το μάτι είναι χαλαρό (b) όταν το μάτι εστιάζει στο near point $N = 25$ cm.

APPROACH The magnification when the eye is relaxed is given by Eq. 33–6a. When the eye is focused at its near point, we use Eq. 33–6b and we assume the lens is near the eye.

SOLUTION (a) With the relaxed eye focused at infinity,

$$M = \frac{N}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} \approx 3\times.$$

(b) The magnification when the eye is focused at its near point ($N = 25$ cm), and the lens is near the eye, is

$$M = 1 + \frac{N}{f} = 1 + \frac{25}{8} \approx 4\times.$$

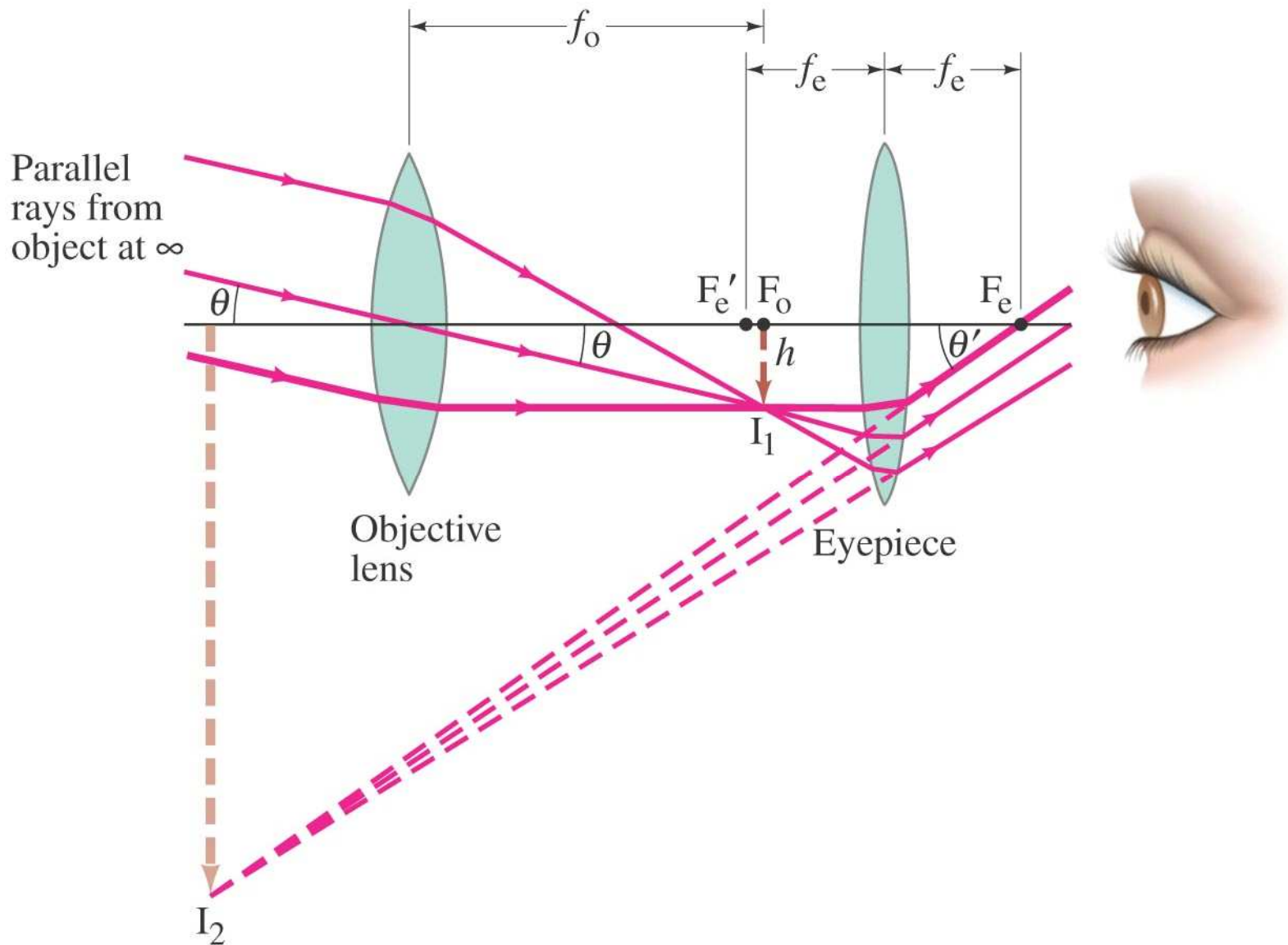
33-8 Τηλεσκόπια

Ένα διαθλαστικό τηλεσκόπιο αποτελείται από δύο φακούς στις άκρες ενός σωλήνα.

Η μεγέθυνση δίδεται από την σχέση

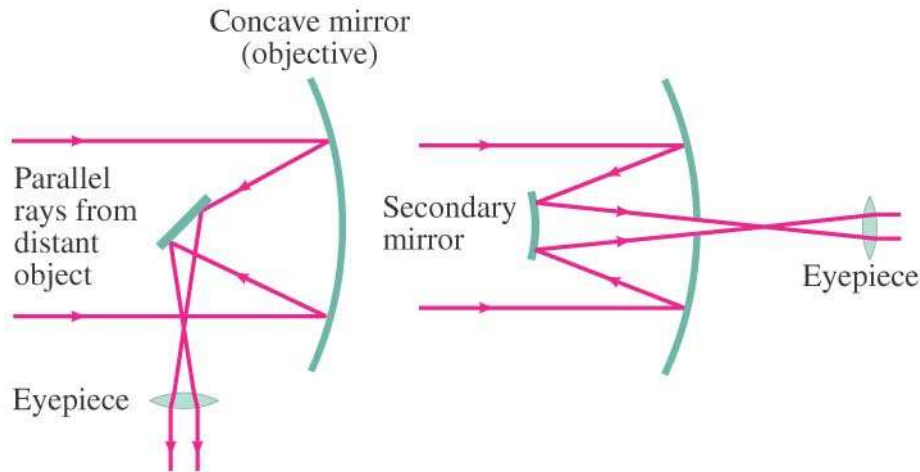
$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{(h/f_e)}{(h/f_o)} = -\frac{f_o}{f_e}. \quad [\text{telescope}]$$

33-8 Τηλεσκόπια



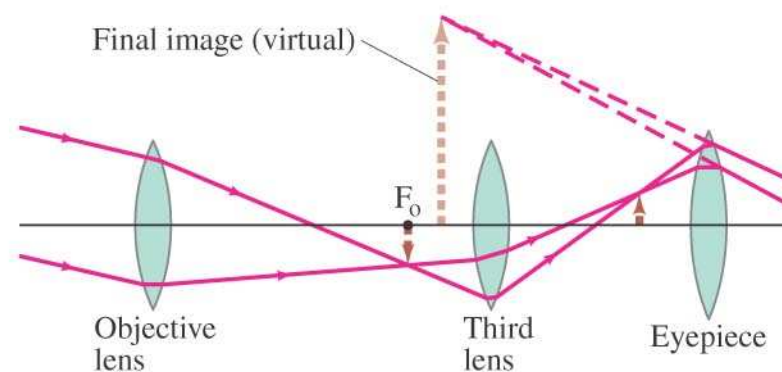
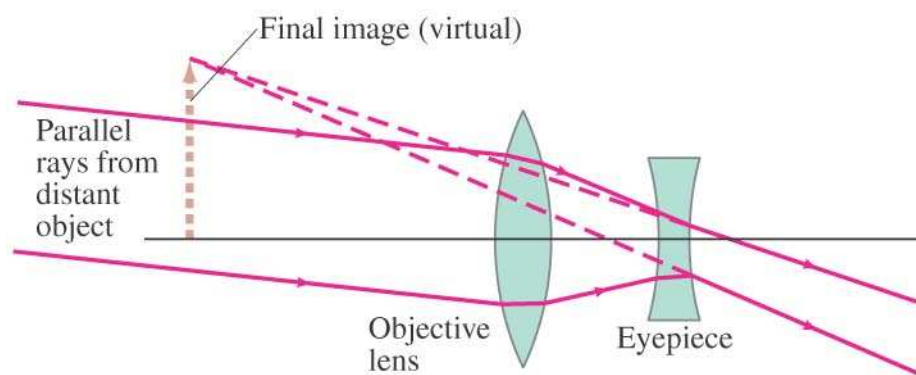
33-8 Τηλεσκόπια

Τα τηλεσκόπια των αστρονόμων πρέπει να συγκεντρώνουν όσο το δυνατόν περισσότερο φως. Έτσι ο αντικειμενικός φακός (ο τελευταίος προς το αντικείμενο) σχεδιάζεται με την μεγαλύτερη δυνατόν διάμετρο και ακρίβεια.



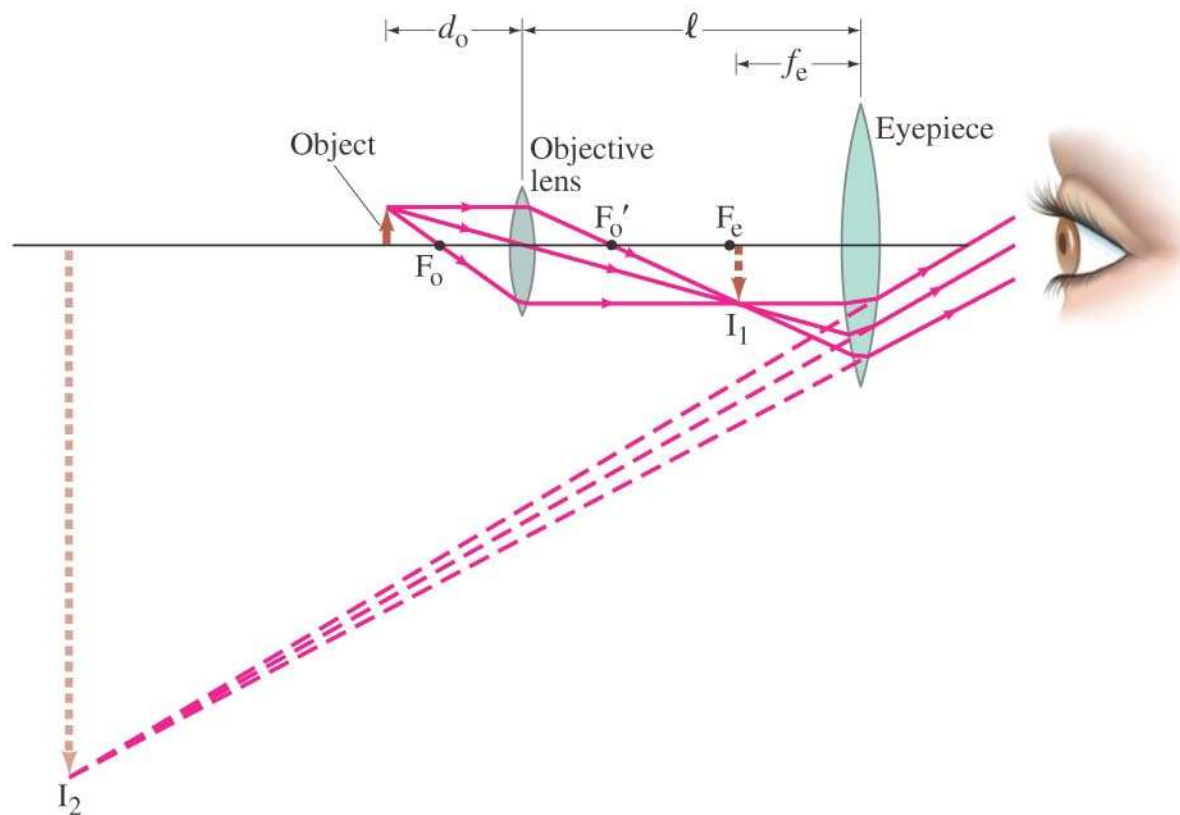
33-8 Τηλεσκόπια

Επίγεια τηλεσκόπια χρησιμοποιούνται για την φωτογράφιση (χαρτογράφιση) της γης. Καλό είναι τα είδωλα να είναι όρθια. Υπάρχουν δύο μοντέλα: Galilean και spyglass:



33-9 Σύνθετο Μικροσκόπιο

Το σύνθετο μικροσκόπιο μοιάζει με το τηλεσκόπιο με τη διαφορά ότι το αντικείμενο βρίσκεται πολύ κοντά στον αντικειμενικό φακό.



33-9 Σύνθετο Μικροσκόπιο

Η μεγέθυνση του μικροσκοπίου δίδεται από την σχέση

$$M = M_e m_o = \left(\frac{N}{f_e} \right) \left(\frac{\ell - f_e}{d_o} \right) \quad [\text{microscope}]$$

$$\approx \frac{N\ell}{f_e f_o} \quad [f_o \text{ and } f_e \ll \ell]$$

33-9 Σύνθετο Μικροσκόπιο

A compound microscope consists of a 10X eyepiece and a 50X objective 17.0 cm apart. Determine (a) the overall magnification, (b) the focal length of each lens, and (c) the position of the object when the final image is in focus with the eye relaxed. Assume a normal eye, so $N = 25$ cm.

APPROACH The overall magnification is the product of the eyepiece magnification and the objective magnification. The focal length of the eyepiece is found from Eq. 33-6a or 33-9 for the magnification of a simple magnifier. For the objective lens, it is easier to next find d_o (part c) using Eq. 33-8 before we find f_o .

SOLUTION (a) The overall magnification is $(10\times)(50\times) = 500\times$.

(b) The eyepiece focal length is (Eq. 33-9) $f_e = N/M_e = 25 \text{ cm}/10 = 2.5 \text{ cm}$. Next we solve Eq. 33-8 for d_o , and find

$$d_o = \frac{\ell - f_e}{m_o} = \frac{(17.0 \text{ cm} - 2.5 \text{ cm})}{50} = 0.29 \text{ cm}.$$

Then, from the thin lens equation for the objective with $d_i = \ell - f_e = 14.5 \text{ cm}$ (see Fig. 33-40a),

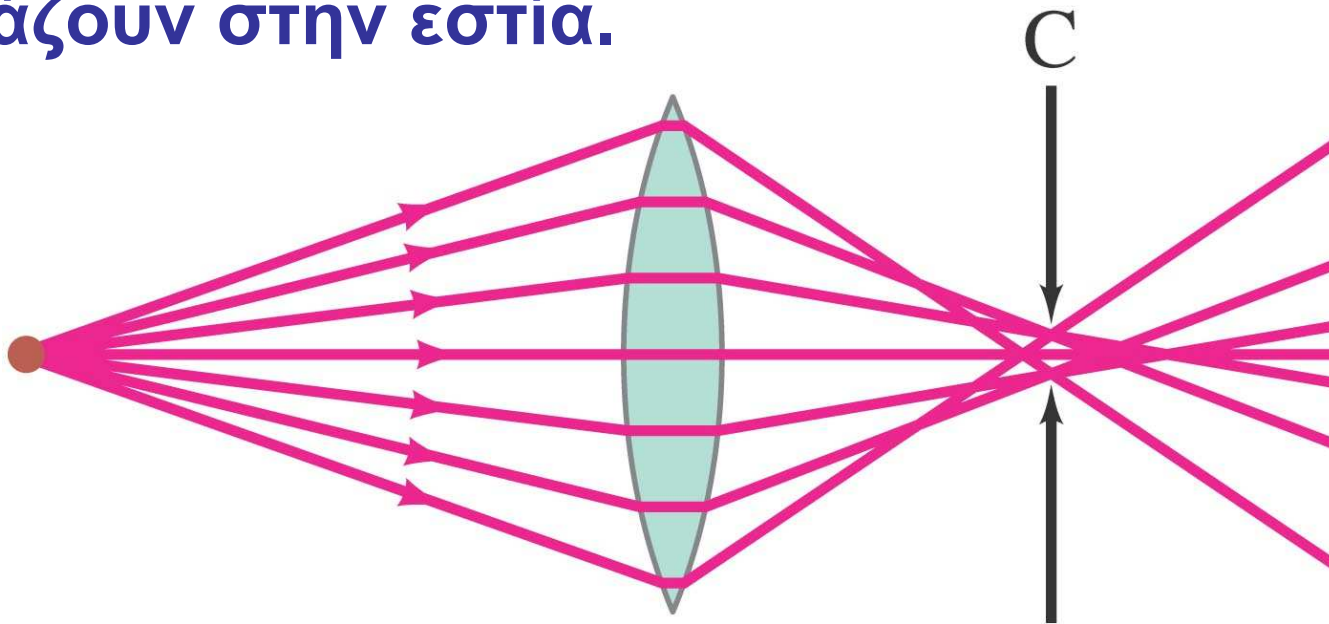
$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{0.29 \text{ cm}} + \frac{1}{14.5 \text{ cm}} = 3.52 \text{ cm}^{-1};$$

so $f_o = 1/(3.52 \text{ cm}^{-1}) = 0.28 \text{ cm}$.

(c) We just calculated $d_o = 0.29 \text{ cm}$, which is very close to f_o .

33-10 Σφάλματα Φακών και Κατόπτρων

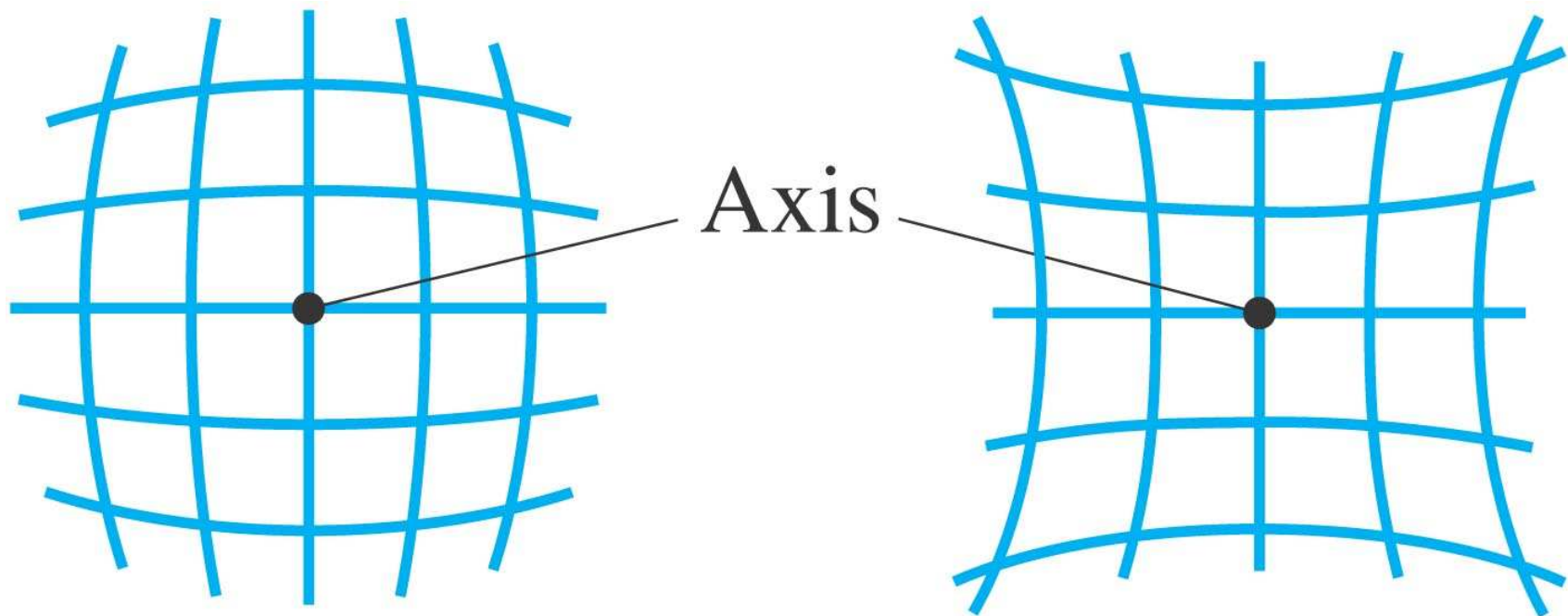
Σφαιρικό σφάλμα: ακτίνες σε μεγάλη διάμετρο (απόσταση από το κέντρο του φακού) δεν εστιάζουν στην εστία.



Λύση: συνδυαστική φακοί και περιορισμός χρήσης μόνο στο κεντρικό κομμάτι του φακού.

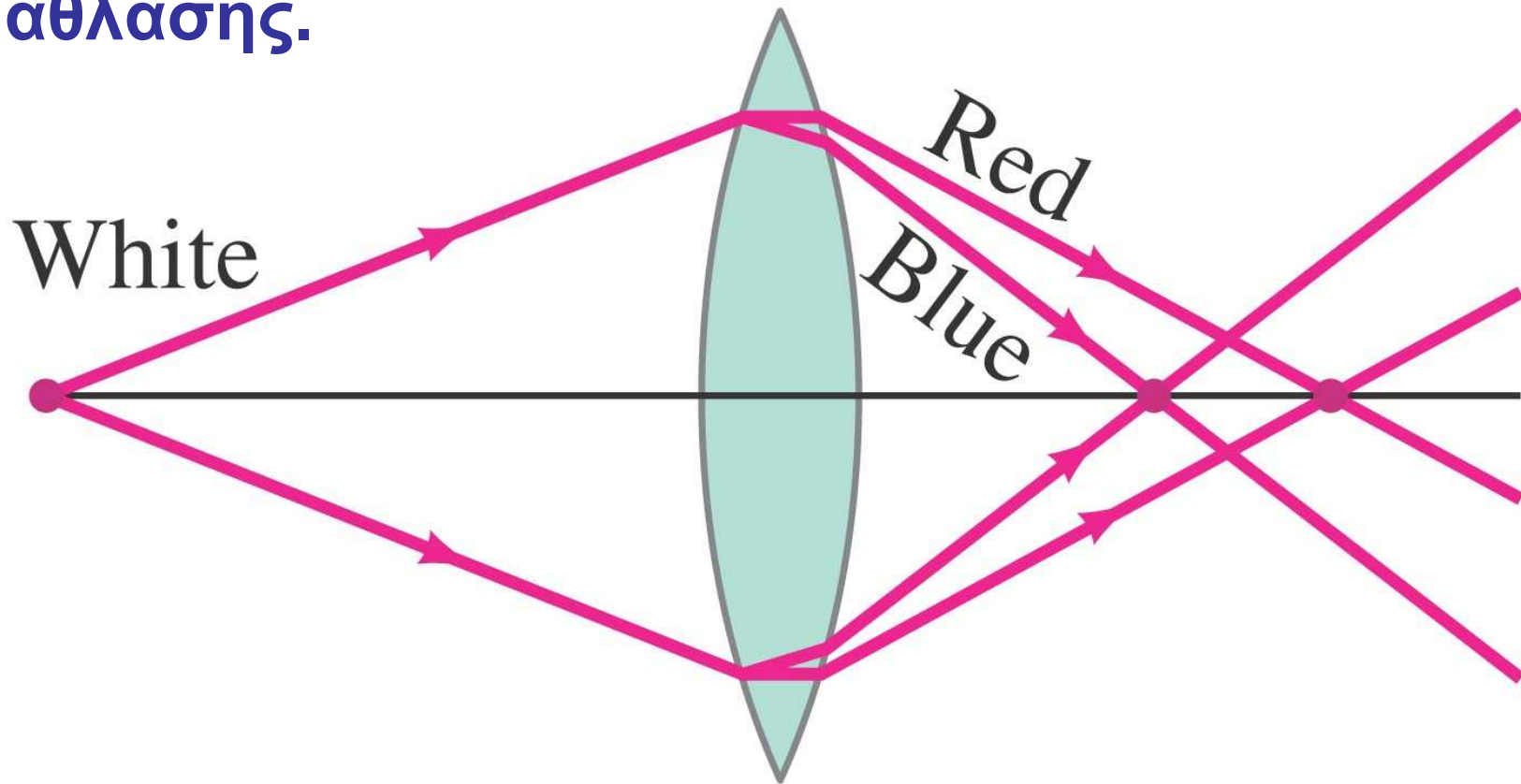
33-10 Σφάλματα Φακών και Κατόπτρων

Παραμόρφωση: μεταβολή της μεγέθυνσης με την απόσταση από το κέντρο του φακού.



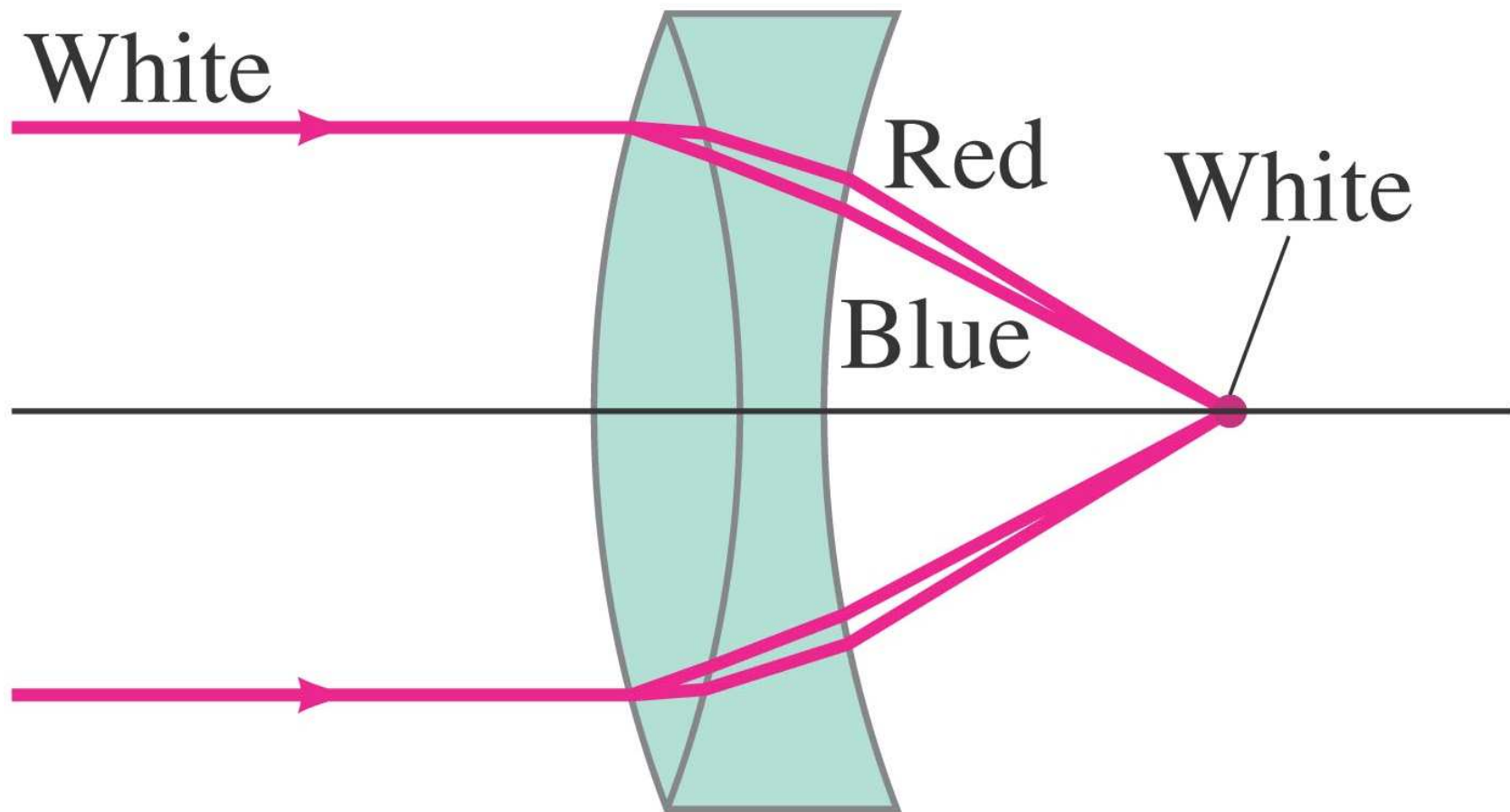
33-10 Σφάλματα Φακών και Κατόπτρων

Σφάλμα Χρώμα (χρωματική εκτροπή): τα διάφορα χρώματα έχουν διαφορετική εστιακή απόσταση εξ αιτίας των διαφορετικών δεικτών διάθλασης.



33-10 Σφάλματα Φακών και Κατόπτρων

Λύση: Χρησιμοποιούμε συνδυαστικούς φακούς φτιαγμένους από διαφορετικά υλικά



Κεφάλαιο 34

Κυματική Φύση του Φωτός; Συμβολή

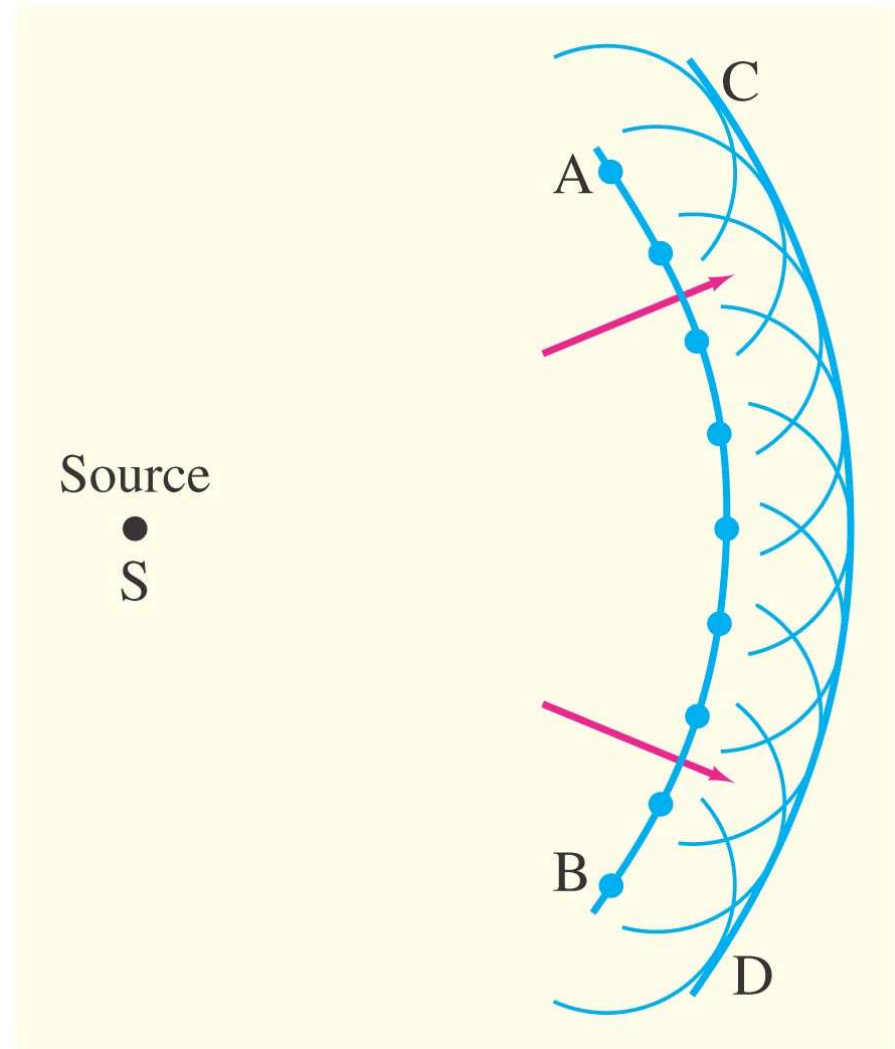


Κεφάλαιο 34

- Κύματα και σωματίδια-Διάθλαση και η αρχή του Huygens
- Συμβολή-Το πείραμα του Young-διπλή σχισμή.
- Η ένταση του αποτελέσματος της συμβολής της διπλής σχισμής.
- Συμβολή λεπτών υμενίων
- Το συμβολόμετρο του Michelson

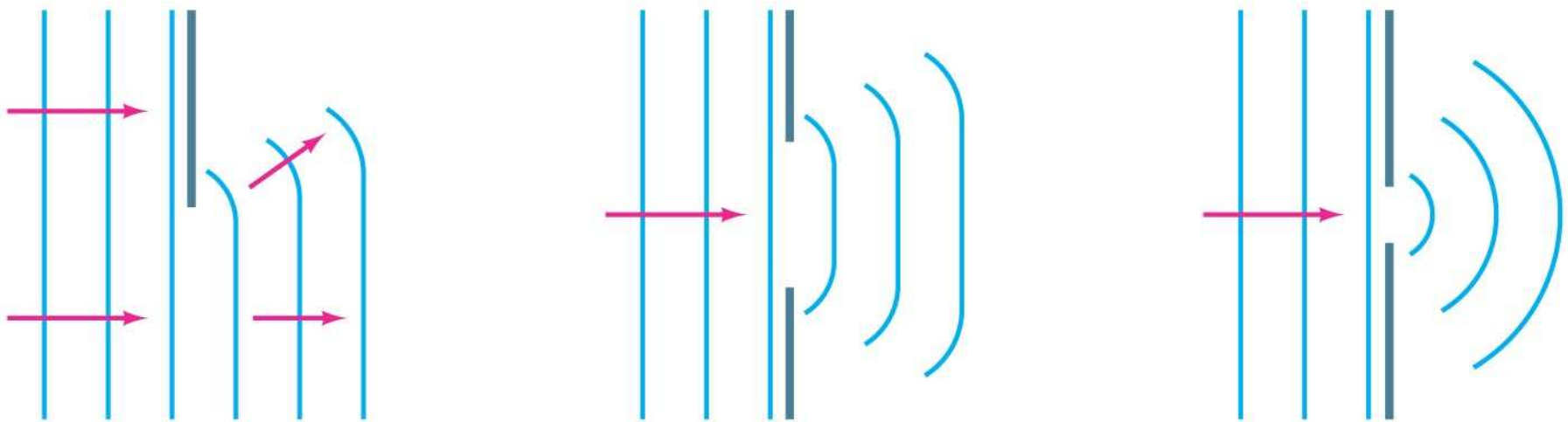
34-1 Η αρχή του Huygens

Η αρχή του Huygens :
κάθε σημείο του
μετώπου ενός κύματος
συμπεριφέρεται σαν
πηγή κύματος. Το
συνολικό μέτωπο είναι
εφαπτόμενο στα
επιμέρους μέτωπα που
δημιουργεί κάθε
σημείο.

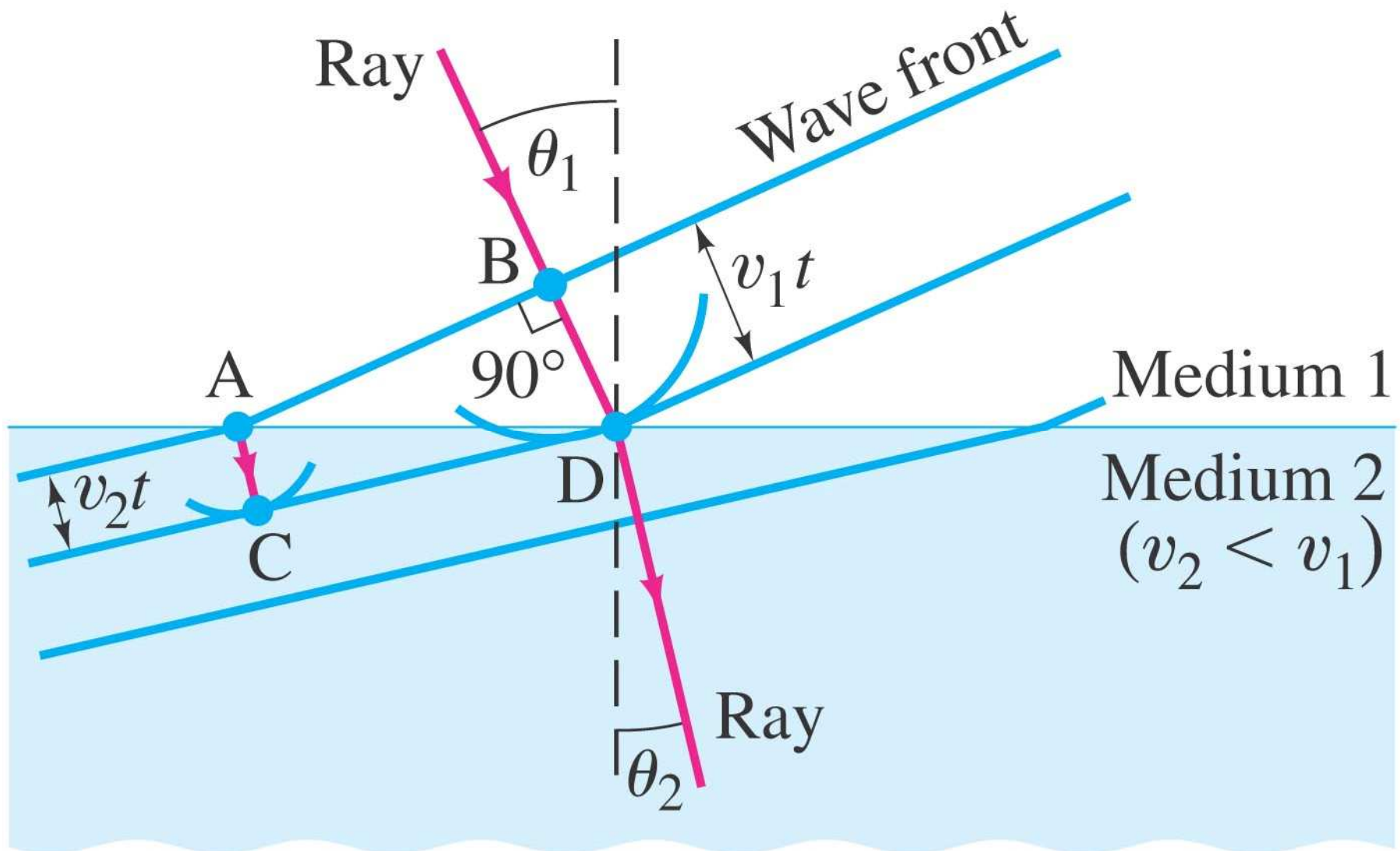


34-1 Η αρχή του Huygens

Η αρχή του Huygens είναι σύμφωνο με το φαινόμενο της διάθλασης



34-2 Η αρχή του Huygens



34-2 Η αρχή του Huygens

Η αρχή του Huygens εξηγεί και το φαινόμενο της **διάθλασης**.

Τα δευτερογενή μέτωπο διαδίδονται πιο αργά σε υλικά με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης.

Αυτό έχει σαν συνέπεια να «κάμπτεται» το μέτωπο του κύματος με αποτέλεσμα η ακτίνα να «στρίβει» (αλλάζει διεύθυνση).

34-2 Η αρχή του Huygens – Νόμος Διάθλασης

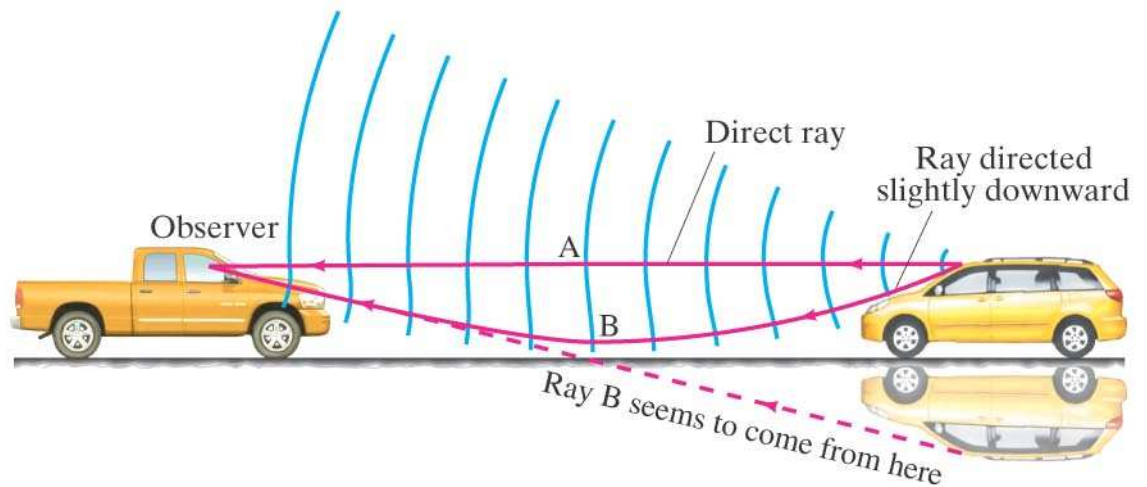
Όταν το φως περνάει μέσα από υλικά η **συχνότητα του φωτός δεν μεταβάλλεται** αλλάζει όμως το μήκος κύματος:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 t}{v_1 t} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}.$$

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}.$$

34-2 Η αρχή του Huygens – Νόμος Διάθλασης

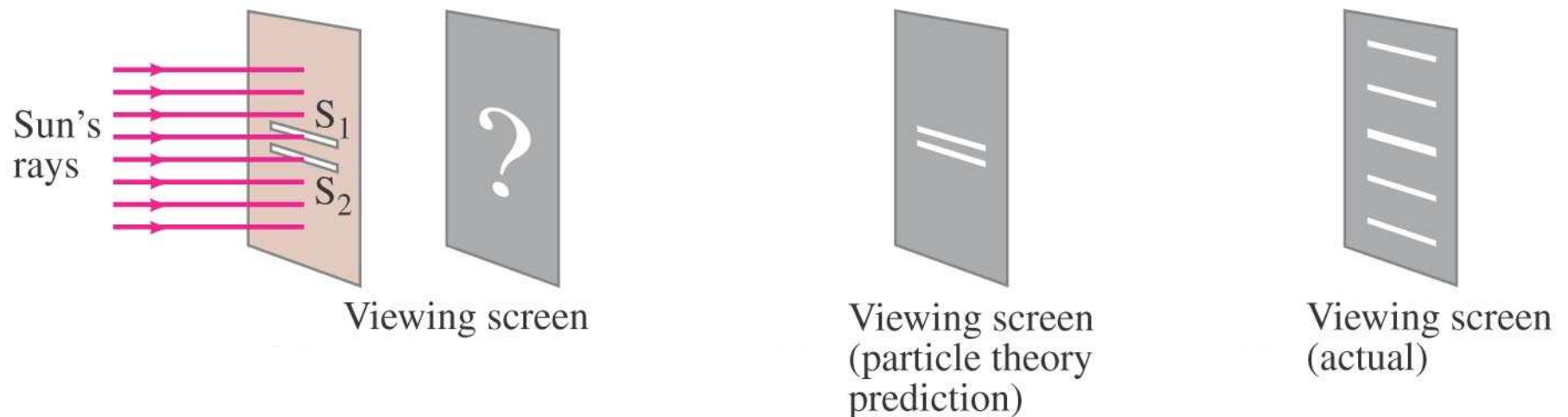
Οι οπτασίες της ασφάλτου οφείλονται στην μεταβολή του δείκτη διάθλασης του αέρα καθώς αυτός θερμαίνεται.



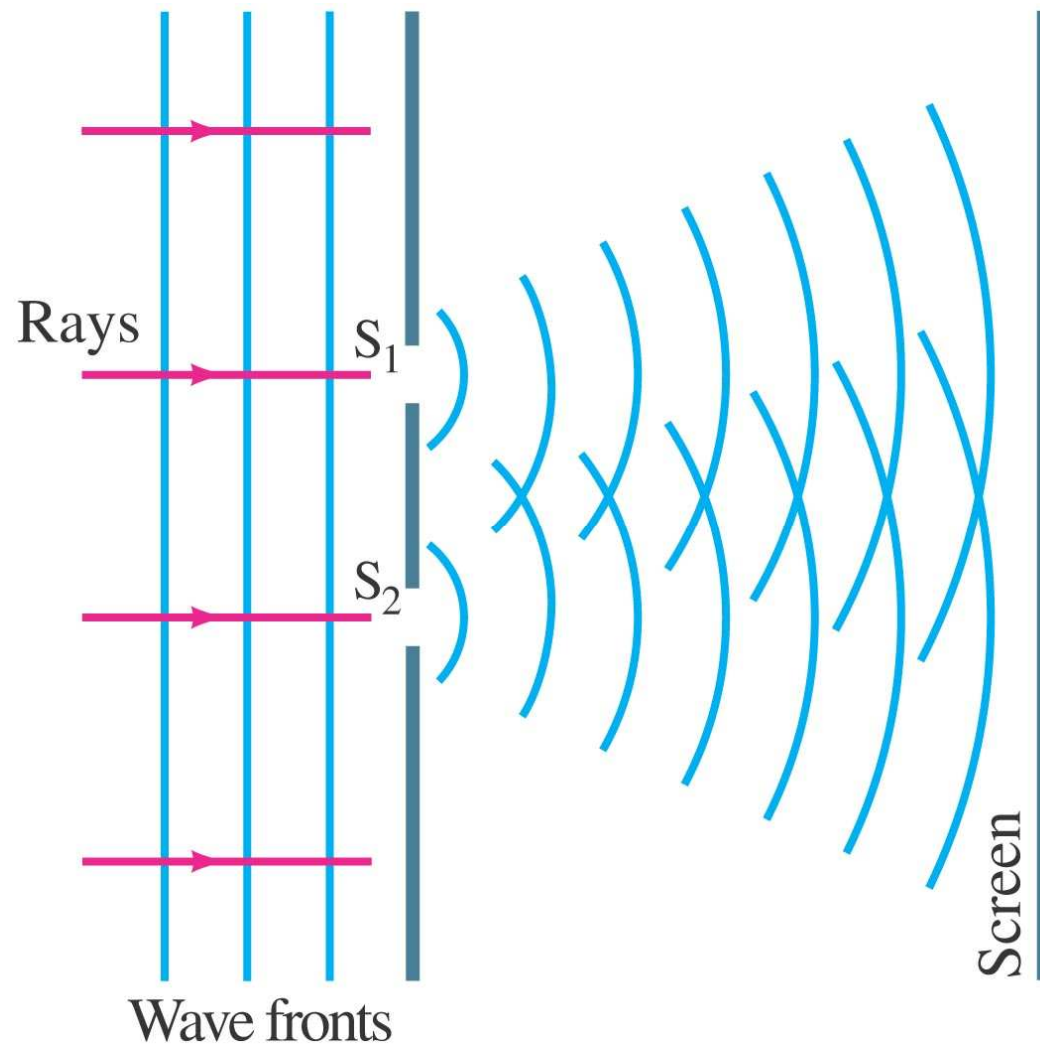
34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Η κυματική φύση του φωτός θα οδηγήσει σε φαινόμενα συμβολής.

Ένα πείραμα που επιβεβαιώνει την κυματική φύση του φωτός είναι το πείραμα Young:



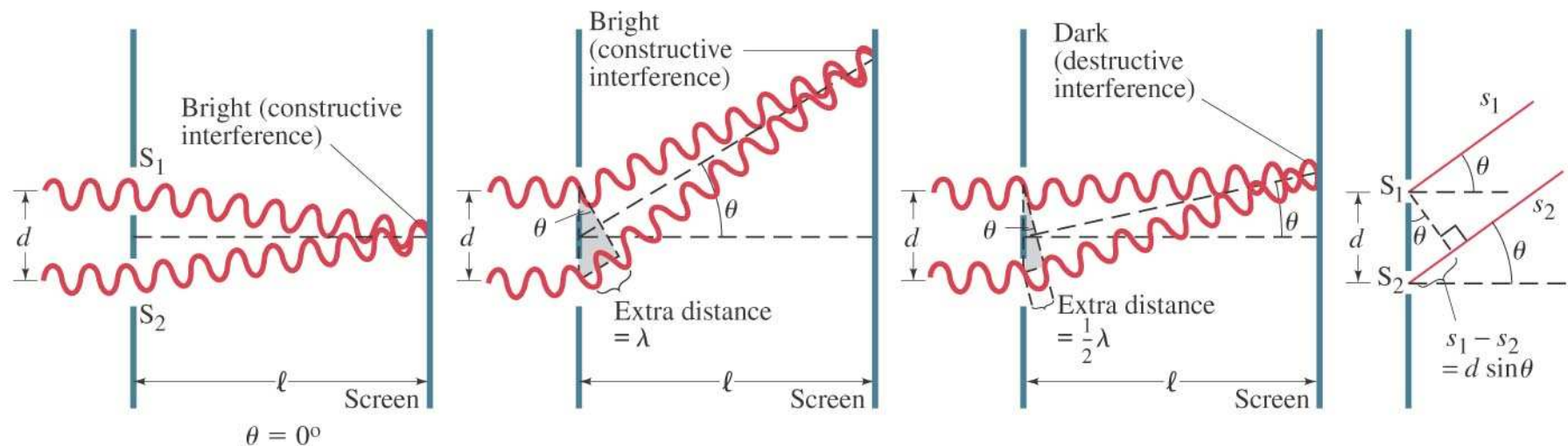
34-3 Συμβολή-Πείραμα Young



34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Η αιτία της συμβολής έγκειται στο γεγονός τα σημεία της οθόνης «ανίχνευσης», δεν ισαπέχουν από τις δύο σχισμές.

Κατά συνέπεια τα κύματα από τις δύο πηγές μπορεί να συμβάλουν εποικοδομητικά (φωτεινά σημεία) ή καταστρεπτικά (σκοτεινά σημεία)



34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Από την γεωμετρία του πειράματος βρίσκουμε:

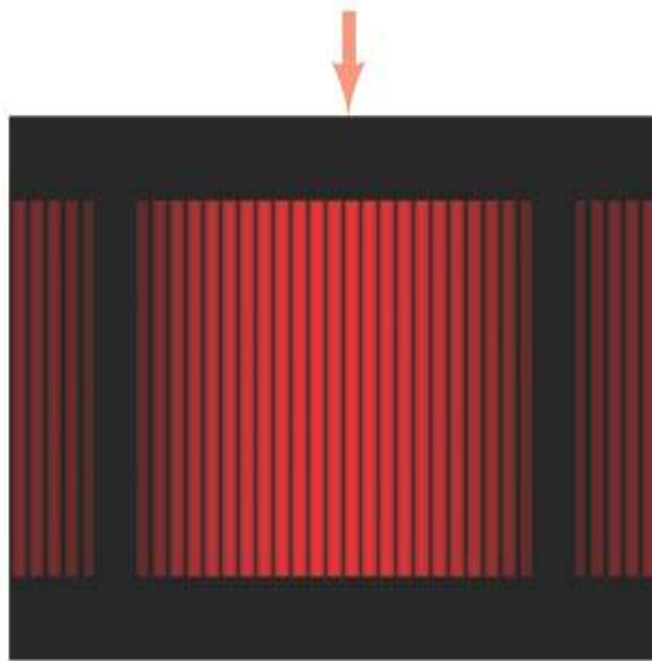
$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots. \quad \left[\begin{array}{c} \text{constructive} \\ \text{interference} \\ \text{(bright)} \end{array} \right]$$

και

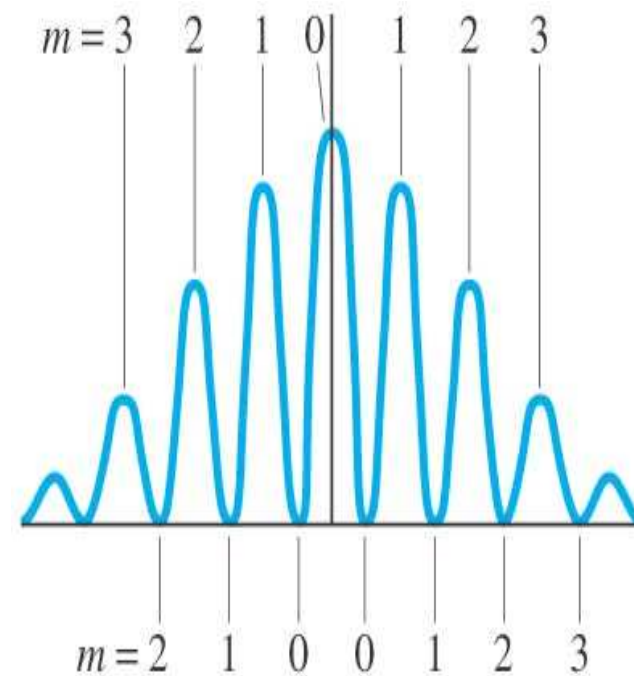
$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots. \quad \left[\begin{array}{c} \text{destructive} \\ \text{interference} \\ \text{(dark)} \end{array} \right]$$

34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Μεταξύ των κορυφών και κοιλάδων η ένταση του φωτός μεταβάλλεται «ομαλά».



Constructive interference



Destructive interference

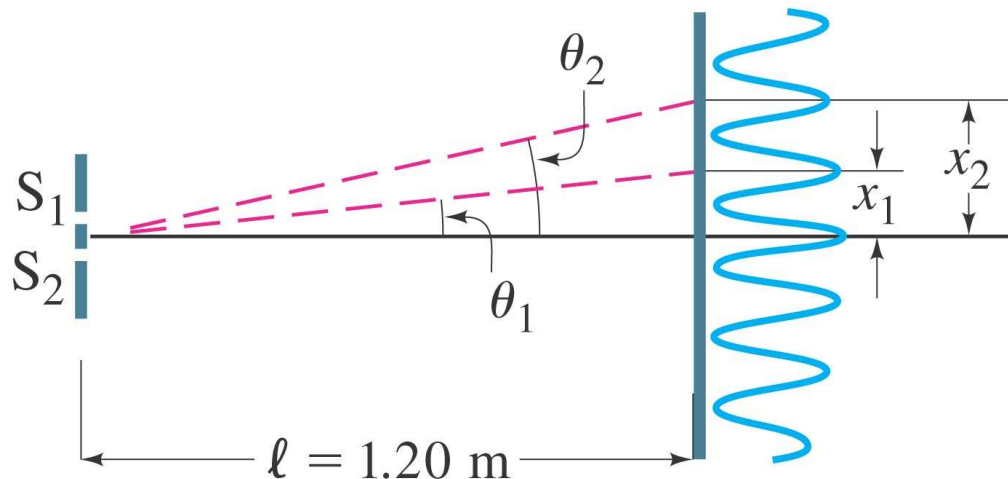
34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

- (a) Είναι άπειρα τα σκοτεινά και φωτεινά σημεία της οθόνης στο πείραμα Young;
- (b) Οι αποστάσεις μεταξύ φωτεινών και σκοτεινών σημείων είναι σταθερή;

- a. Επειδή το $\sin \theta \leq 1$, η μέγιστη τιμή του m είναι ίση με το πλησιέστερο ακέραιο στο λόγο d/λ .
- b. Οι αποστάσεις αυξάνουν με την γωνία θ .

34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Δύο σχισμές απέχουν 0.100 mm και 1.20 m από την οθόνη ανίχνευσης. Για φως με μήκος κύματος $\lambda = 500 \text{ nm}$ βρείτε την απόσταση των κροσσών συμβολής (φωτεινών και σκοτεινών σημείων) στην οθόνη.



APPROACH The angular position of bright (constructive interference) fringes is found using Eq. 34–2a. The distance between the first two fringes (say) can be found using right triangles as shown in Fig. 34–10.

SOLUTION Given $d = 0.100 \text{ mm} = 1.00 \times 10^{-4} \text{ m}$, $\lambda = 500 \times 10^{-9} \text{ m}$, and $\ell = 1.20 \text{ m}$, the first-order fringe ($m = 1$) occurs at an angle θ given by

$$\sin \theta_1 = \frac{m\lambda}{d} = \frac{(1)(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{1.00 \times 10^{-4} \text{ m}} = 5.00 \times 10^{-3}.$$

This is a very small angle, so we can take $\sin \theta \approx \theta$, with θ in radians. The first-order fringe will occur a distance x_1 above the center of the screen (see Fig. 34–10), given by $x_1/\ell = \tan \theta_1 \approx \theta_1$, so

$$x_1 \approx \ell\theta_1 = (1.20 \text{ m})(5.00 \times 10^{-3}) = 6.00 \text{ mm}.$$

The second-order fringe ($m = 2$) will occur at

$$x_2 \approx \ell\theta_2 = \ell \frac{2\lambda}{d} = 12.0 \text{ mm}$$

above the center, and so on. Thus the lower order fringes are 6.00 mm apart.

NOTE The spacing between fringes is essentially uniform until the approximation $\sin \theta \approx \theta$ is no longer valid.

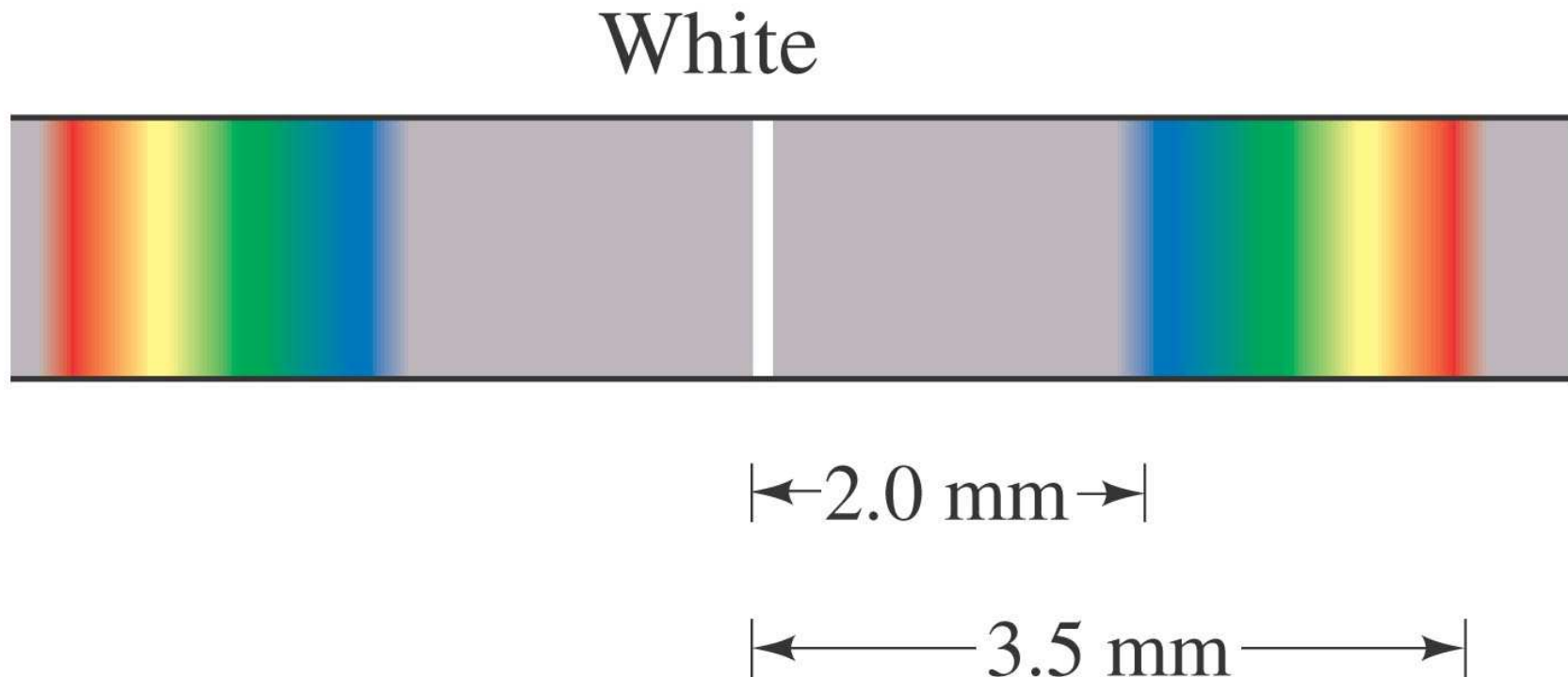
34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

(a) Εάν στο προηγούμενο παράδειγμα το μήκος κύματος γίνει 700 nm, πως αλλάζουν οι κροσσοί συμβολής; (b) Εάν το μήκος κύματος παραμείνει το ίδιο αλλά η απόσταση μεταξύ των σχισμών αυξηθεί τι θα συμβεί τώρα;

RESPONSE (a) When λ increases in Eq. 34-2a but d stays the same, then the angle θ for bright fringes increases and the interference pattern spreads out. (b) Increasing the slit spacing d reduces θ for each order, so the lines are closer together.

34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Βλέπουμε ότι για λευκό φως, με εξαίρεση τον κεντρικό κροσσό, όλοι οι άλλοι κροσσοί περιέχουν τα χρώματα της ίριδος.



34-3 Συμβολή-Πείραμα Young

Λευκό φως περνάει από σχισμές με απόσταση 0.50 mm μεταξύ τους και αναλύεται σε οθόνη που βρίσκεται σε απόσταση 2.5 m από τις σχισμές. Η πρώτη τάξη κροσσό μοιάζει με ουράνιο τόξο με το μωβ και το κόκκινο στις δύο άκρες. Το μωβ και το κόκκινο απέχουν 2.0 mm και 3.5 mm αντίστοιχα από τον λευκό κεντρικό κροσσό. Βρείτε το τα μήκη κύματος των δύο χρωμάτων.

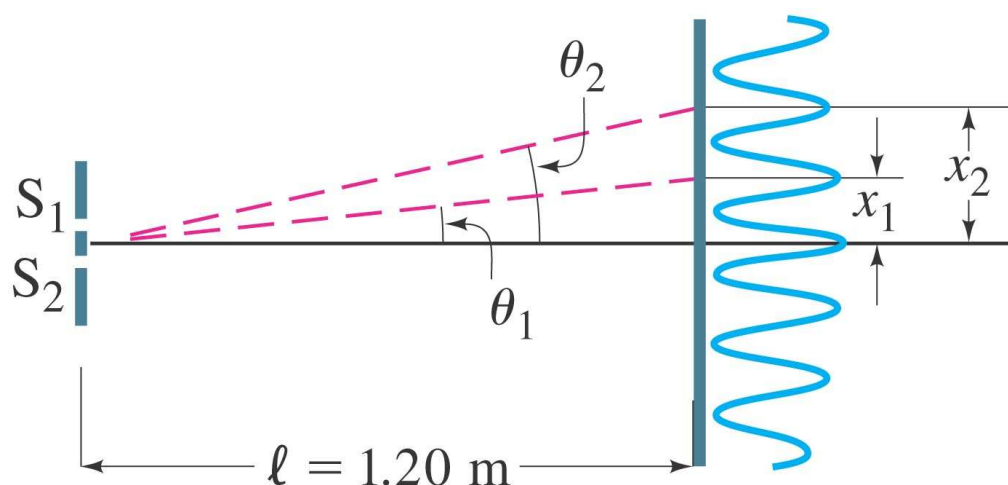
APPROACH We find the angles for violet and red light from the distances given and the diagram of Fig. 34–10. Then we use Eq. 34–2a to obtain the wavelengths. Because 3.5 mm is much less than 2.5 m, we can use the small-angle approximation.

SOLUTION We use Eq. 34–2a with $m = 1$ and $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$. Then for violet light, $x = 2.0$ mm, so (see also Fig. 34–10)

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{m} \approx \frac{d \theta}{m} \approx \frac{d}{m} \frac{x}{\ell} = \left(\frac{5.0 \times 10^{-4} \text{ m}}{1} \right) \left(\frac{2.0 \times 10^{-3} \text{ m}}{2.5 \text{ m}} \right) = 4.0 \times 10^{-7} \text{ m},$$

or 400 nm. For red light, $x = 3.5$ mm, so

$$\lambda = \frac{d}{m} \frac{x}{\ell} = \left(\frac{5.0 \times 10^{-4} \text{ m}}{1} \right) \left(\frac{3.5 \times 10^{-3} \text{ m}}{2.5 \text{ m}} \right) = 7.0 \times 10^{-7} \text{ m} = 700 \text{ nm}.$$



34-4 Ένταση των κροσσών Συμβολής

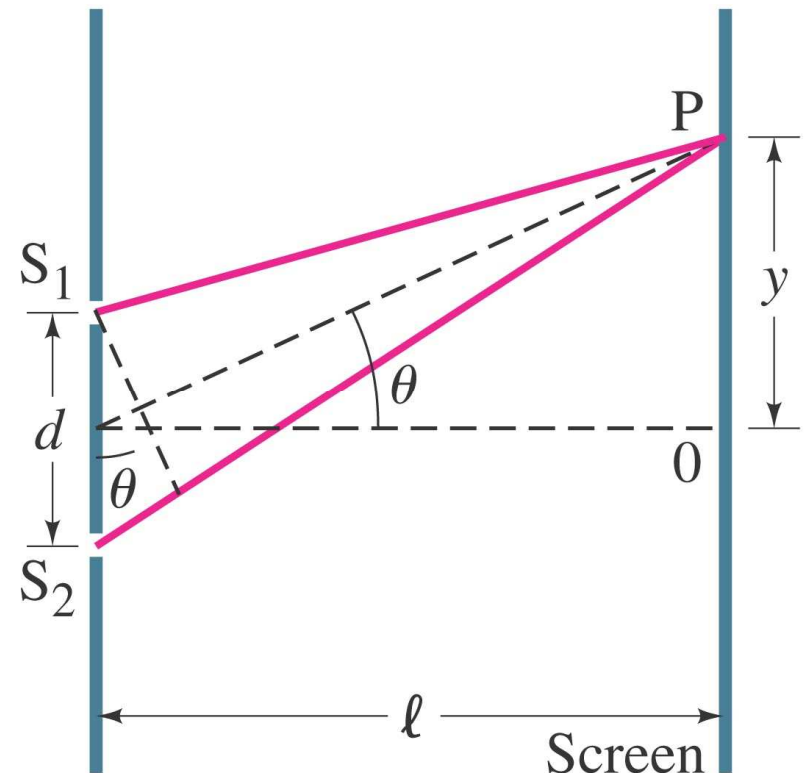
Το ηλεκτρικό πεδίο
στο σημείο P δίδεται
από τις σχέσεις

$$E_1 = E_{10} \sin \omega t$$

$$E_2 = E_{20} \sin(\omega t + \delta)$$

όπου

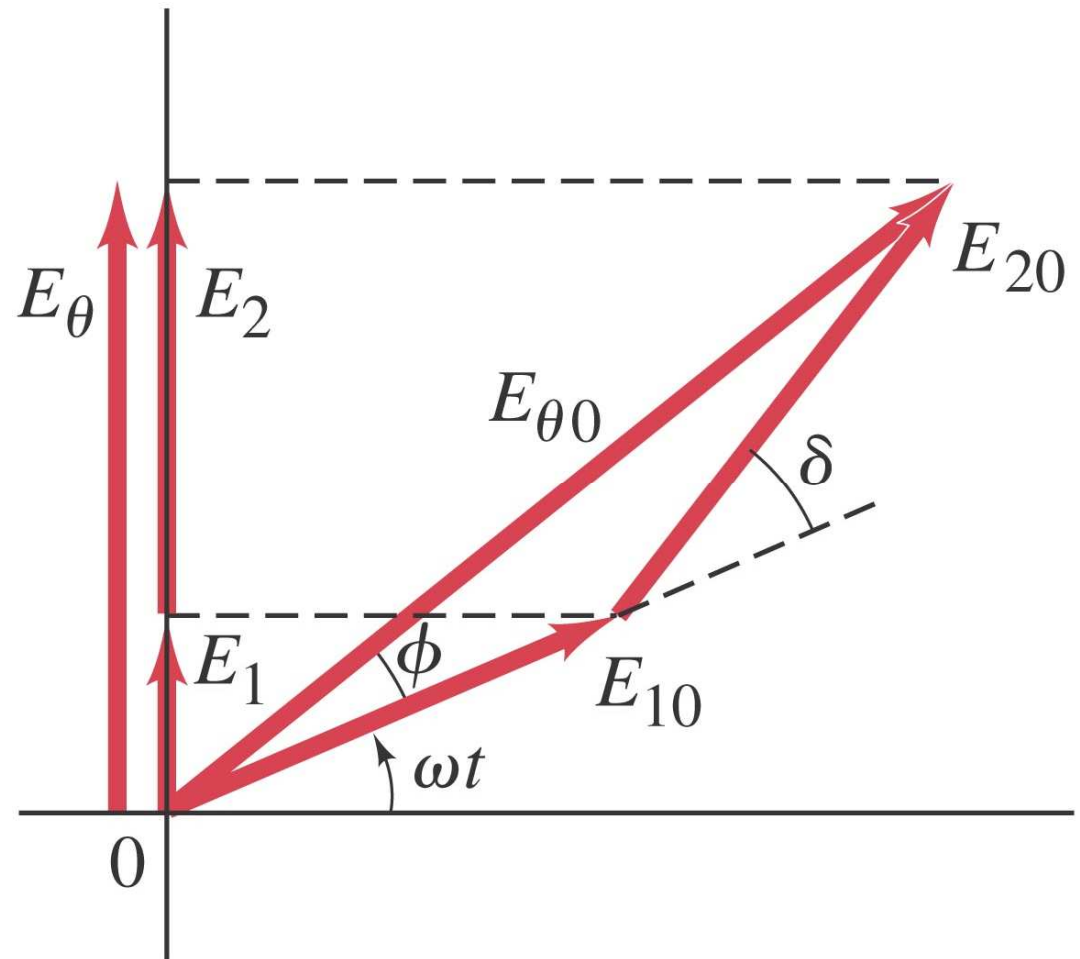
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta.$$



34-4 Ένταση των κροσών Συμβολής

Το διανυσματικό άθροισμα των δύο πεδίων μας δίνει (όταν $E_{10}=E_{20}$):

$$E_{\theta} = 2E_0 \cos \frac{\delta}{2} \sin \left(\omega t + \frac{\delta}{2} \right).$$



34-4 Ένταση των κροσσών Συμβολής

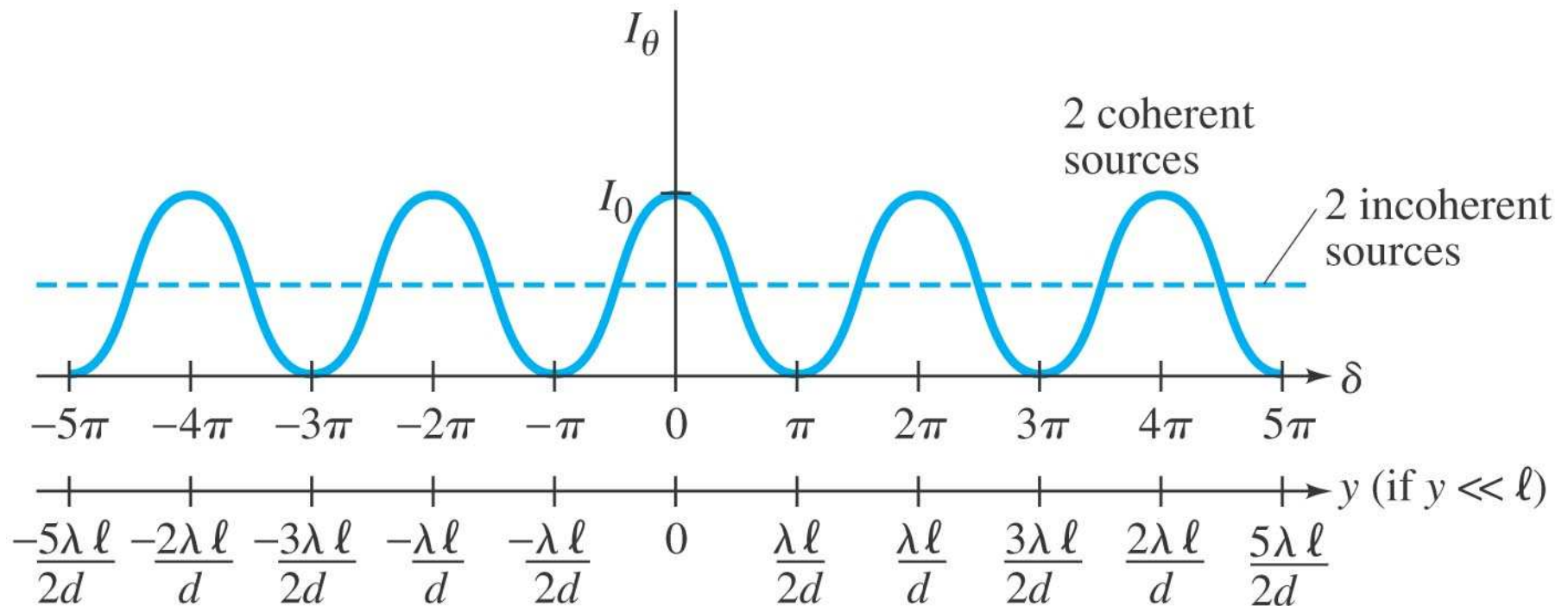
Η μέση ένταση είναι ανάλογη του τετραγώνου του πεδίου:

$$\begin{aligned} I_{\theta} &= I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \\ &= I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \end{aligned}$$

$$I_{\theta} = I_0 \left[\cos \left(\frac{\pi d}{\lambda \ell} y \right) \right]^2. \quad [y \ll \ell, d \ll \ell]$$

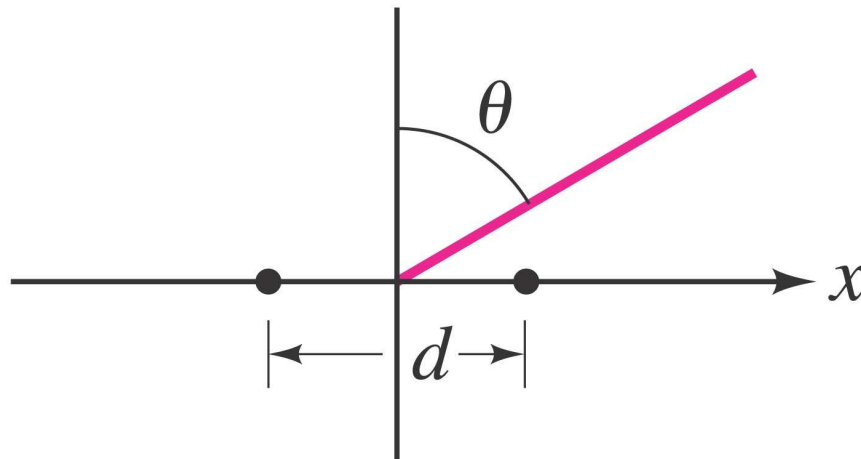
34-4 Ένταση των κροσμών Συμβολής

Το σχήμα δείχνει την εξάρτηση της έντασης από την γωνία.



34-4 Ένταση των κροσών Συμβολής

Δύο κεραίες ραδιοφώνου απέχουν μεταξύ τους d . Εκπέμπουν σε συμφωνία (ίδια σταθερή φάση) ακτινοβολία με ένταση I_0 και μήκος κύματος λ . (a) Βρείτε την ένταση σαν συνάρτηση της γωνίας θ για μεγάλες αποστάσεις από τις κεραίες. (b) Για $d = \lambda$, βρείτε το I και βρείτε τις κατευθύνσεις όπου έχουμε μέγιστη με ελάχιστη ένταση. (c) Επαναλάβετε το (b) για $d = \lambda/2$.



APPROACH This setup is similar to Young's double-slit experiment.

SOLUTION (a) Points of constructive and destructive interference are still given by Eqs. 34-2a and b, and the net intensity as a function of θ is given by Eq. 34-6. (b) We let $d = \lambda$ in Eq. 34-6, and find for the intensity,

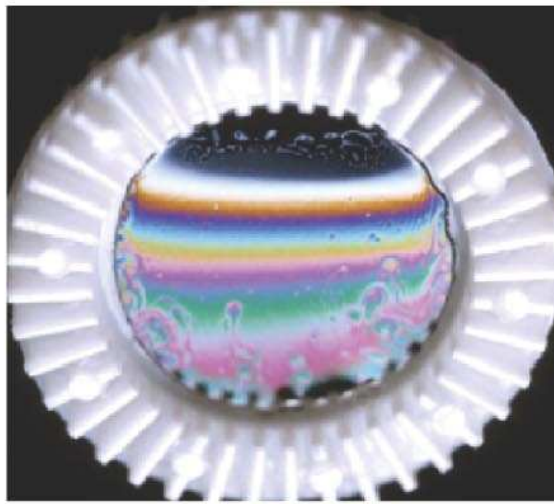
$$I = I_0 \cos^2(\pi \sin \theta).$$

I is a maximum, equal to I_0 , when $\sin \theta = 0, 1$, or -1 , meaning $\theta = 0, 90^\circ, 180^\circ$, and 270° . I is zero when $\sin \theta = \frac{1}{2}$ and $-\frac{1}{2}$, for which $\theta = 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ$, and 330° .

(c) For $d = \lambda/2$, I is maximized for $\theta = 0$ and 180° , and minimized for 90° and 270° .

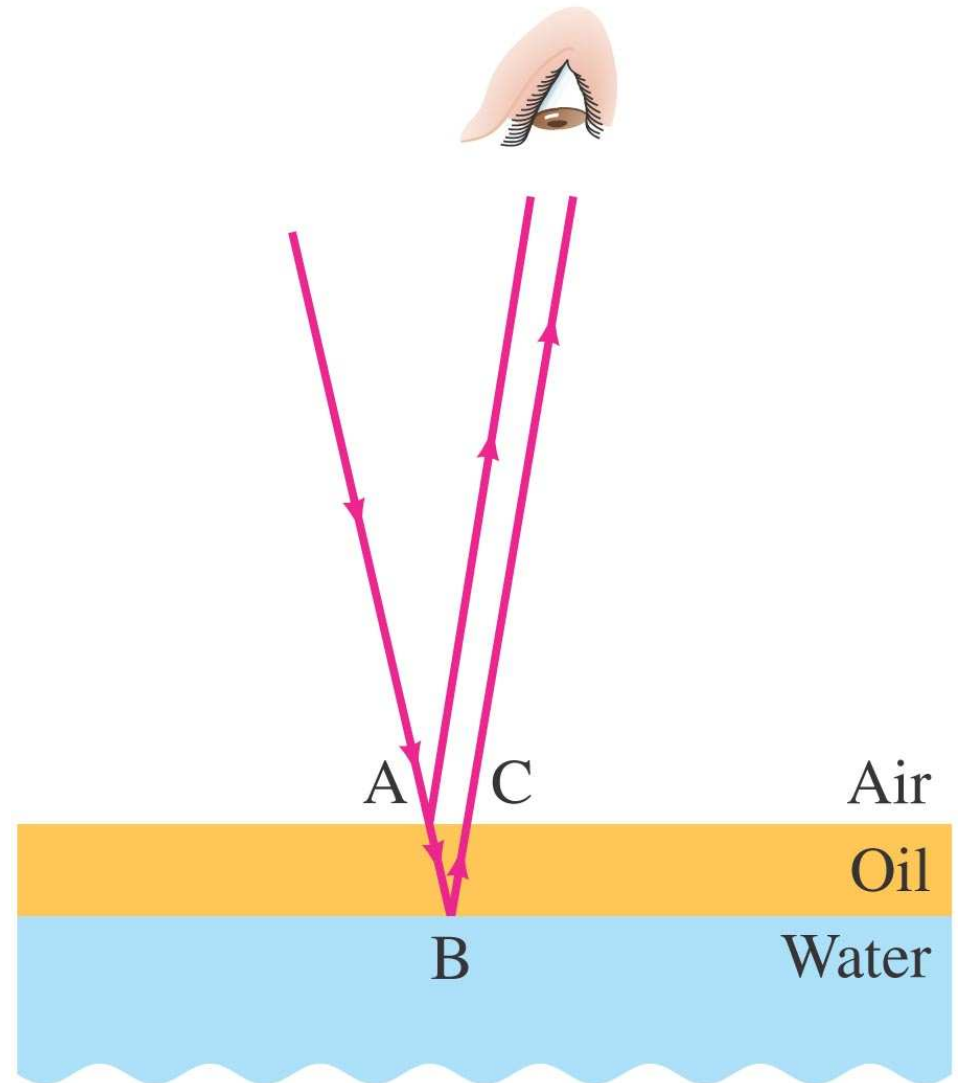
34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Όταν πάνω σε μια επιφάνεια υπάρχει ένα πολύ λεπτό στρώμα (υμένιο) κάποιου υλικού, το πάχος του οποίου είναι της τάξης μεγέθους του μήκους κύματος της ακτινοβολίας, τότε η «ανάκλαση» από τις δύο επιφάνειες του υμενίου μπορεί να οδηγήσει σε συμβολή. Το φαινόμενο αυτό είναι εμφανές σε σαπουνόφουσκες και σε κηλίδες από πετρέλαιο.



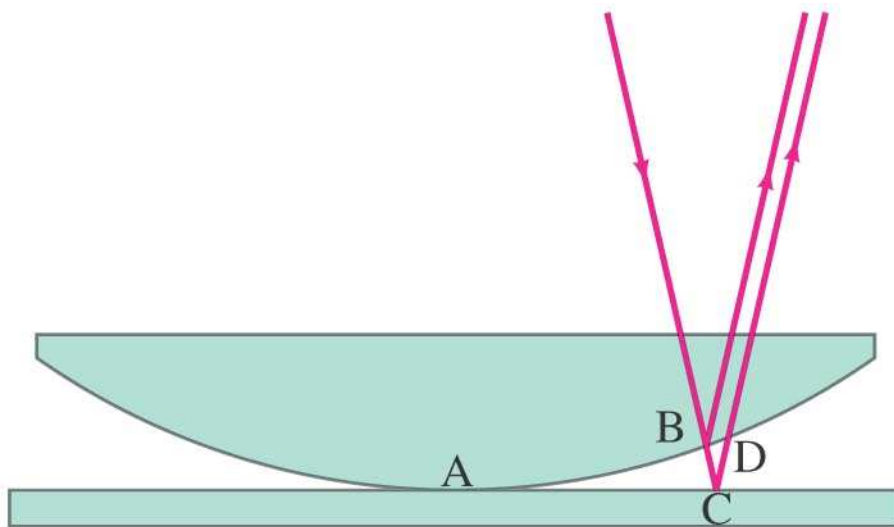
34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Το μήκος κύματος στο λάδι και στον αέρα θα είναι διαφορετικό και ανακλάσεις από τα σημεία A και B δυνητικά μπορεί να προκαλέσουν μεταβολή στην φάση της ανακλώμενης ακτινοβολίας.



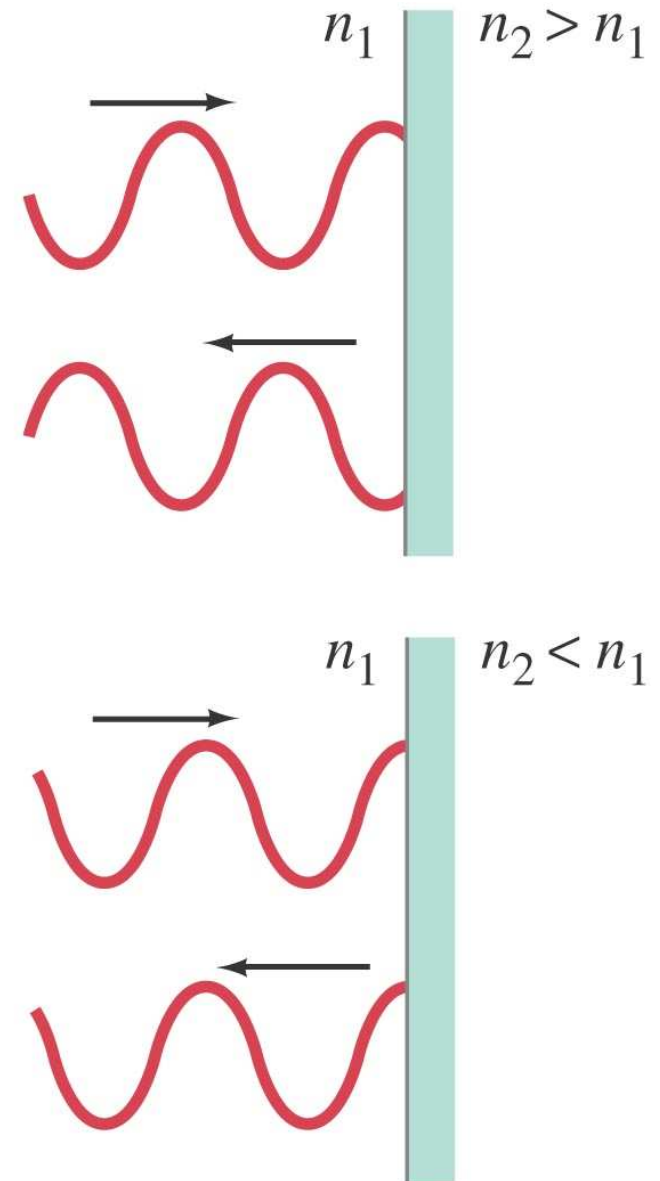
34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Δακτυλίδια του Newton: η διάταξη το σχήματος δημιουργεί κροσσούς συμβολής.



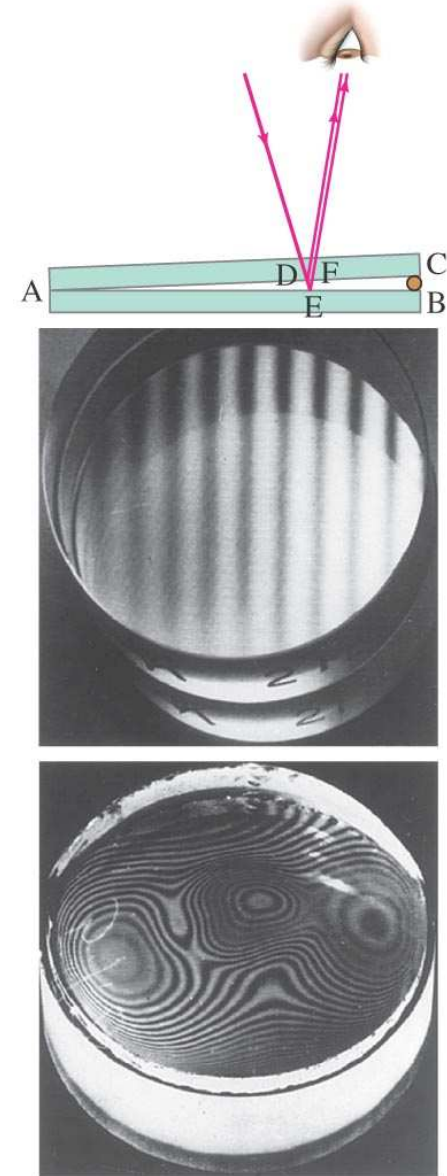
34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Μια δέσμη φωτός που ανακλάται από υλικό με δείκτη διάθλασης μεγαλύτερο από το μέσο διάδοσης, υπόκεινται σε αλλαγή φάσης κατά 180° ή $\frac{1}{2}$ κύκλο.



34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Ένα λεπτό σύρμα διαμέτρου $7.35 \times 10^{-3} \text{ mm}$ τοποθετείτε μεταξύ δύο επίπεδων παραθύρων από γυαλί. Φως στα 600 nm πέφτει κάθετα πάνω στα παράθυρα και δημιουργεί ένα σχηματισμό σκοτεινών και φωτεινών ταινιών. Πόσες ταινίες σχηματίζονται; Δίπλα στο σύρμα η πρώτη ταινία θα είναι σκοτεινή ή φωτεινή;



APPROACH We need to consider two effects: (1) path differences for rays reflecting from the two close surfaces (thin wedge of air between the two glass plates), and (2) the $\frac{1}{2}$ -cycle phase change at the lower surface (point E in Fig. 34–20a), where rays in air can enter glass. Because of the phase change at the lower surface, there will be a dark band (no reflection) when the path difference is $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda$, and so on. Since the light rays are perpendicular to the plates, the extra path length equals $2t$, where t is the thickness of the air gap at any point.

SOLUTION Dark bands will occur where

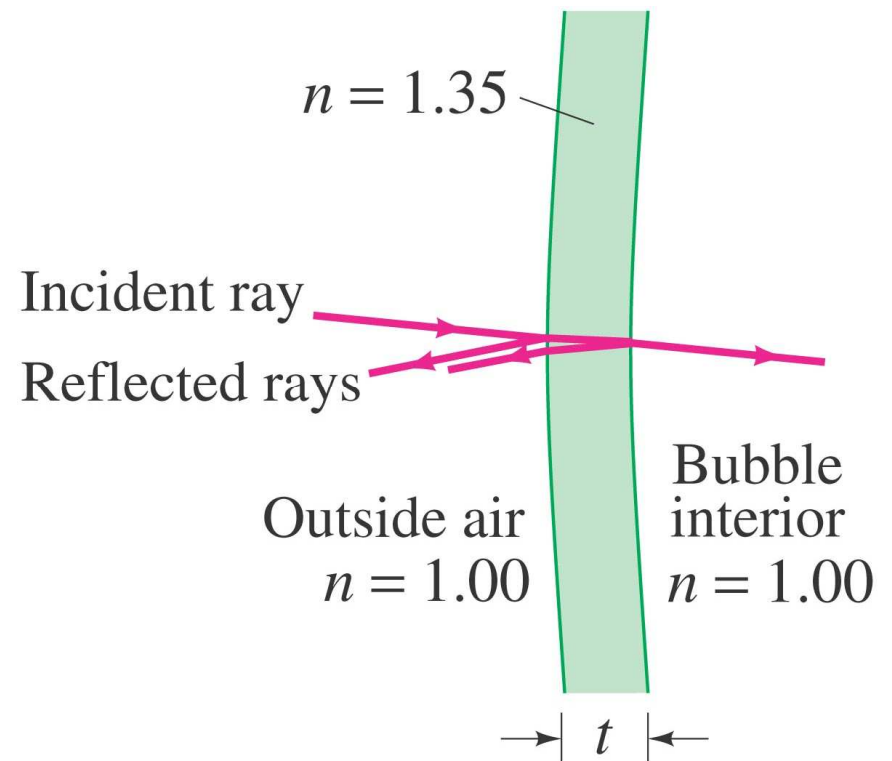
$$2t = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Bright bands occur when $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda$, where m is an integer. At the position of the wire, $t = 7.35 \times 10^{-6} \text{ m}$. At this point there will be $2t/\lambda = (2)(7.35 \times 10^{-6} \text{ m})/(6.00 \times 10^{-7} \text{ m}) = 24.5$ wavelengths. This is a “half integer,” so the area next to the wire will be bright. There will be a total of 25 dark lines along the plates, corresponding to path lengths of $0\lambda, 1\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, 24\lambda$, including the one at the point of contact A ($m = 0$). Between them, there will be 24 bright lines plus the one at the end, or 25.

NOTE The bright and dark bands will be straight only if the glass plates are extremely flat. If they are not, the pattern is uneven, as in Fig. 34–20c. Thus we see a very precise way of testing a glass surface for flatness. Spherical lens surfaces can be tested for precision by placing the lens on a flat glass surface and observing Newton’s rings (Fig. 34–18b) for perfect circularity.

34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Μια σαπουνόφουσκα εμφανίζεται πράσινη ($\lambda = 540 \text{ nm}$). Εάν ο δείκτης διάθλασης είναι $n = 1.35$ ποιο είναι το ελάχιστο πάχος της σαπουνόφουσκας;



APPROACH Assume the light is reflected perpendicularly from the point on a spherical surface nearest the viewer, Fig. 34–21. The light rays also reflect from the inner surface of the soap bubble film as shown. The path difference of these two reflected rays is $2t$, where t is the thickness of the soap film. Light reflected from the first (outer) surface undergoes a 180° phase change (index of refraction of soap is greater than that of air), whereas reflection at the second (inner) surface does not. To determine the thickness t for an interference maximum, we must use the wavelength of light in the soap ($n = 1.35$).

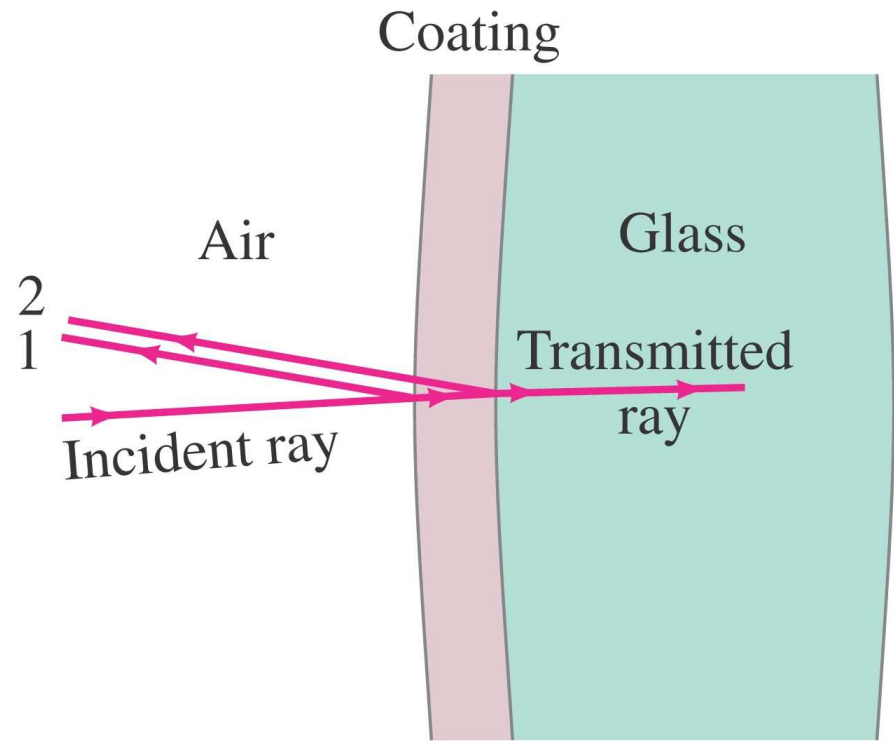
SOLUTION The 180° phase change at only one surface is equivalent to a $\frac{1}{2}\lambda$ path difference. Therefore, green light is bright when the minimum path difference equals $\frac{1}{2}\lambda_n$. Thus, $2t = \lambda/2n$, so

$$t = \frac{\lambda}{4n} = \frac{(540 \text{ nm})}{(4)(1.35)} = 100 \text{ nm}.$$

This is the smallest thickness; but the green color is more likely to be seen at the *next* thickness that gives constructive interference, $2t = 3\lambda/2n$, because other colors would be more fully cancelled by destructive interference. The more likely thickness is $3\lambda/4n = 300 \text{ nm}$, or even $5\lambda/4n = 500 \text{ nm}$. Note that green is seen in air, so $\lambda = 540 \text{ nm}$ (not λ/n).

34-5 Συμβολή λεπτών Υμενίων

Πόσο είναι το πάχος μιας επικάλυψης ενός οπτικού στοιχείου από MgF_2 με $n = 1.38$ σχεδιασμένο ώστε να ελαχιστοποιεί κάθετες ανακλάσεις κοντά στα 550 nm ; Το υπόστρωμα είναι γυαλί με $n = 1.50$.



SOLUTION

- 1. Interference effects.** Consider two rays reflected from the front and rear surfaces of the coating on the lens as shown in Fig. 34–23. The rays are drawn not quite perpendicular to the lens so we can see each of them. These two reflected rays will interfere with each other.
- 2. Constructive interference.** We want to eliminate reflected light, so we do not consider constructive interference.
- 3. Destructive interference.** To eliminate reflection, we want reflected rays 1 and 2 to be $\frac{1}{2}$ cycle out of phase with each other so that they destructively interfere. The phase difference is due to the path difference $2t$ traveled by ray 2, as well as any phase change in either ray due to reflection.
- 4. Reflection phase shift.** Rays 1 and 2 *both* undergo a change of phase by $\frac{1}{2}$ cycle when they reflect from the coating's front and rear surfaces, respectively (at both surfaces the index of refraction increases). Thus there is no net change in phase due to the reflections. The net phase difference will be due to the extra path $2t$ taken by ray 2 in the coating, where $n = 1.38$. We want $2t$ to equal $\frac{1}{2}\lambda_n$ so that destructive interference occurs, where $\lambda_n = \lambda/n$ is the wavelength in the coating. With $2t = \lambda_n/2 = \lambda/2n$, then

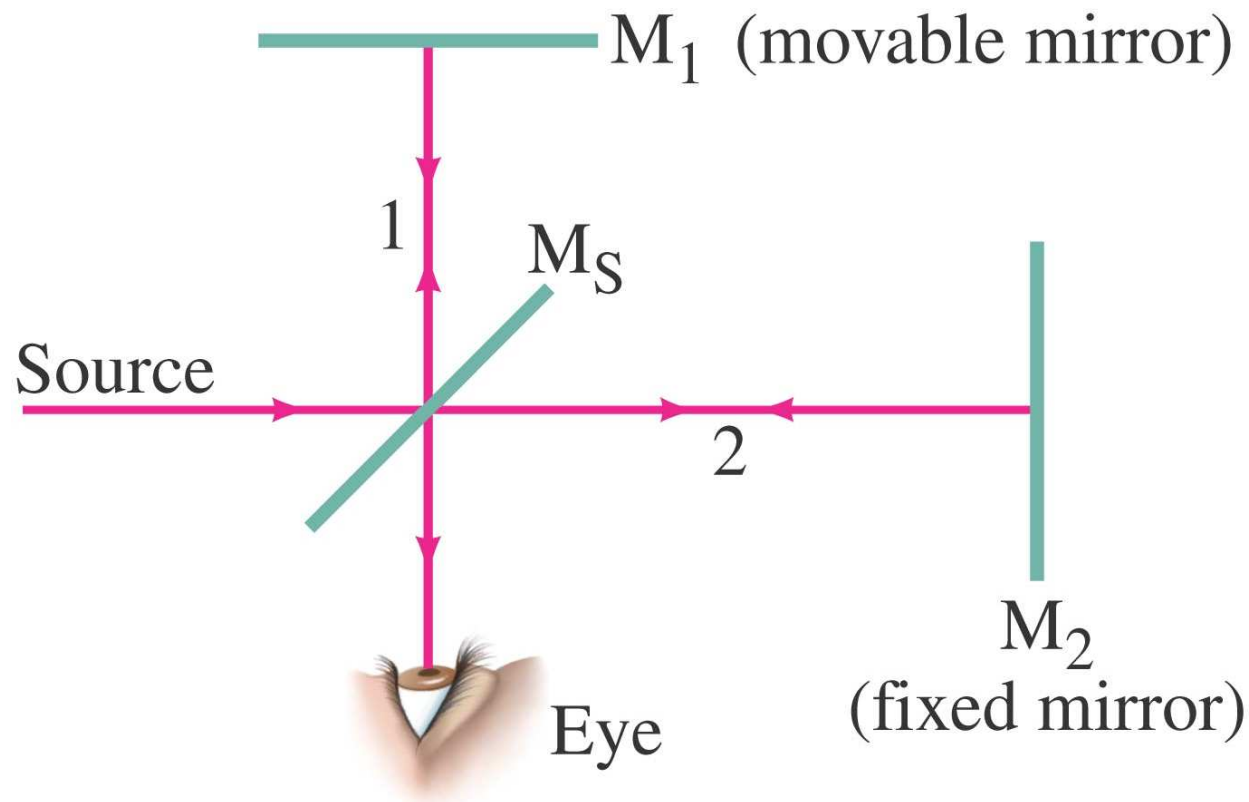
$$t = \frac{\lambda_n}{4} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{(550 \text{ nm})}{(4)(1.38)} = 99.6 \text{ nm}.$$

NOTE We could have set $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda_n$, where m is an integer. The smallest thickness ($m = 0$) is usually chosen because destructive interference will occur over the widest angle.

NOTE Complete destructive interference occurs only for the given wavelength of visible light. Longer and shorter wavelengths will have only partial cancellation.

34-6 Συμβολόμετρο Michelson

Το συμβολόμετρο Michelson βασίζεται σε ένα διαχωριστή δέσμης (beam splitter), που έχει την ιδιότητα να ανακλά περίπου το 50% της δέσμης και να περνάει το υπόλοιπο.



Κεφάλαιο 35

Περίθλαση και Πόλωση



Περιεχόμενα Κεφαλαίου 35

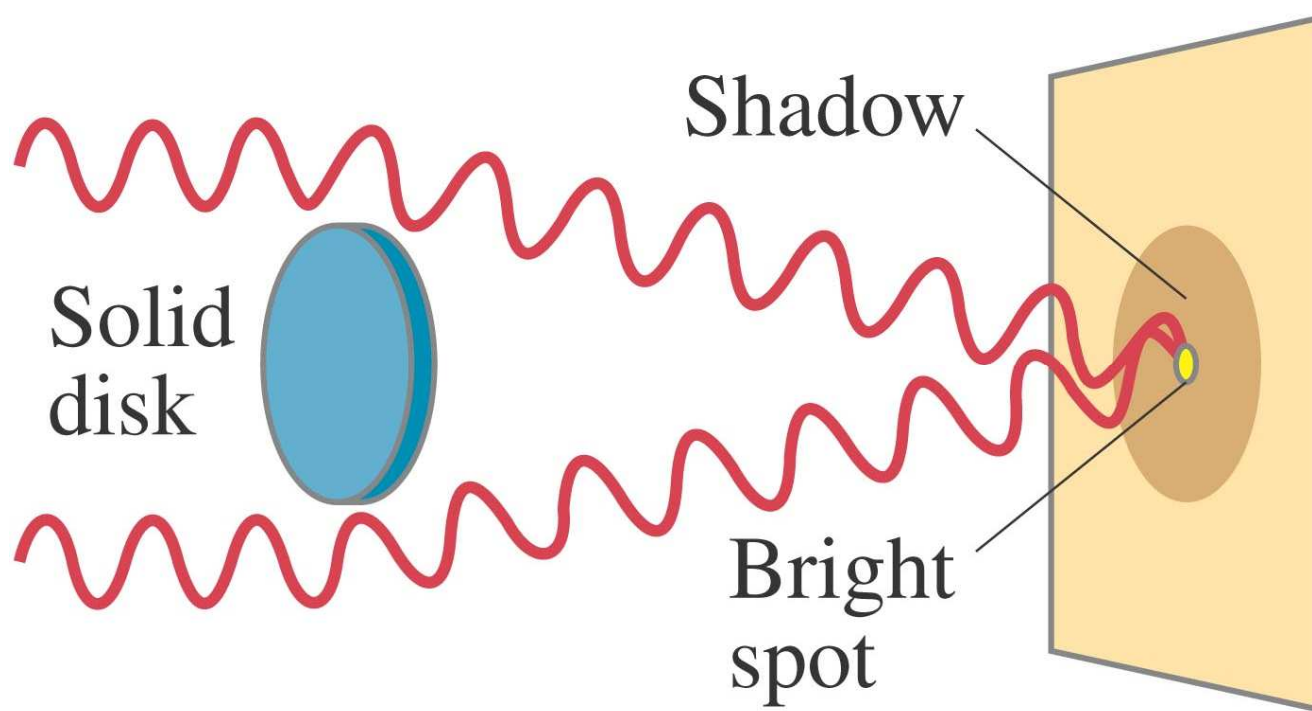
- Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου
- Intensity in Single-Slit Diffraction Pattern
- Περίθλαση διπλής σχισμής
- Διακριτική ικανότητα; Κυκλικές ίριδες
- Διακριτική ικανότητα Τηλεσκοπίων και μικροσκοπίων; Το όριο του λ Limit
- Διακριτική ικανότητα ανθρώπινου ματιού-μεγέθυνση
- Φράγμα Περίθλασης

Περιεχόμενα Κεφαλαίου 35

- Φασματόμετρα και Φασματοσκοπία
- Διακριτική ικανότητα και ισχύς Φράγματος περίθλασης.
- Ακτίνες- X και περίθλαση ακτίνων X
- Πόλωση
- Σκέδαση φωτός από τη ατμόσφαιρα.

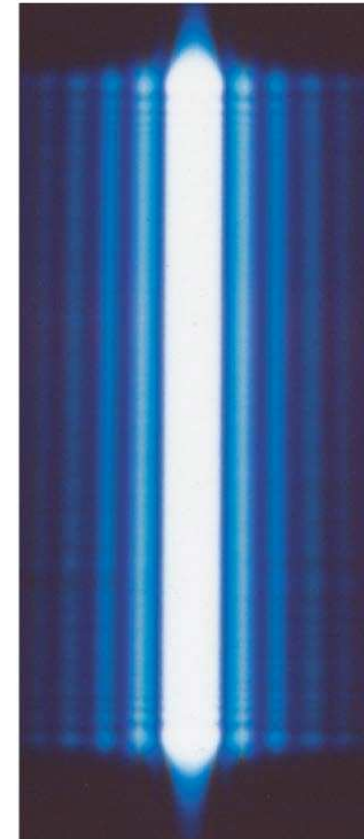
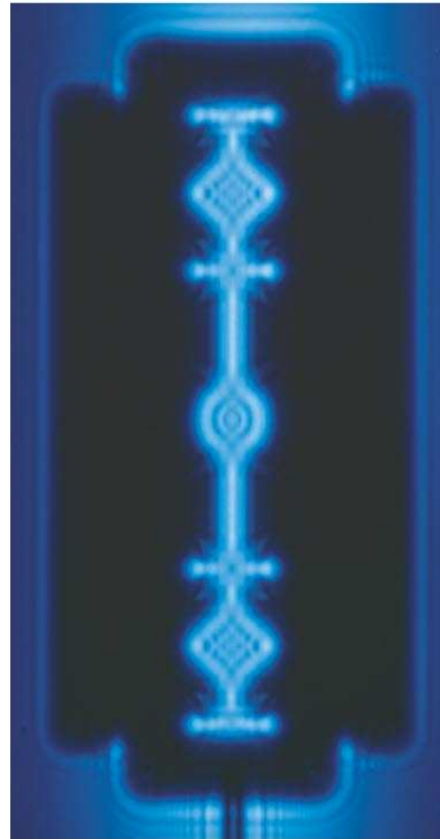
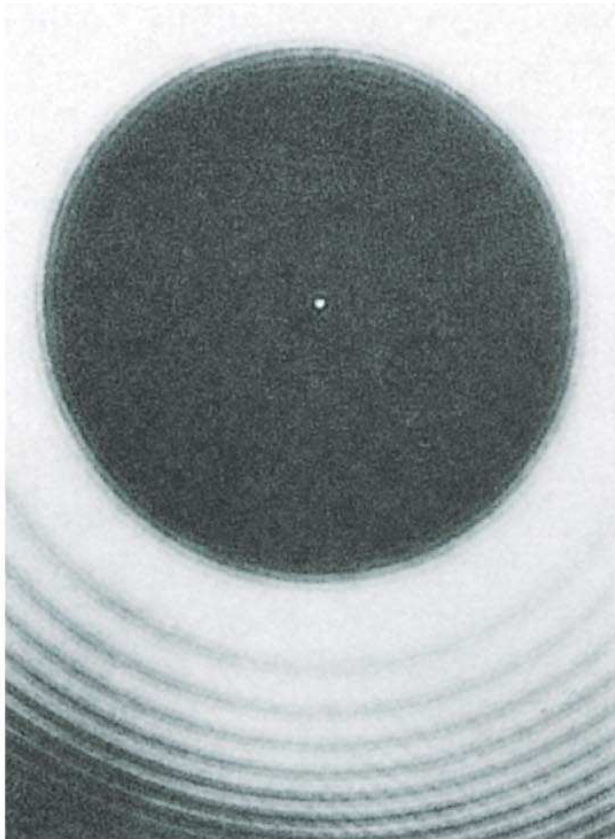
35-1 Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου

Λόγω της κυματικής φύσης του φωτός, παρατηρείται το φαινόμενο της περίθλασης, απόκλιση από ευθύγραμμη διάδοση, γύρω από αντικείμενα και σχισμές.



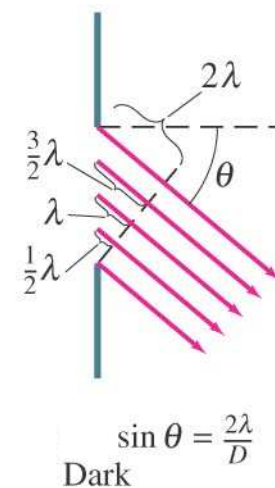
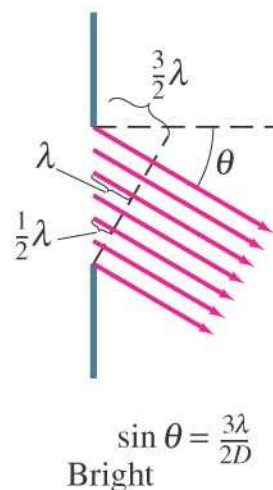
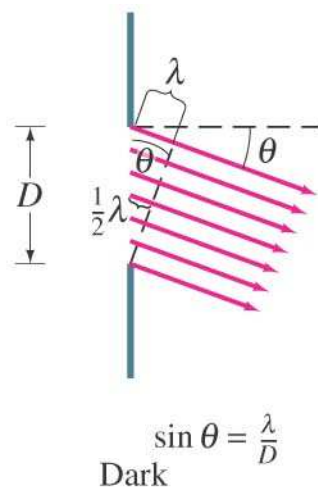
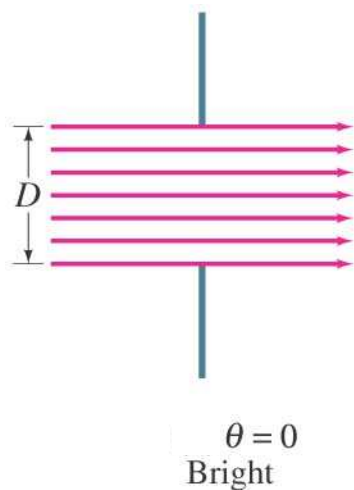
35-1 Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου

Η εικόνα περίθλασης είναι ο σχηματισμός που δημιουργείται λόγω της περίθλασης.



35-1 Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου

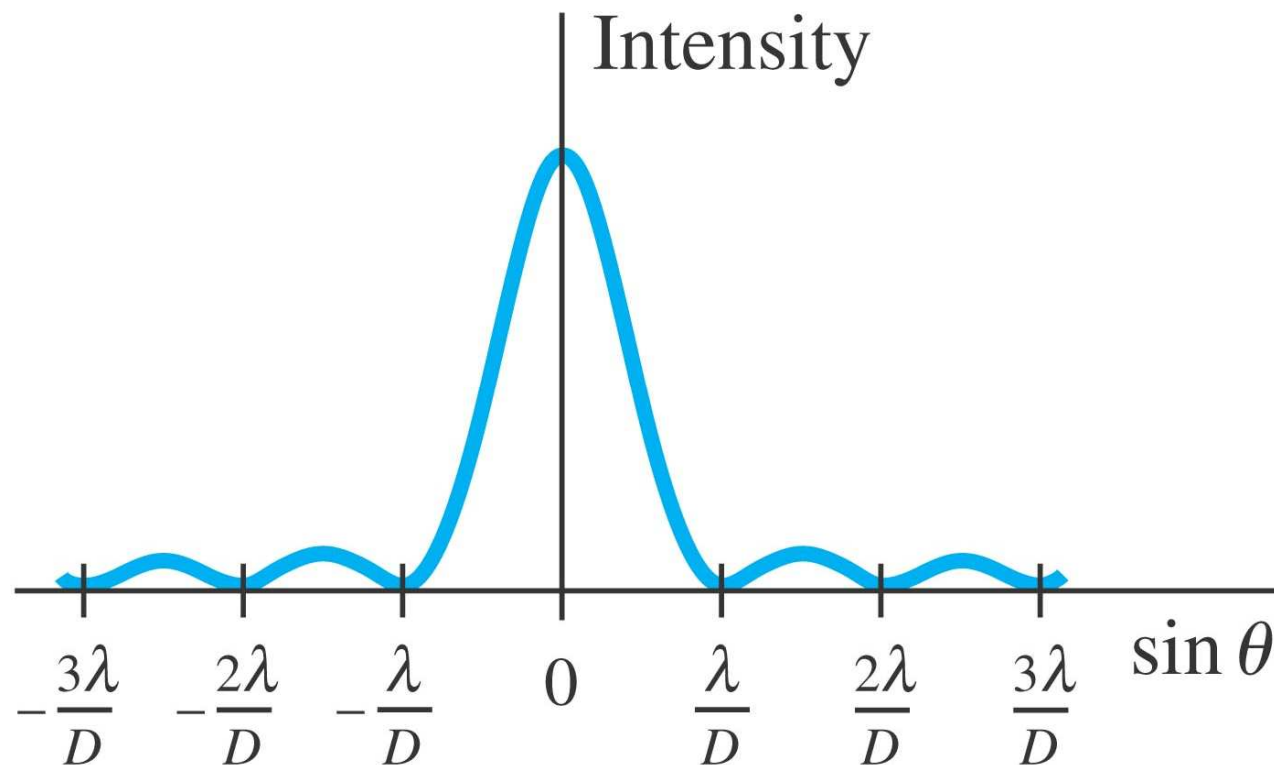
Η περίθλαση συμβαίνει επειδή τα δευτερογενή μέτωπα στο άνοιγμα της οπής υπόκεινται στο φαινόμενο της συμβολής.



35-1 Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου

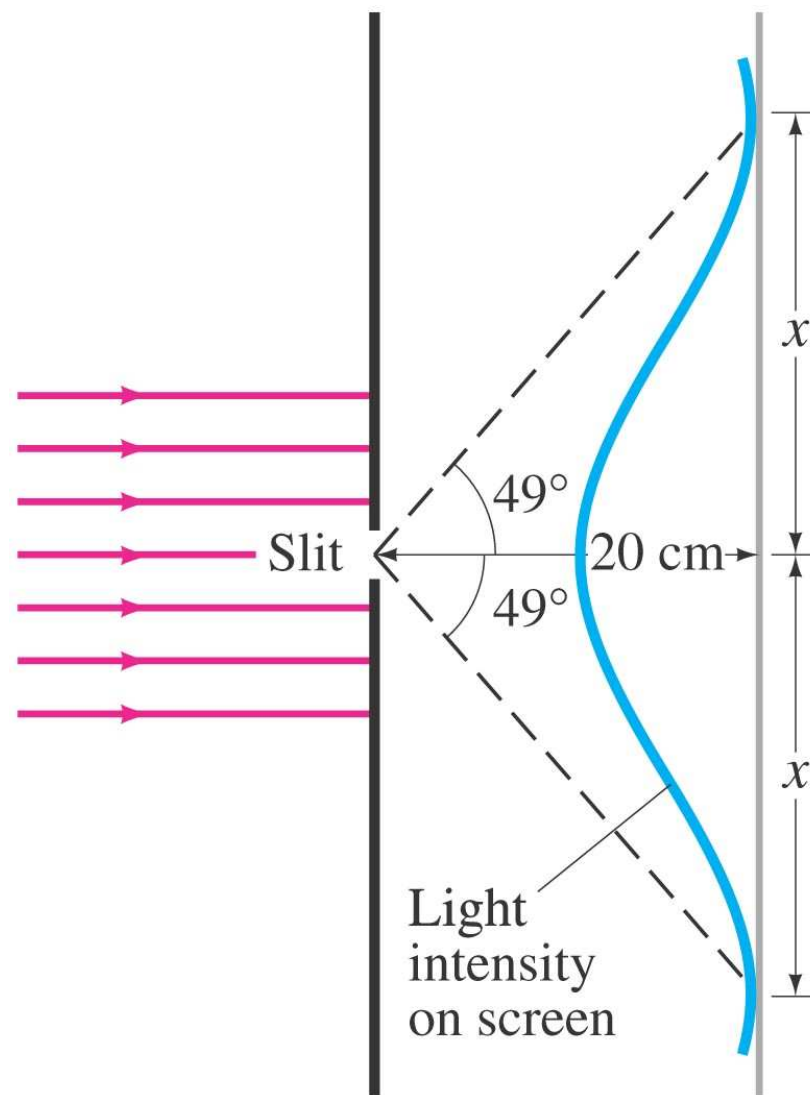
Τα ελάχιστα στην εικόνα συμβολής απλής σχισμής ή δίσκου παρατηρούνται όταν

$$D \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad [\text{minima}]$$



35-1 Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου

Φως μήκους κύματος 750 nm περνάει από σχισμής πλάτους 1.0×10^{-3} mm. Πόσο είναι το εύρος της κεντρικής κορυφής (a) σε μοίρες και (b) σε cm όταν η οθόνη βρίσκεται σε απόσταση 20 cm;



APPROACH The width of the central maximum goes from the first minimum on one side to the first minimum on the other side. We use Eq. 35–1 to find the angular position of the first single-slit diffraction minimum.

SOLUTION (a) The first minimum occurs at

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{7.5 \times 10^{-7} \text{ m}}{1.0 \times 10^{-6} \text{ m}} = 0.75.$$

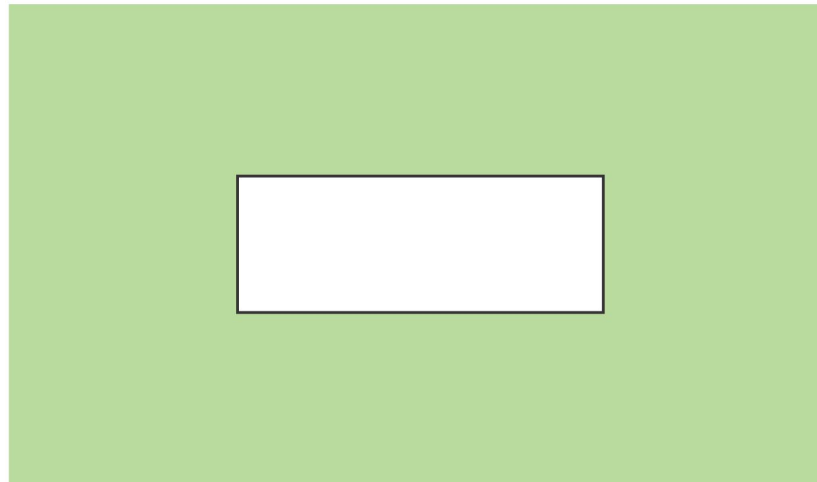
So $\theta = 49^\circ$. This is the angle between the center and the first minimum, Fig. 35–5. The angle subtended by the whole central maximum, between the minima above and below the center, is twice this, or 98° .

(b) The width of the central maximum is $2x$, where $\tan \theta = x/20 \text{ cm}$. So $2x = 2(20 \text{ cm})(\tan 49^\circ) = 46 \text{ cm}$.

NOTE A large width of the screen will be illuminated, but it will not normally be very bright since the amount of light that passes through such a small slit will be small and it is spread over a large area. Note also that we *cannot* use the small-angle approximation here ($\theta \approx \sin \theta \approx \tan \theta$) because θ is large.

35-1 Περίθλαση απλής σχισμής ή δίσκου

Μια παραλληλόγραμμη σχισμή του σχήματος φωτίζεται. (a) Σε ποια διεύθυνση αναμένετε να είναι περισσότερο εκτεταμένη η περίθλαση; (b) με βάση αυτό πως τι σχήμα πρέπει να έχει ένα μεγάλφωνο ανακοινώσεων σε ένα γήπεδο;



RESPONSE (a) From Eq. 35–1 we can see that if we make the slit (width D) narrower, the pattern spreads out more. This is consistent with our study of waves in Chapter 15. The diffraction through the rectangular hole will be wider vertically, since the opening is smaller in that direction. (b) For a loudspeaker, the sound pattern desired is one spread out horizontally, so the horn should be tall and narrow (rotate Fig. 35–6 by 90°).



35-2 Ένταση Περίθλασης

Η φάση και η ένταση της ακτινοβολίας εξ αιτίας της περίθλασης δίδεται από της σχέσης:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta.$$

και

$$I_{\theta} = I_0 \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2.$$

35-2 Ένταση Περίθλασης

Βρείτε τις εντάσεις για τα πρώτα δύο μέγιστα εκατέρωθεν του κεντρικού μεγίστου σε μια εικόνα περίθλασης.

APPROACH The secondary maxima occur close to halfway between the minima, at about

$$\frac{\beta}{2} = \frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \approx (m + \frac{1}{2})\pi. \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

The actual maxima are not quite at these points—their positions can be determined by differentiating Eq. 35–7 (see Problem 14)—but we are only seeking an estimate.

SOLUTION Using these values for β in Eq. 35–7 or 35–8, with $\sin(m + \frac{1}{2})\pi = 1$, gives

$$I_{\theta} = \frac{I_0}{(m + \frac{1}{2})^2 \pi^2}. \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

For $m = 1$ and 2, we get

$$I_{\theta} = \frac{I_0}{22.2} = 0.045I_0 \quad [m = 1]$$

$$I_{\theta} = \frac{I_0}{61.7} = 0.016I_0. \quad [m = 2]$$

The first maximum to the side of the central peak has only 1/22, or 4.5%, the intensity of the central peak, and succeeding ones are smaller still, just as we can see in Fig. 35-4 and the photo of Fig. 35-2c.

35-3 Περίθλαση διπλής σχισμής

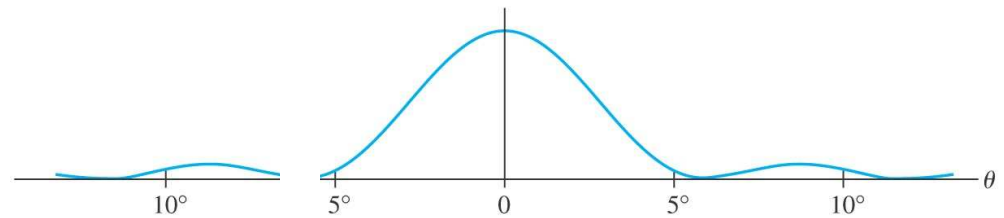
Για δύο σχισμές έχουμε

$$E_{\theta 0} = 2E_0 \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right) \cos \frac{\delta}{2}.$$

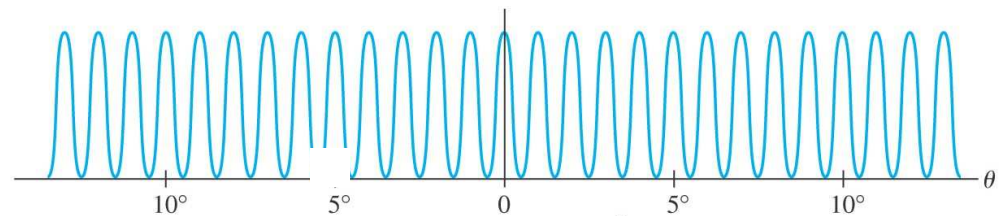
Η ένταση παραμένει ανάλογη του τετραγώνου του πεδίου.

35-3 Περίθλαση διπλής σχισμής

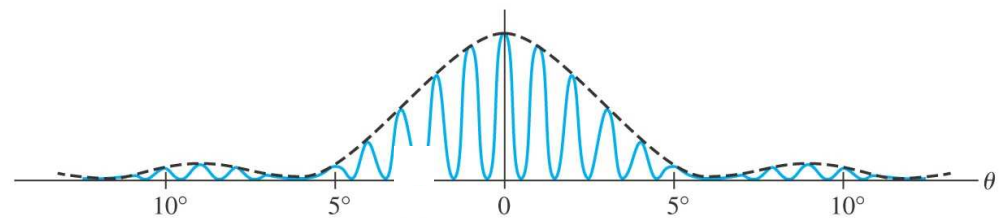
Ο παράγοντας της περίθλασης (εξαρτάται από το β) εμφανίζεται σαν “φάκελος” που τροποποιεί τον ταχέως μεταβαλλόμενο παράγοντα συμβολής (που εξαρτάται από τον δ).



(a) Diffraction factor, $(\sin^2 \beta/2)/(\beta/2)^2$ vs. θ



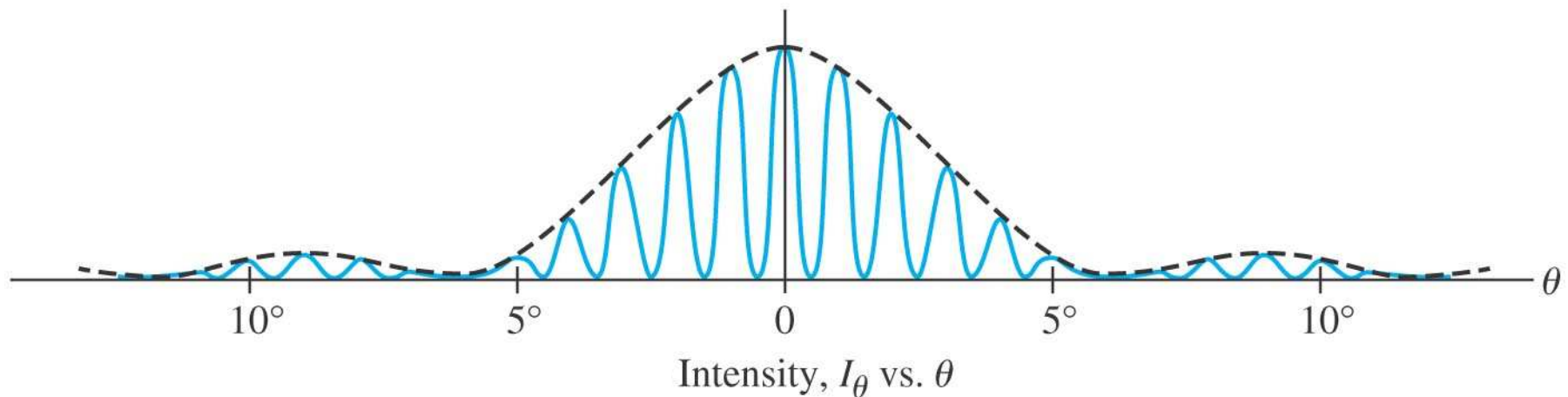
(b) Interference factor, $\cos^2 \frac{\delta}{2}$ vs. θ

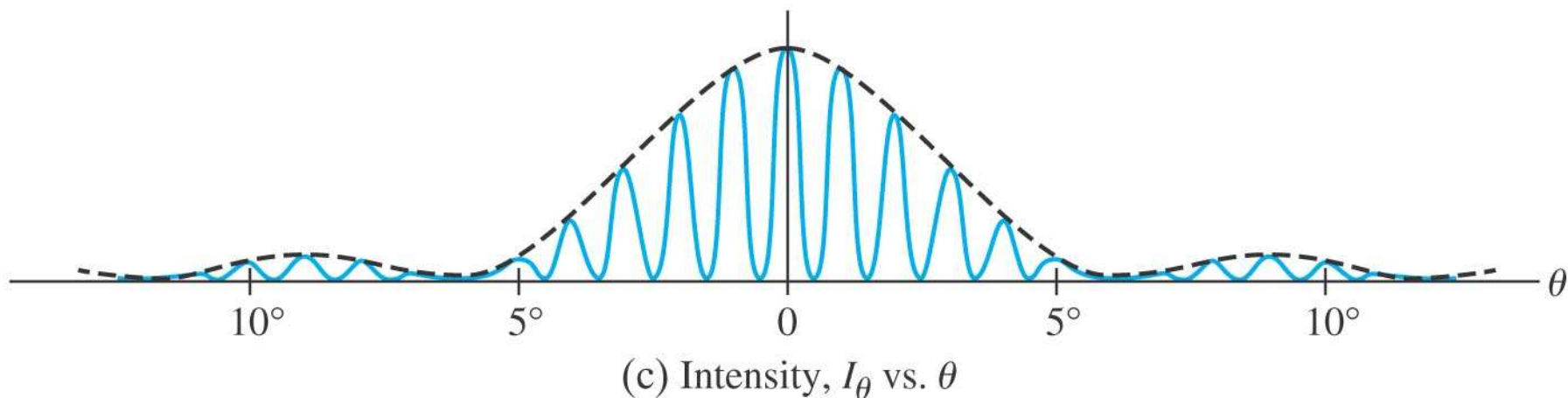


(c) Intensity, I_θ vs. θ

35-3 Περίθλαση διπλής σχισμής

Δείξτε ότι η κεντρική κορυφή περίθλασης του σχήματος για $d = 6D = 60\lambda$, περιέχει 11 κροσούς συμβολής.





APPROACH The first minimum in the diffraction pattern occurs where

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{D}.$$

Since $d = 6D$,

$$d \sin \theta = 6D \left(\frac{\lambda}{D} \right) = 6\lambda.$$

SOLUTION From Eq. 34-2a, interference peaks (maxima) occur for $d \sin \theta = m\lambda$ where m can be 0, 1, $\dots$ or any integer. Thus the diffraction minimum ($d \sin \theta = 6\lambda$) coincides with $m = 6$ in the interference pattern, so the $m = 6$ peak won't appear. Hence the central diffraction peak encloses the central interference peak ($m = 0$) and five peaks ($m = 1$ to 5) on each side for a total of 11. Since the sixth order doesn't appear, it is said to be a "missing order."

35-4 Όρια διακριτικής ικανότητας- κυκλικές ίριδες

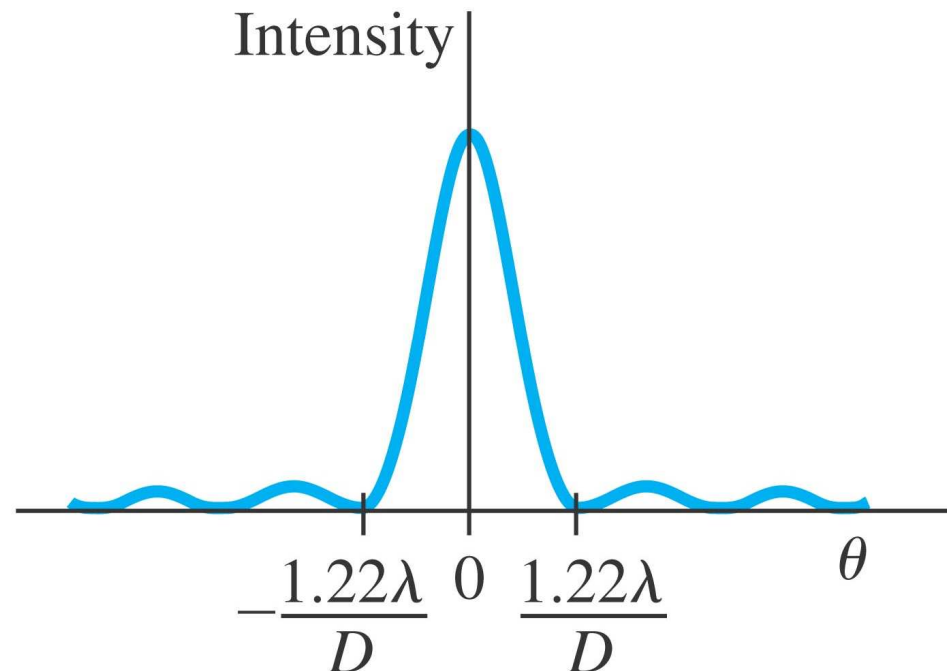
Διακριτική ικανότητα είναι η απόσταση στην οποία ένα φακός μπορεί μόλις να διακρίνει δύο διαφορετικά αντικείμενα.

Η διακριτική ικανότητα περιορίζεται από σφάλματα (εκτροπές) και περίθλαση. Οι εκτροπές μπορεί δυνητικά να διορθωθούν, η περίθλαση όμως όχι. Η περίθλαση έχει σχέση με τις διαστάσεις του φακού σε σχέση με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας.

35-4 Όρια διακριτικής ικανότητας- κυκλικές ίριδες

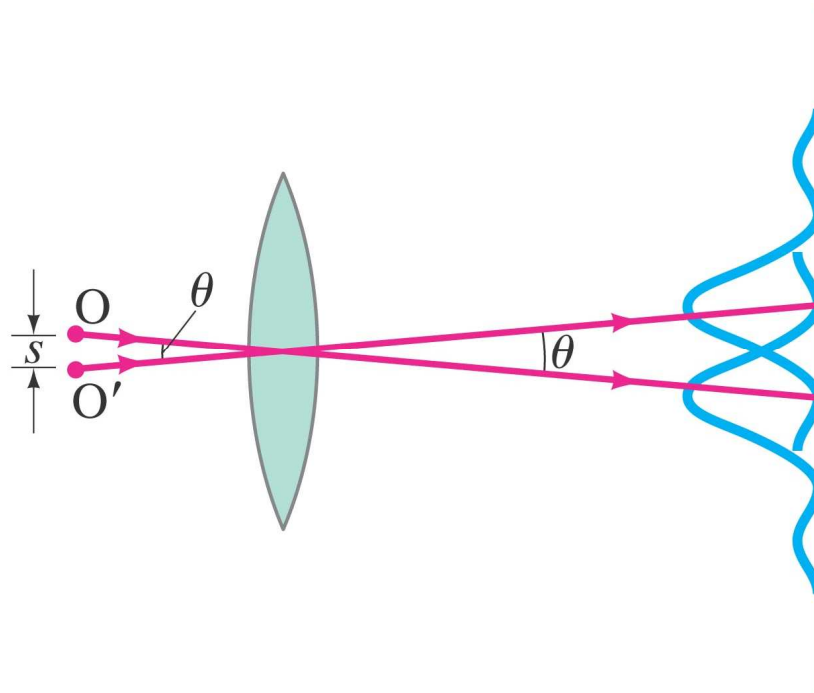
Για κυκλικές ίριδες με διάμετρο D , το κεντρικό μέγιστο έχει εύρος:

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D}. \quad [\theta \text{ in radians}]$$



35-4 Όρια διακριτικής ικανότητας- κυκλικές ίριδες

Το κριτήριο του Rayleigh λέει ότι δύο παραστάσεις είναι διακριτές όταν το κέντρο της μιας είναι τουλάχιστον στην απόσταση του πρώτου ελαχίστου της άλλης.



35-4 Όρια διακριτικής ικανότητας- κυκλικές ίριδες

Το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble βασίζεται στην ανάκλαση και είναι σε τροχιά πέριξ της γης. Η διακριτική του ικανότητα εξαρτάται «μόνο» από το στροβιλισμό της ατμόσφαιρας. Η διάμετρος του αντικειμενικού φακού του είναι 2.4 m. Για ορατή ακτινοβολία π.χ. $\lambda = 550 \text{ nm}$, βρείτε πόση είναι η βελτίωση στην διακριτική ικανότητα των επίγειων τηλεσκοπίων που περιορίζονται από την περιστροφή της ατμόσφαιρας της γης $\sim 1/2 \text{ arc-s}$. (Κάθε μοίρα έχει 60 minutes και κάθε minute 60 seconds, επομένως $1^\circ = 3600 \text{ arc-s}$.)

APPROACH Angular resolution for the Hubble is given (in radians) by Eq. 35–10. The resolution for Earth telescopes is given, and we first convert it to radians so we can compare.

SOLUTION Earth-bound telescopes are limited to an angular resolution of

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3600} \right)^\circ \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} \right) = 2.4 \times 10^{-6} \text{ rad}.$$

The Hubble, on the other hand, is limited by diffraction (Eq. 35–10) which for $\lambda = 550 \text{ nm}$ is

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{2.4 \text{ m}} = 2.8 \times 10^{-7} \text{ rad},$$

thus giving almost ten times better resolution ($2.4 \times 10^{-6} \text{ rad} / 2.8 \times 10^{-7} \text{ rad} \approx 9\times$).

35-4 Όρια διακριτικής ικανότητας- κυκλικές ίριδες

Βρίσκεστε σε ένα αεροπλάνο σε ύψος 10,000 m. Κοιτώντας προς το έδαφος εκτιμείστε την ελάχιστη απόσταση s μεταξύ αντικειμένων που μπορείτε να διακρίνετε. Μπορείτε να μετρήσετε αυτοκίνητα σε ένα σταθμό parking ; Θωρείστε μόνο περίθλαση και υποθέστε ότι η ίριδα του ματιού σας είναι 3.0 mm σε διάμετρο και $\lambda = 550$ nm.

APPROACH We use the Rayleigh criterion, Eq. 35–10, to estimate θ . The separation s of objects is $s = \ell\theta$, where $\ell = 10^4$ m and θ is in radians.

SOLUTION In Eq. 35–10, we set $D = 3.0$ mm for the opening of the eye:

$$s = \ell\theta = \ell \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{(10^4 \text{ m})(1.22)(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{3.0 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2.2 \text{ m}.$$

Yes, you could just resolve a car (roughly 2 m wide by 3 or 4 m long) and count them.

35-5 Διακριτική ικανότητα Τηλεσκοπίων και Μικροσκοπίων; Το όριο του λ

Για τηλεσκόπιο το όριο είναι αυτό της περίθλασης δηλ. :

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D}. \quad [\theta \text{ in radians}]$$

Για μικροσκόπια, υποθέτοντας ότι το αντικείμενο βρίσκεται στην εστία του φακού, η διακριτική ικανότητα δίδεται από την σχέση:

$$RP = s = f\theta = \frac{1.22\lambda f}{D}.$$

35-5 Διακριτική ικανότητα Τηλεσκοπίων και Μικροσκοπίων; Το όριο του λ

Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση δύο άστρων που μπορεί να διακρίνει (a) το 200-ιντσών τηλεσκόπιο στο βουνό Palomar και (b) το Arecibo ραδιοτηλεσκόπιο, με διάμετρο 300 m και ακτίνα καμπυλότητας 300 m. Υποθέστε $\lambda = 550 \text{ nm}$ για το (a), και $\lambda = 4 \text{ cm}$ για το (b).



APPROACH We apply the Rayleigh criterion (Eq. 35–10) for each telescope.

SOLUTION (a) Since $D = 200 \text{ in.} = 5.1 \text{ m}$, we have from Eq. 35–10 that

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{(1.22)(5.50 \times 10^{-7} \text{ m})}{(5.1 \text{ m})} = 1.3 \times 10^{-7} \text{ rad},$$

or $0.75 \times 10^{-5} \text{ deg.}$ (Note that this is equivalent to resolving two points less than 1 cm apart from a distance of 100 km!)

(b) For radio waves with $\lambda = 0.04 \text{ m}$ emitted by stars, the resolution is

$$\theta = \frac{(1.22)(0.04 \text{ m})}{(300 \text{ m})} = 1.6 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

The resolution is less because the wavelength is so much larger, but the larger objective collects more radiation and thus detects fainter objects.

NOTE In both cases, we determined the limit set by diffraction. The resolution for a visible-light Earth-bound telescope is not this good because of aberrations and, more importantly, turbulence in the atmosphere. In fact, large-diameter objectives are not justified by increased resolution, but by their greater light-gathering ability—they allow more light in, so fainter objects can be seen. Radiotelescopes are not hindered by atmospheric turbulence, and the resolution found in (b) is a good estimate.

35-5 Διακριτική ικανότητα Τηλεσκοπίων και Μικροσκοπίων; Το όριο του λ

Εν γένει η εστιακή απόσταση ενός φακού μικροσκοπίου είναι:

$$RP \approx \frac{\lambda}{2}.$$

Δεν είναι δυνατόν να διακρίνουμε λεπτομέρειες μικρότερες από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που χρησιμοποιούμε.

35-6 Η διακριτική ικανότητα του ανθρώπινου ματιού και η χρήση μεγέθυνσης

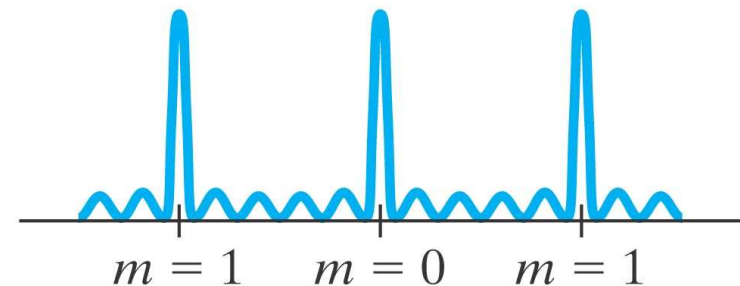
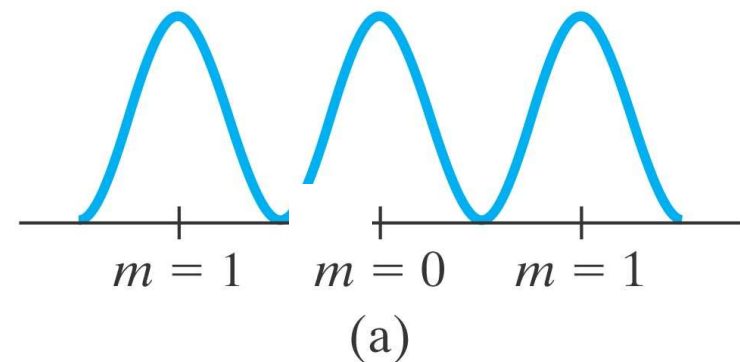
Το ανθρώπινο μάτι διακρίνει αντικείμενα που απέχουν 1 cm στα 20 m, ή 0.1 mm στην απόσταση του near point (~ 20 cm).

Αυτό περιορίζει την «χρήσιμη» μεγέθυνση ενός οπτικού μικροσκοπίου μεταξύ 500x–1000x.

35-7 Φράγμα Περίθλασης

Το φράγμα περίθλασης αποτελείται από πολλές ισαπέχουσες σχισμές ή γραμμές/εγκοπές. Το φράγμα διάδοσης έχει σχισμές και το φράγμα ανάκλασης έχει γραμμές/εγκοπές που ανακλούν το φως.

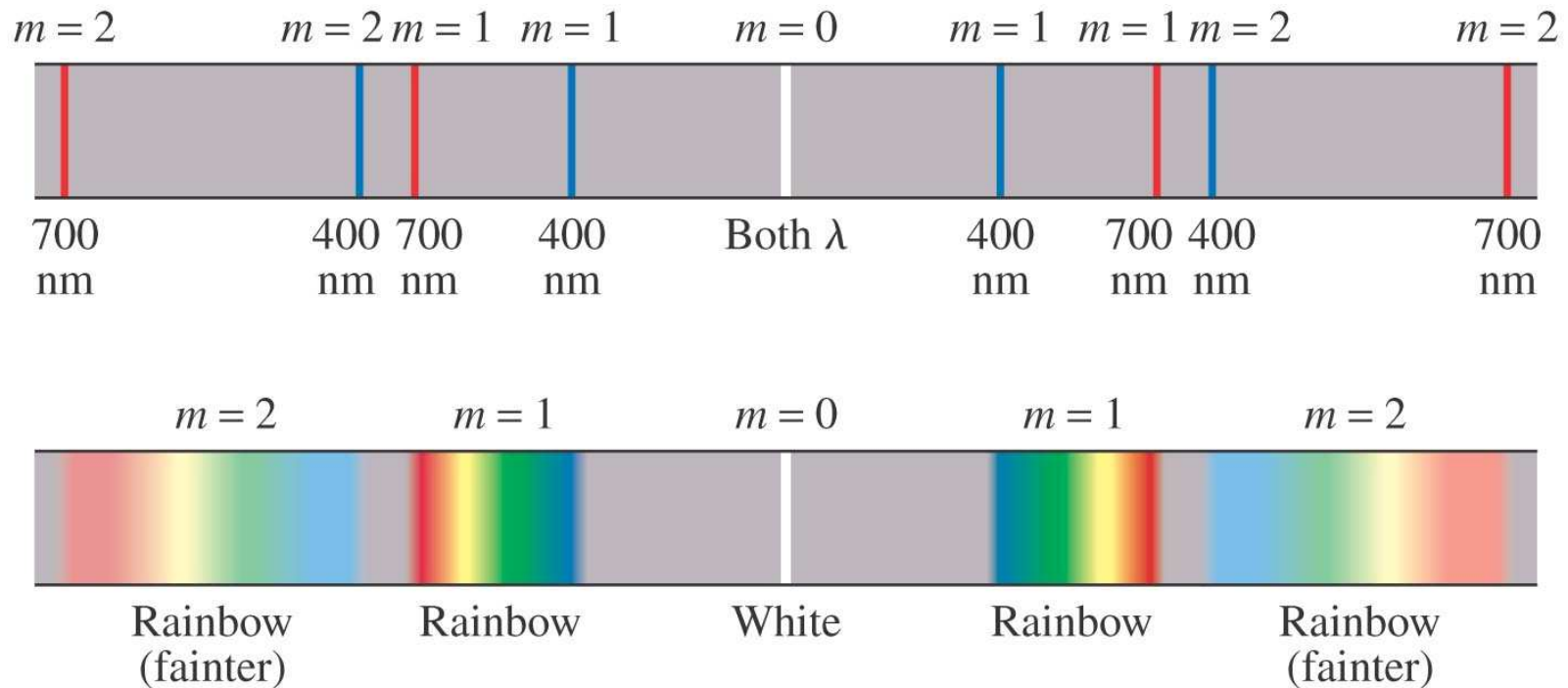
Όσο μεγαλύτερη η πυκνότητα των γραμμών τόσο στενότερες οι κορυφές.



35-7 Φράγμα Περίθλασης

Τα μέγιστα στο «φάσμα» (εικόνα) του διαφράγματος είναι

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \left[\begin{array}{l} \text{diffraction grating,} \\ \text{principal maxima} \end{array} \right]$$



35-7 Φράγμα Περίθλασης

Για φράγμα περίθλαση με 10,000 γραμμές/cm, βρείτε τις θέσεις των μέγιστων κορυφών της πρώτης και δευτέρας τάξης για φως με μήκη κύματος 400 nm και 700 nm

APPROACH First we find the distance d between grating lines: if the grating has N lines in 1 m, then the distance between lines must be $d = 1/N$ meters. Then we use Eq. 35-13, $\sin \theta = m\lambda/d$, to find the angles for the two wavelengths for $m = 1$ and 2.

SOLUTION The grating contains 1.00×10^4 lines/cm $= 1.00 \times 10^6$ lines/m, which means the distance between lines is $d = (1/1.00 \times 10^6) \text{ m} = 1.00 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.00 \mu\text{m}$. In first order ($m = 1$), the angles are

$$\sin \theta_{400} = \frac{m\lambda}{d} = \frac{(1)(4.00 \times 10^{-7} \text{ m})}{1.00 \times 10^{-6} \text{ m}} = 0.400$$

$$\sin \theta_{700} = \frac{(1)(7.00 \times 10^{-7} \text{ m})}{1.00 \times 10^{-6} \text{ m}} = 0.700$$

so $\theta_{400} = 23.6^\circ$ and $\theta_{700} = 44.4^\circ$. In second order,

$$\sin \theta_{400} = \frac{2\lambda}{d} = \frac{(2)(4.00 \times 10^{-7} \text{ m})}{1.00 \times 10^{-6} \text{ m}} = 0.800$$

$$\sin \theta_{700} = \frac{(2)(7.00 \times 10^{-7} \text{ m})}{1.00 \times 10^{-6} \text{ m}} = 1.40$$

so $\theta_{400} = 53.1^\circ$. But the second order does not exist for $\lambda = 700 \text{ nm}$ because $\sin \theta$ cannot exceed 1. No higher orders will appear.

35-7 Φράγμα Περίθλασης

Λευκό φως περιέχει μήκη κύματος από 400 nm μέχρι 750 nm και αναλύεται από φράγμα με 4000 γραμμές/cm. Δείξτε ότι για το μπλε $\lambda = 450$ nm η Τρίτη τάξη του φάσματος επικαλύπτει το κόκκινο στα 700 nm από την δεύτερη τάξη the second order.

SOLUTION The grating spacing is $d = (1/4000) \text{ cm} = 2.50 \times 10^{-6} \text{ m}$. The blue of the third order occurs at an angle θ given by

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{(3)(4.50 \times 10^{-7} \text{ m})}{(2.50 \times 10^{-6} \text{ m})} = 0.540.$$

Red in second order occurs at

$$\sin \theta = \frac{(2)(7.00 \times 10^{-7} \text{ m})}{(2.50 \times 10^{-6} \text{ m})} = 0.560,$$

which is a greater angle; so the second order overlaps into the beginning of the third-order spectrum.

35-7 Φράγμα Περίθλασης

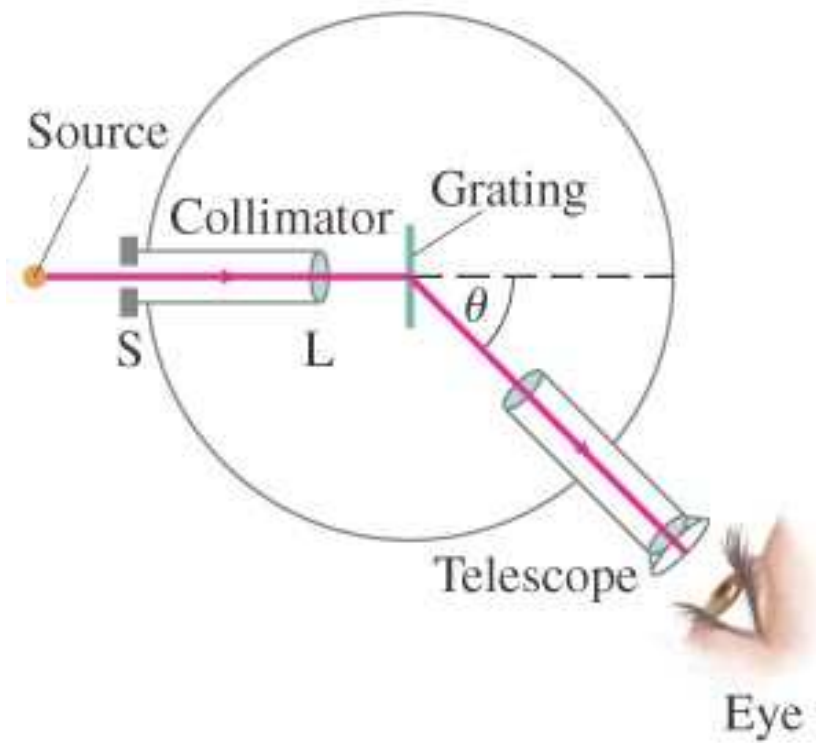
Όταν κοιτάξετε την επιφάνεια ενός CD, φαίνονται τα χρώματα της ίριδος. (a) Βρείτε την απόσταση μεταξύ των «μουσικών» γραμμών που διαβάζει το laser. (b) Βρείτε την απόσταση μεταξύ των γραμμών υποθέτοντας ότι το CD περιέχει 80 min μουσικής και περιστρέφεται με ταχύτητα από 200 μέχρι 500 στροφές/min, και τα μόνο τα $\frac{2}{3}$ από τα 6-cm ακτίνα είναι «χαραγμένα».



RESPONSE (a) The CD acts like a reflection diffraction grating. To satisfy Eq. 35-13, we might estimate the line spacing as one or a few (2 or 3) wavelengths ($\lambda \approx 550 \text{ nm}$) or 0.5 to $1.5 \mu\text{m}$. (b) Average rotation speed of 350 rev/min times 80 min gives $28,000$ total rotations or $28,000$ lines, which are spread over $(\frac{2}{3})(6 \text{ cm}) = 4 \text{ cm}$. So we have a sort of reflection diffraction grating with about $(28,000 \text{ lines})/(4 \text{ cm}) = 7000 \text{ lines/cm}$. The distance d between lines is roughly $1 \text{ cm}/7000 \text{ lines} \approx 1.4 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.4 \mu\text{m}$. Our results in (a) and (b) agree.

35-8 Φασματοόμετρο και Φασματοσκοπία

Ένα φασματοόμετρο μετράει με ακρίβεια το μήκος κύματος της ακτινοβολίας με την βοήθεια πρίσματος ή φράγματος περίθλασης



35-8 Φασματομέτρο και Φασματοσκοπία

Το μήκος κύματος επιλέγεται ή
προσδιορίζεται με μεγάλη ακρίβεια από την
γωνία του πρίσματος ή του φράγματος:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \left[\begin{array}{l} \text{diffraction grating,} \\ \text{principal maxima} \end{array} \right]$$

35-8 Φασματομέτρο και Φασματοσκοπία

Άτομα και μόρια «αναγνωρίζονται» από τις
χαρακτηριστικές «γραμμές» απορρόφησης
ή εκπομπής!.



Atomic hydrogen



Mercury



Sodium



Solar absorption spectrum

35-8 Φασματόμετρο και Φασματοσκοπία

Το άτομο του Υδρογόνου εκπέμπει φως το οποίο αναλύεται με φράγμα 1.00×10^4 γραμμών/cm. Οι φασματοσκοπικές γραμμές από το κέντρο (0°) είναι μωβ στις 24.2° , μπλε στις 25.7° , μπλε-πράσινη στις 29.1° , και κόκκινη στις 41.0° από το κέντρο. Βρείτε τα μήκη κύματος αυτών των γραμμών.

APPROACH The wavelengths can be determined from the angles by using $\lambda = (d/m) \sin \theta$ where d is the spacing between slits, and m is the order of the spectrum (Eq. 35–13).

SOLUTION Since these are the closest lines to $\theta = 0^\circ$, this is the first-order spectrum ($m = 1$). The slit spacing is $d = 1/(1.00 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}) = 1.00 \times 10^{-6} \text{ m}$. The wavelength of the violet line is

$$\lambda = \left(\frac{d}{m} \right) \sin \theta = \left(\frac{1.00 \times 10^{-6} \text{ m}}{1} \right) \sin 24.2^\circ = 4.10 \times 10^{-7} \text{ m} = 410 \text{ nm}.$$

The other wavelengths are:

blue: $\lambda = (1.00 \times 10^{-6} \text{ m}) \sin 25.7^\circ = 434 \text{ nm},$

blue-green: $\lambda = (1.00 \times 10^{-6} \text{ m}) \sin 29.1^\circ = 486 \text{ nm},$

red: $\lambda = (1.00 \times 10^{-6} \text{ m}) \sin 41.0^\circ = 656 \text{ nm}.$

NOTE In an unknown mixture of gases, these four spectral lines need to be seen to identify that the mixture contains hydrogen.

35-9 Διακριτική Ικανότητα Φραγμάτων

Όσο μεγαλώνει ο αριθμός των γραμμών ενός φράγματος το φασματοσκοπικό εύρος της κεντρικής ακτινοβολίας γίνεται ελάχιστο:

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{Nd}.$$

Η διακριτική ικανότητα ενός φράγματος ορίζεται από την ελάχιστη διαφορά μήκους κύματος που μπορεί να διακρίνει:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm.$$

35-9 Διακριτική Ικανότητα Φραγμάτων

Το Νάτριο έχει μια χαρακτηριστική «διπλή γραμμή» στα , $\lambda_1 = 589.00 \text{ nm}$ και $\lambda_2 = 589.59 \text{ nm}$, Βρείτε (a) την μέγιστη τάξη m που θα εμφανίσει ένα φράγμα για την γραμμή αυτή του Νατρίου (b) τα χαρακτηριστικά του φράγματος που απαιτούνται για να διακρίνει τα δύο μήη κύματος.

APPROACH We first find $d = 1 \text{ cm}/7500 = 1.33 \times 10^{-6} \text{ m}$, and then use Eq. 35-13 to find m . For (b) we use Eqs. 35-18 and 35-19.

SOLUTION (a) The maximum value of m at $\lambda = 589 \text{ nm}$, using Eq. 35-13 with $\sin \theta \leq 1$, is

$$m = \frac{d}{\lambda} \sin \theta \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{1.33 \times 10^{-6} \text{ m}}{5.89 \times 10^{-7} \text{ m}} = 2.26,$$

so $m = 2$ is the maximum order present.

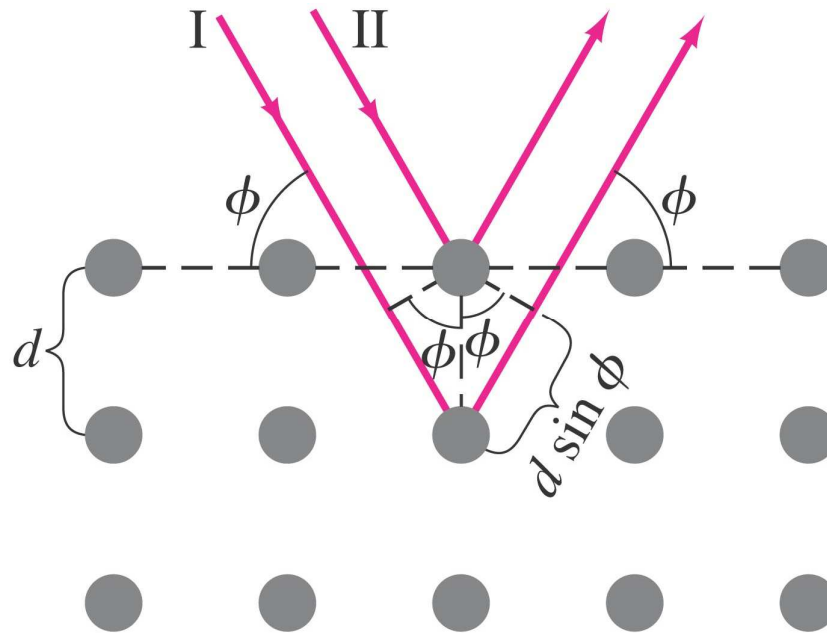
(b) The resolving power needed is

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{589 \text{ nm}}{0.59 \text{ nm}} = 1000.$$

From Eq. 35-19, the total number N of lines needed for the $m = 2$ order is $N = R/m = 1000/2 = 500$, so the grating need only be $500/7500 \text{ cm}^{-1} = 0.0667 \text{ cm}$ wide. A typical grating is a few centimeters wide, and so will easily resolve the two lines.

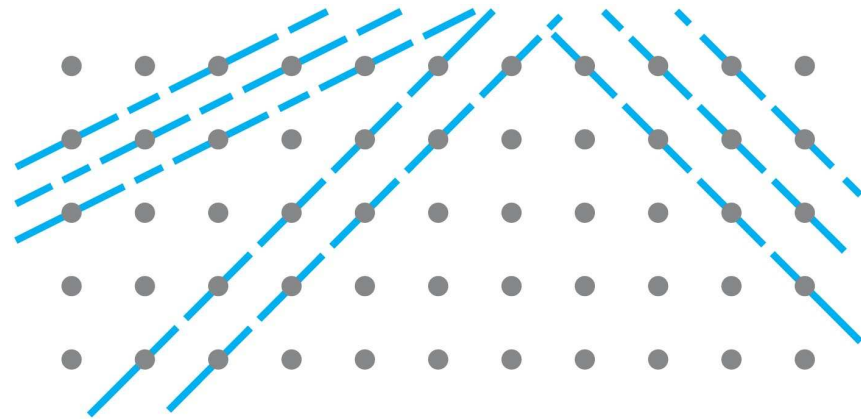
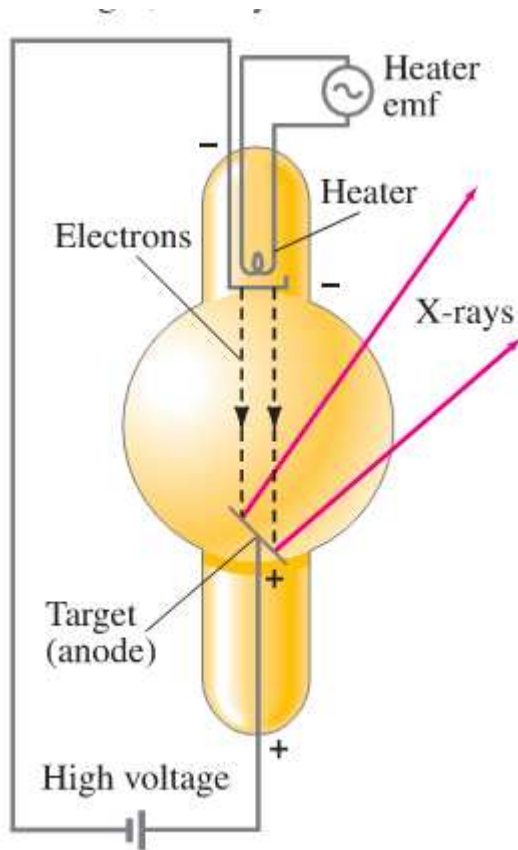
35-10 Ακτίνες-Χ και Περίθλαση Ακτίνων-Χ

Οι αποστάσεις μεταξύ ατόμων σε κρυσταλλικά πλέγματα είναι ιδανικές για την περίθλαση ακτίνων-Χ



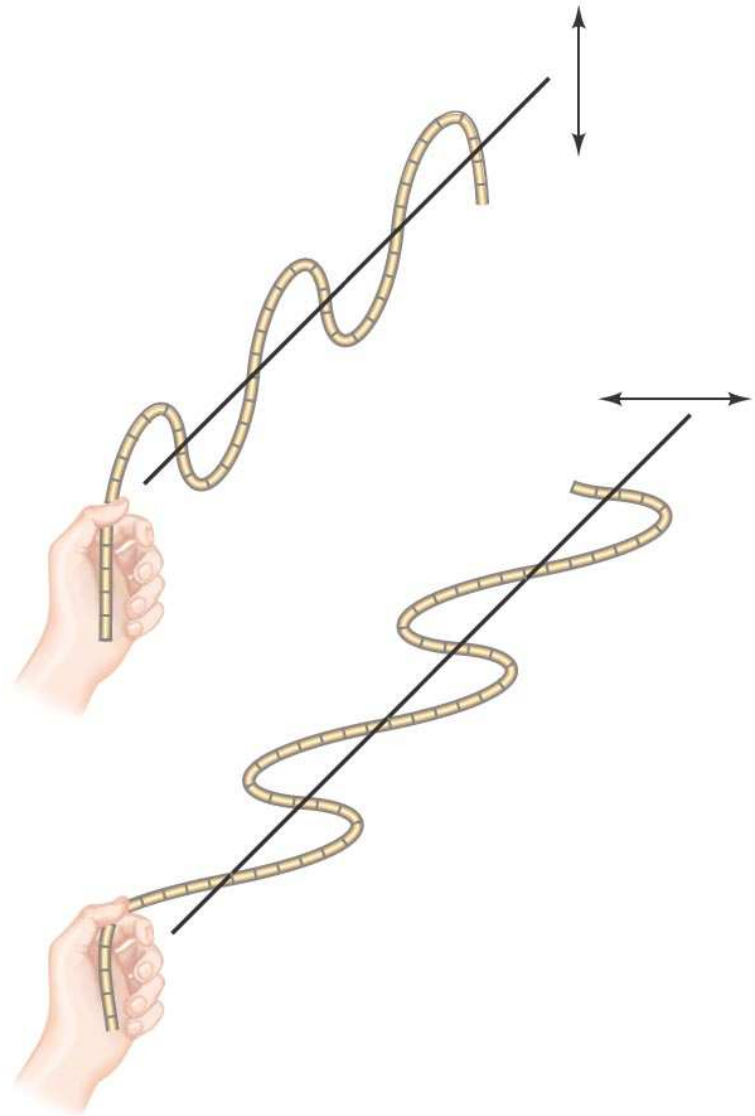
35-10 Ακτίνες-X και Περίθλαση Ακτίνων-X

Περίθλαση με ακτίνες-X είναι ίσως ο ουσιαστικότερος τρόπος ανάλυσης των κρυσταλλικών δομών όχι μόνο ανόργανων υλικών αλλά και βιολογικών μορίων.



35-11 Πόλωση

**Γραμμικά Πολωμένο
φως: όταν το επίπεδο
ταλάντωσης του
ηλεκτρικού πεδίου
παραμένει σταθερό σε
σχέση με την διεύθυνση
διάδοσης του φωτός.**



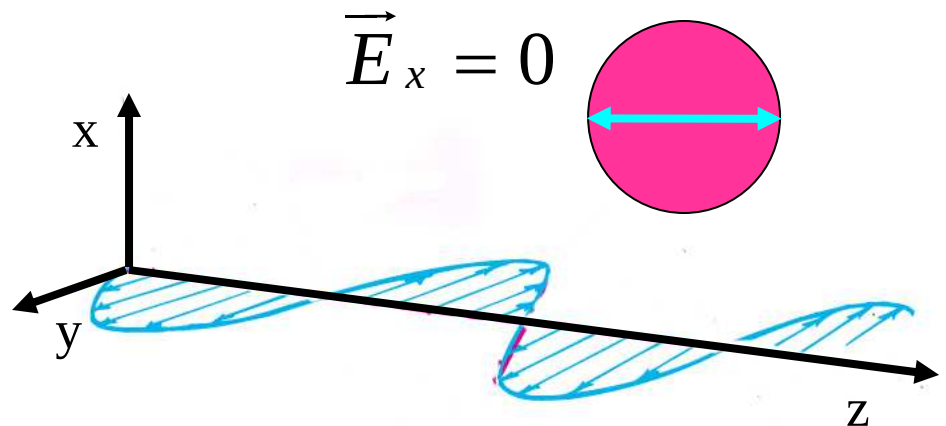
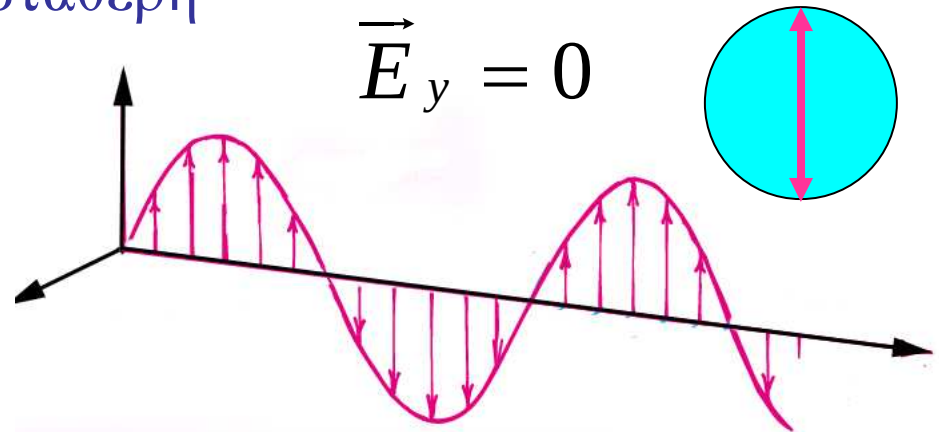
Πόλωση του Φωτός

Γραμμικά πολωμένο φως, όταν η διεύθυνση ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου παραμένει σταθερή

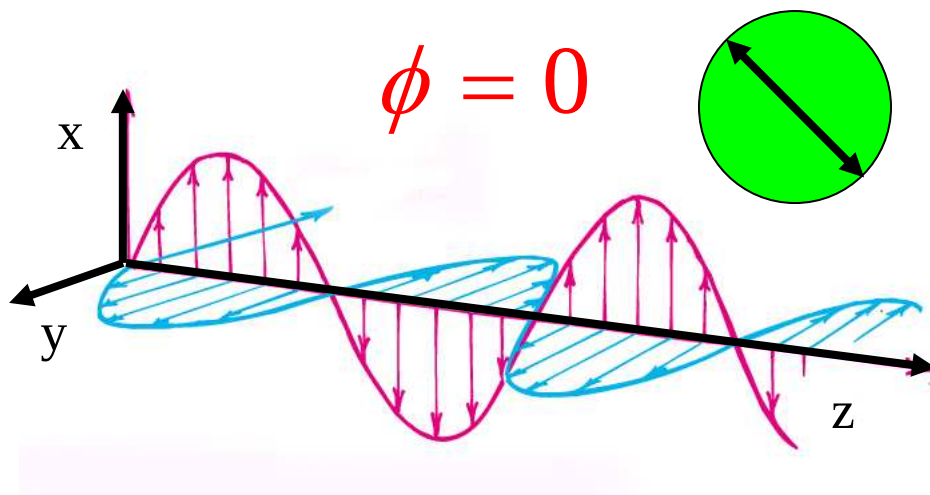
$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

$$\vec{E}_x = \hat{i}E_0 \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - ct)\right]$$

$$\vec{E}_y = \hat{j}E_0 \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - ct + \phi)\right]$$

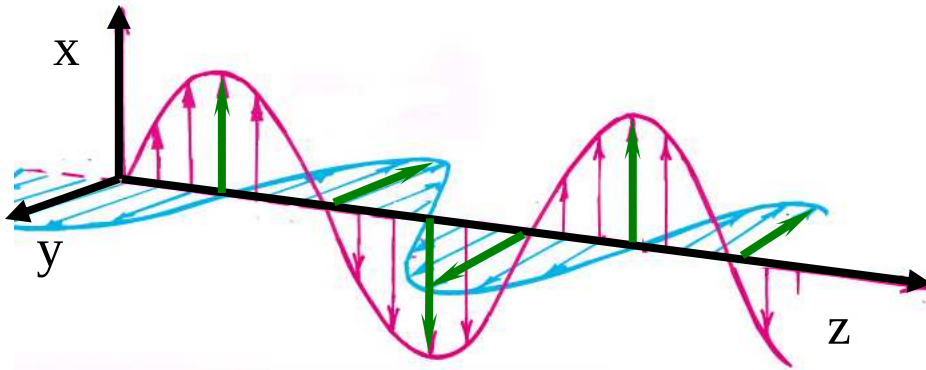


$$\vec{E} = E_0 \left\{ \hat{i} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \right] + \hat{j} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - ct + \mathbf{0}) \right] \right\}$$

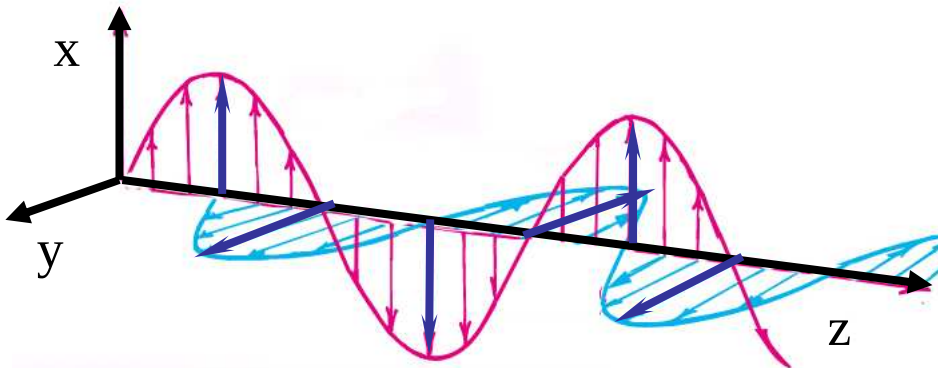
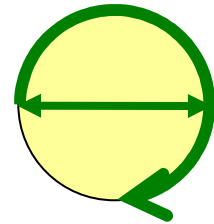


Κυκλικά πολωμένο φως, όταν η διεύθυνση ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου περιστρέφεται γύρω από τον άξονα διάδοσης

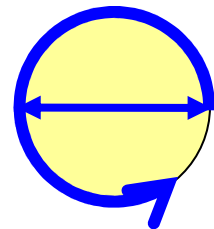
$$\vec{E} = E_0 \left\{ \hat{i} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \right] + \hat{j} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(z - ct \pm \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}$$



$$\phi = +\frac{\pi}{2}$$



$$\phi = -\frac{\pi}{2}$$



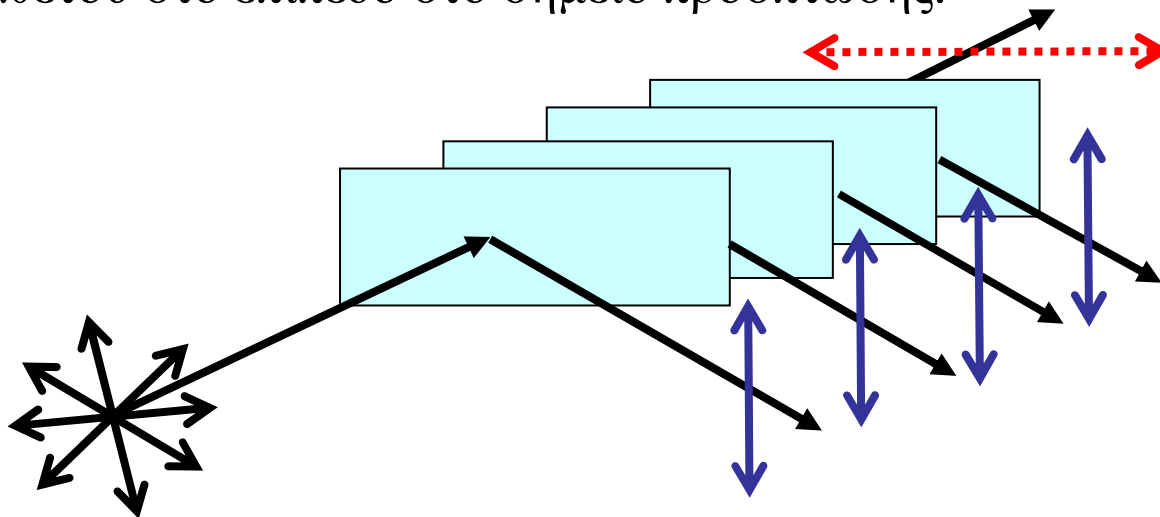
Πολωτές

Τρόποι παραγωγής γραμμικά πολωμένου φωτός

- Ανάκλαση
- Διχροϊκοί κρύσταλλοι
- Σκέδαση
- Διπλοθλαστικοί κρύσταλλοι

Ανάκλαση

- Η **ανακλώμενη δέσμη** είναι πολωμένη **ΚΑΘΕΤΑ** στο **επίπεδο πρόσπτωσης**.
- Το **επίπεδο πρόσπτωσης** ορίζεται από την διεύθυνση της αρχικής δέσμης και της καθέτου στο επίπεδο στο σημείο πρόσπτωσης.

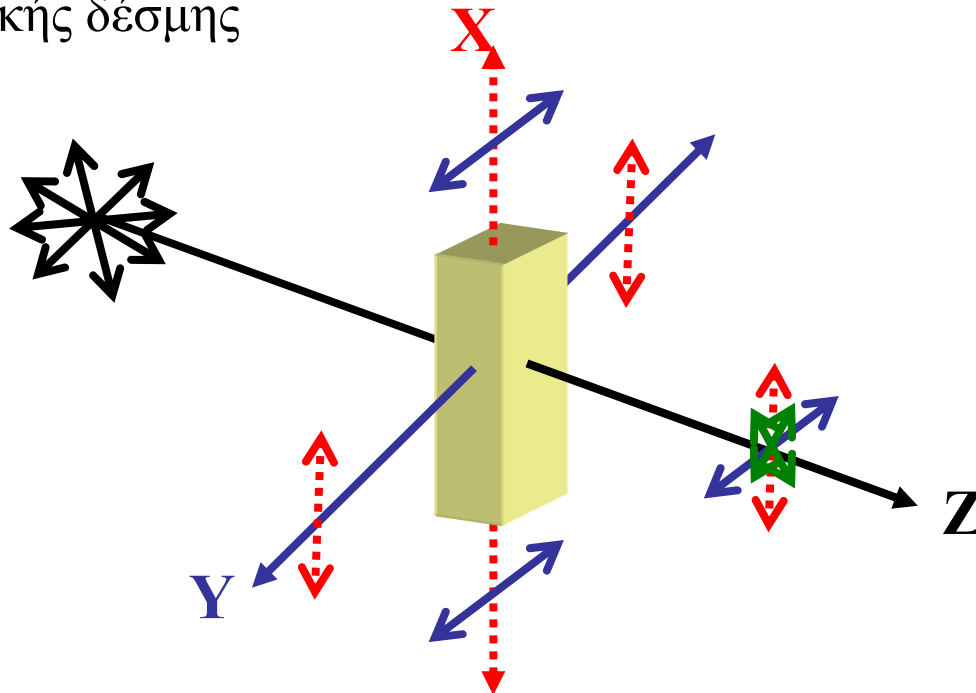


Για γωνίες πρόσπτωσης **Brewster** $\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_0}$

Για αέρα/γυαλί
 $\theta_B \approx 56,3^\circ$

Σκέδαση

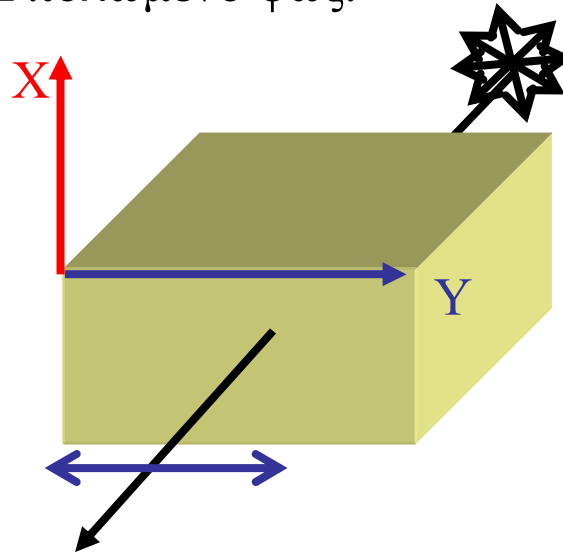
Το φως που **εκπέμπεται** από ένα δείγμα **ΚΑΘΕΤΑ** στην διεύθυνση διάδοσης της αρχικής δέσμης είναι γραμμικά πολωμένο με πόλωση **ΚΑΘΕΤΗ** στην διεύθυνση διάδοσης της αρχικής δέσμης



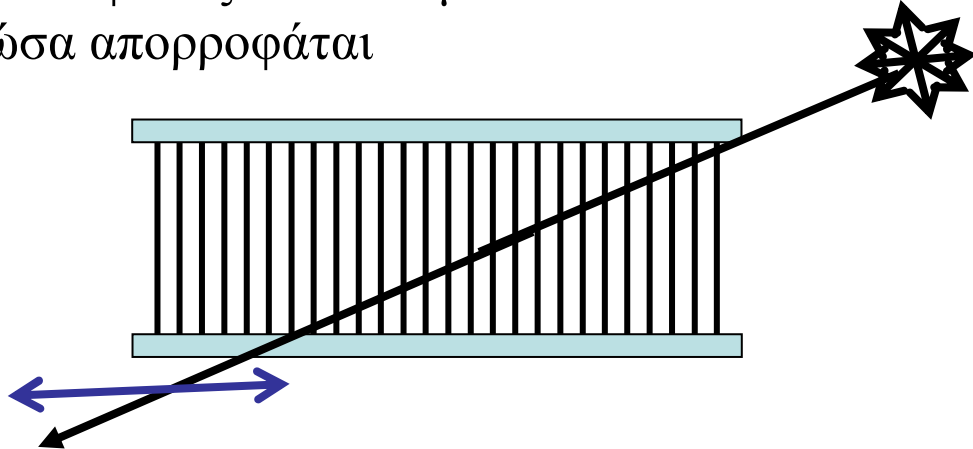
Γνωρίζουμε ότι για μονοφωτονικές μεταπτώσεις το ευθύ των ΜΑΠ γινόμενο αρχικής και τελικής κυματοσυνάρτησης πρέπει να περιέχει ΜΑΠ που να περιέχουν το X , Y , Z . Εάν η διάδοση του φωτός είναι ο Z , τότε μόνο μεταπτώσεις X , Y θα επιτρέπονται ($E_z=0$). Για εκπομπή κατά μήκος του **άξονα X** , $E_x=0$ και επομένως το φως είναι **Y -πολωμένο** και αντίστοιχα κατά μήκος του **άξονα Y** , $E_y=0$ και επομένως το φως είναι **X -πολωμένο** και αντίστοιχα

Διχροϊκοί Κρύσταλλοι

Κρύσταλλοι που απορροφούν φως συγκεκριμένης πόλωσης, δηλ, επιτρέπονται μεταπτώσεις μόνο με Y ή X πολωμένο φως.

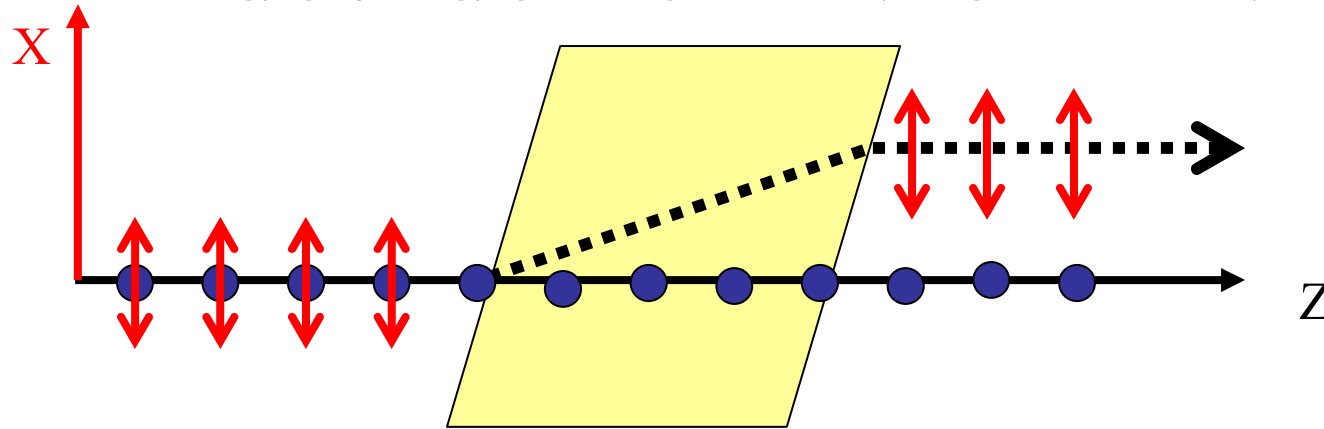


Ανάλογο με το εάν θεωρήσουμε ένα πλέγμα με κατακόρυφα **αγώγιμα** καλώδια χαλκού . Η πόλωση του φωτός που εκπέμπεται είναι **ΚΑΘΕΤΗ** στα καλώδια διότι η άλλη συνιστώσα απορροφάται



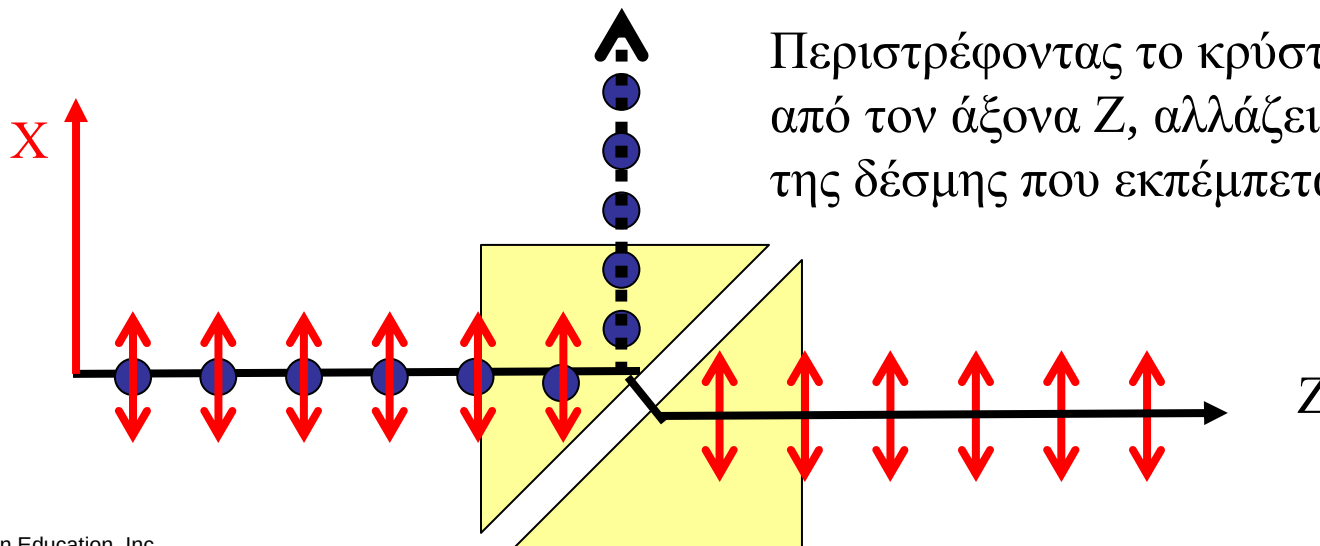
Διπλοθλαστικοί Κρύσταλλοι

Κρύσταλλοι που διαχωρίζουν χωρικά την Y πολωμένη και X-πολωμένη συνιστώσες.



Βλέπουμε ότι η **X-πολωμένη** συνιστώσα μετατοπίζεται από την αρχική διεύθυνση της δέσμης (**extraordinary**) ενώ η **Y-πολωμένη** συνιστώσα δεν μεταβάλλεται.

Πρίσματα Glan Laser

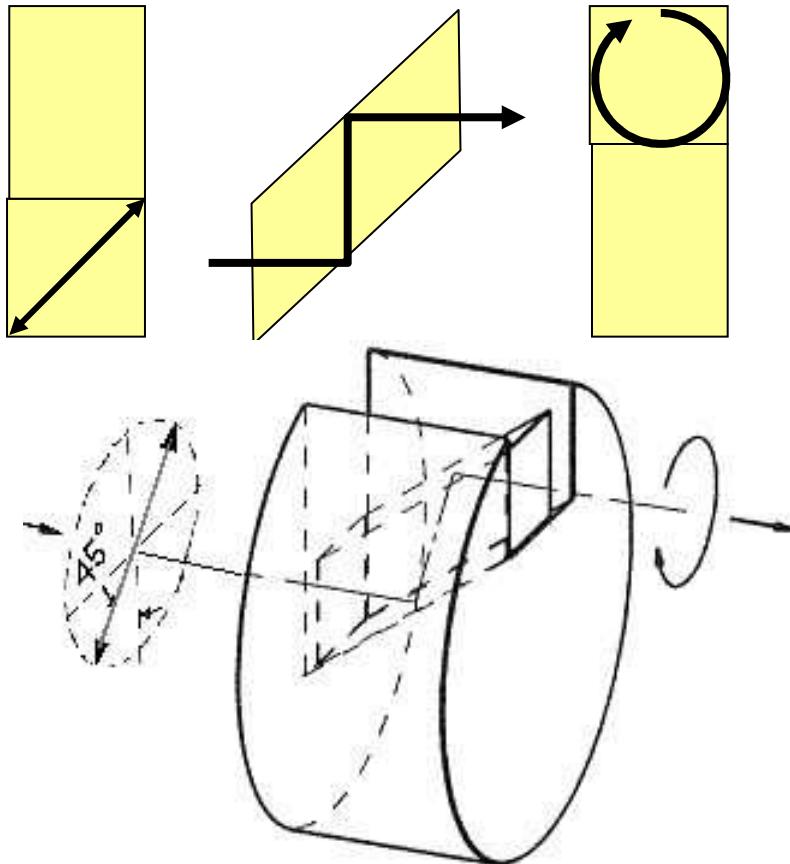


Περιστρέφοντας το κρύσταλλο γύρω από τον άξονα Z, αλλάζει και η πόλωση της δέσμης που εκπέμπεται.

Κυκλικά Πολωμένο Φως

Για να παραχθεί κυκλικά πολωμένο φως από γραμμικά πολωμένο, γνωρίζουμε ότι πρέπει οι δύο συνιστώσες (E_x ή E_y) του ηλεκτρικού πεδίου να έχουν διαφορά φάσεως $\pi/2$. Τούτο επιτυγχάνεται με τα λεγόμενα $\lambda/4$ waveplates.

$\lambda/4$



$\lambda/2$

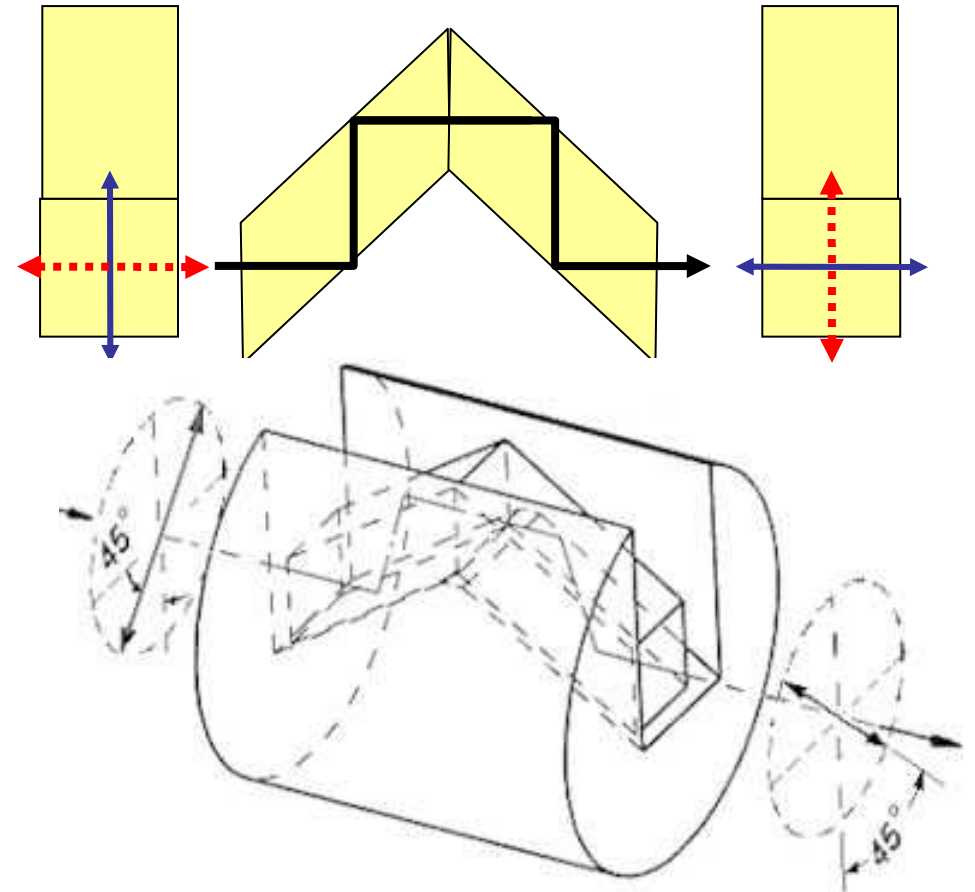
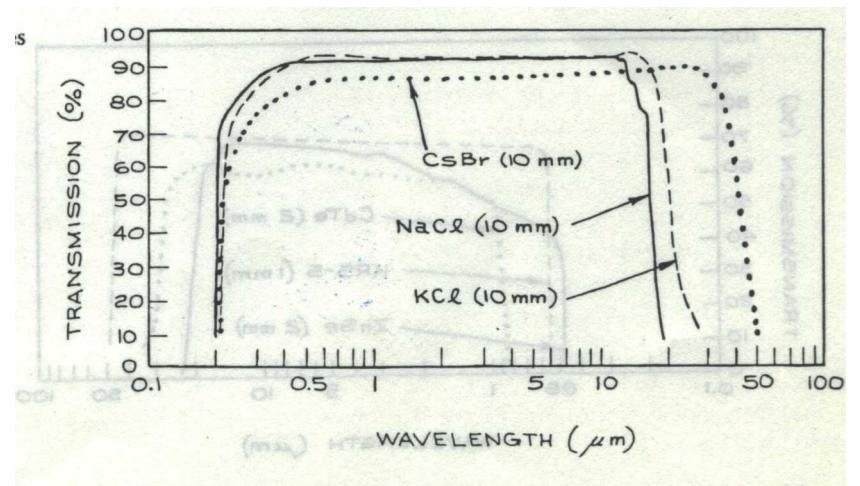
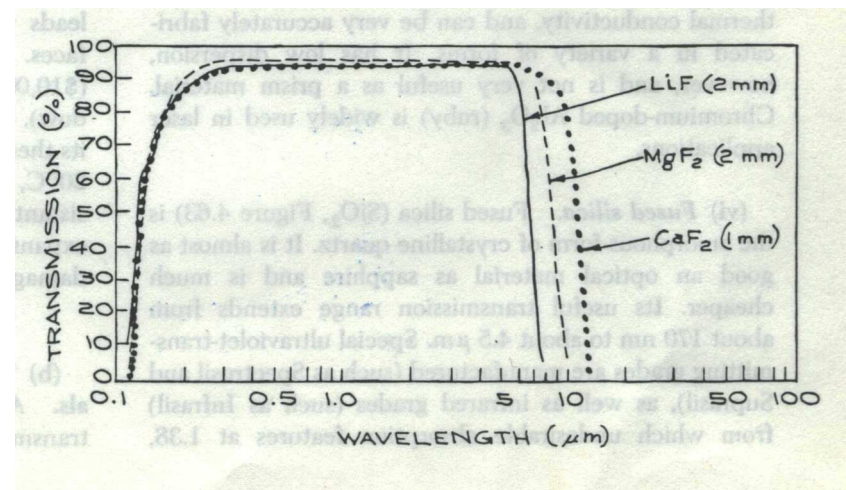
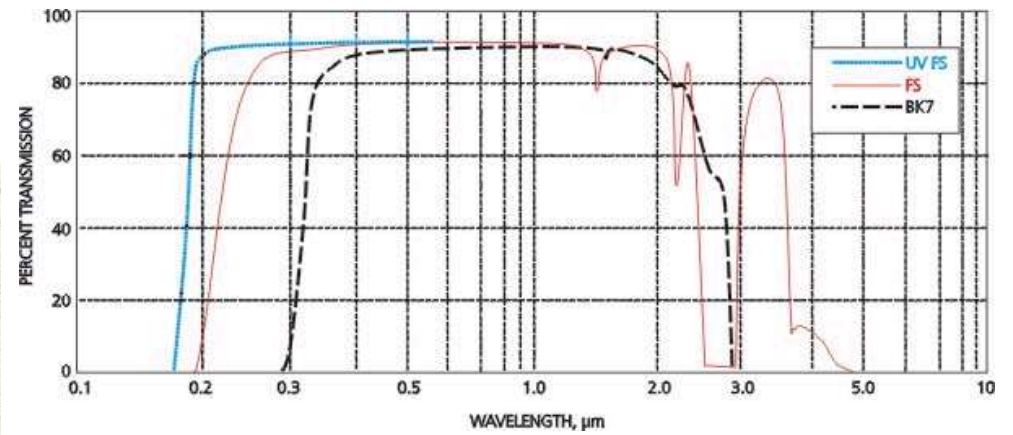
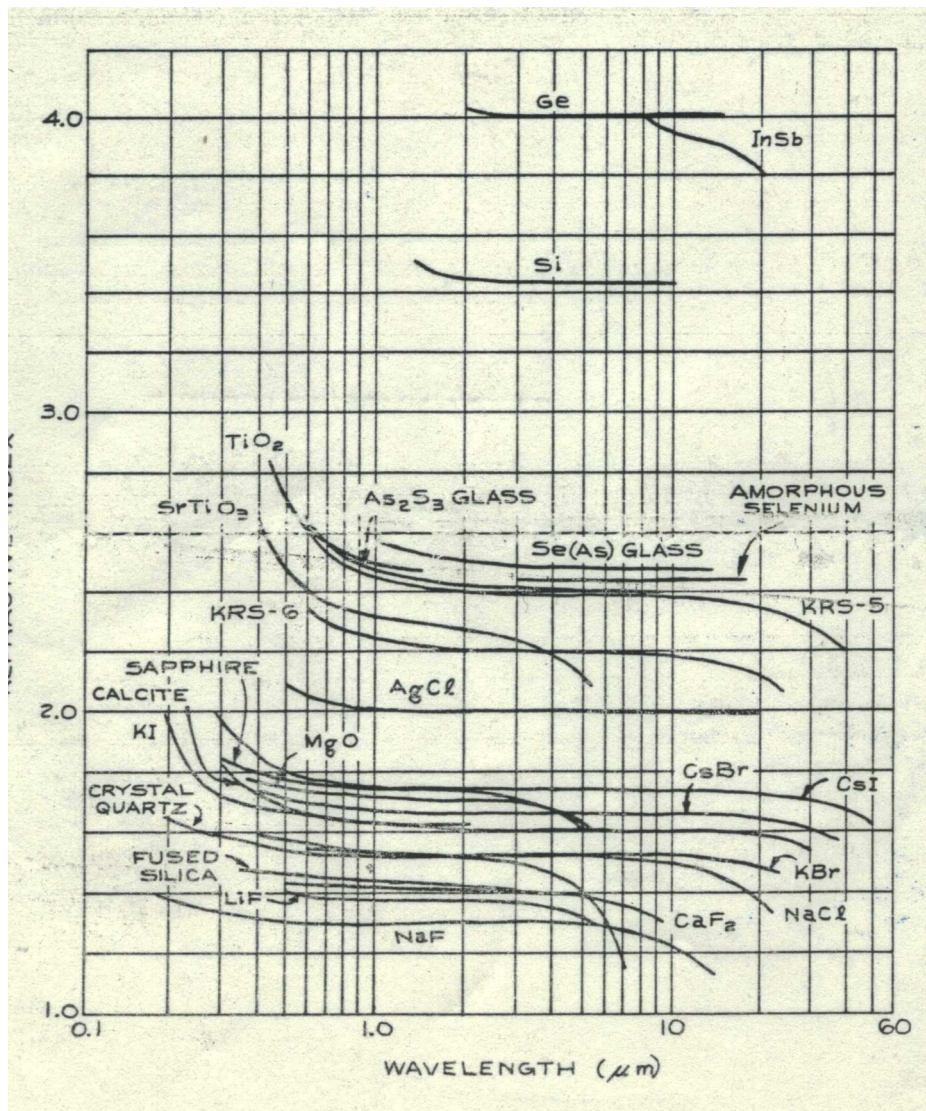


Table 4.3 OPTICALENGTHS OF OPTICAL MATERIALS

Material	Useful Transmission Range ($\geq 10\%$ transmission) in 2-mm Thickness		Index of Refraction [wavelength (μm) in parentheses]		Knoop Hardness	Melting Point ($^{\circ}\text{C}$)
LiF	0.104-7	1.60(0.125), 1.34(4.3)	100	670		
MgF ₂	0.1216-9.7	$n_o = 1.3777$, $n_e = 1.38930(0.589)^f$	415	1396		
CaF ₂	0.125-12	1.47635(0.2288), 1.30756(9.724)	158	1360		
BaF ₂	0.1345-15	1.51217(0.3652), 1.39636(10.346)	65	1280		
Sapphire (Al ₂ O ₃)	0.15-6.3	$n_o = 1.8536(0.26520)$, $n_e = 1.5864(5.577)^f$ n_e slightly less than n_o	1525-2000 ^g	2040 $\pm$ 10		
Fused silica (SiO ₂)	0.165-4 ^d	1.54715(0.20254), 1.40601(3.5)	615	1600		
Pyrex 7740	0.3-2.7	1.474(0.589), $\approx 1.5(2.2)$	$\approx$ 600	820 ^g		
Vycor 7913	0.26-2.7	1.458(0.589)	—	1900		
As ₂ S ₃	0.6-0.13	2.84(1.0), 2.4(8)	109	300		
RIR 2	$\approx$ 0.4-4.7	1.75(2.2)	$\approx$ 600	$\approx$ 900		
RIR 20	$\approx$ 0.4-5.5	1.82(2.2)	342	760		
NaF	0.13-12	1.383(0.185), 0.24(24)	60	980		
RIR 12	$\approx$ 0.4-5.7	1.62(2.2)	594	$\approx$ 900		
MgO	0.25-8.5	1.71(2.0)	692	2800		
Acrylic	0.340-1.6	1.5066(0.4101), 1.4892(0.6563)	—	Distorts at 72		
Silver chloride (AgCl)	0.4-32	2.134(0.43), 1.90149(20.5)	9.5	45		
Silver bromide (AgBr)	0.45-42	2.313(0.466), 2.2318(0.671)	$\geq$ 9.5	432		
Kel F	0.34-3.8	—	—	—		
Diamond (type IIA)	0.23-200+	2.7151(0.2265), 2.4237(0.5461)	5700-10,400 ^g	—		
NaCl	0.21-25	1.89332(0.185), 1.3403(22.3)	18	803		
KBr	0.205-25	1.55995(0.538), 1.46324(25.14)	7	730		
KCl	0.18-30	1.76373(0.19), 1.3632(23)	—	776		
CsCl	0.19- $\approx$ 30	1.8226(0.226), 1.6440(0.538)	—	646		
CsBr	0.21-50	1.75118(0.365), 2.55990(39.22)	19.5	636		
KI	0.25-40	2.0548(0.248), 1.6381(1.083)	5	723		
CsI	0.235-60	1.98704(0.297), 1.61925(53.12)	—	621		
5-TiO ₂	0.4-7.4	2.23(2.2), 2.19(4.3)	620	2080		
5-F ₃	0.13-14	1.438(0.538)	130	1450		
Rutile (TiO ₂)	0.4-7	$n_o = 2.5(1.0)$, $n_e = 2.7(1.0)^f$	860	1825		
Thallium bromide (TlBr)	0.45-45	2.652(0.436), 2.3(0.75)	12	460		
Thallium bromide (KRS-5)	0.56-60	2.62758(0.577), 2.21721(39.38)	40	414.5		
Thallium chlorobromide (KRS-6)	0.4-32	2.3367(0.589), 2.0752(24)	39	423.5		
ZnSe	0.5-22	2.40(10.6)	150	—		
Irtran 2 (ZnS)	0.6-15.6	2.26(2.2), 2.25(4.3)	351	800		
Si	1.1-15 ^e	3.42(5.0)	1150	1420		
Ce	1.85-30 ^e	4.025(4.0), 4.002(12.0)	692	936		
CaAs	1-15	3.5(1.0), 3.135(10.6)	750	1238		
CdTe	0.9-16	2.83(1.0), 2.67(10.6)	45	1045		
Te	3.8-8+	$n_o = 6.37(4.3)$, $n_e = 4.93(4.3)^f$	—	450		
CaCO ₃	0.25-3	$n_o = 1.90284(0.200)$, $n_e = 1.57796(0.198)^f$ $n_o = 1.62099(2.172)$, $n_e = 1.47302(3.324)$	135	894.4 ^h		

^a Values are for 2-mm thickness. ^b Values are for 1-mm thickness. ^c Values are for 1-mm thickness. ^d Values are for 1-mm thickness. ^e Values are for 1-mm thickness. ^f Values are for 1-mm thickness. ^g Values are for 1-mm thickness. ^h Values are for 1-mm thickness.



Συνεχής Πηγές Φωτός

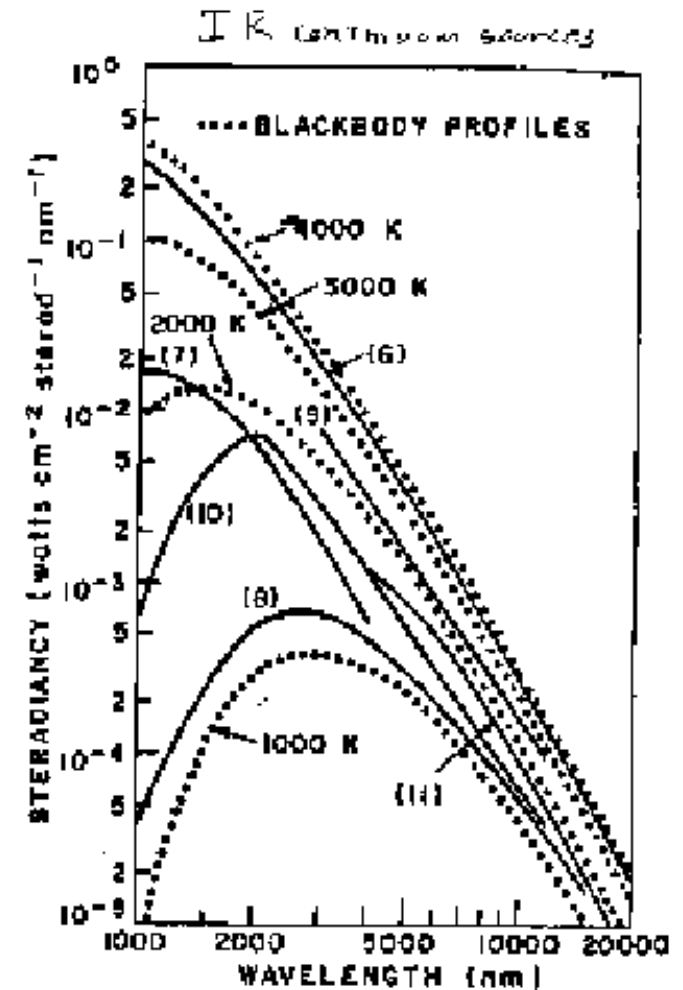
Μέλαν Σώμα

TABLE 4-2

Common continuum sources

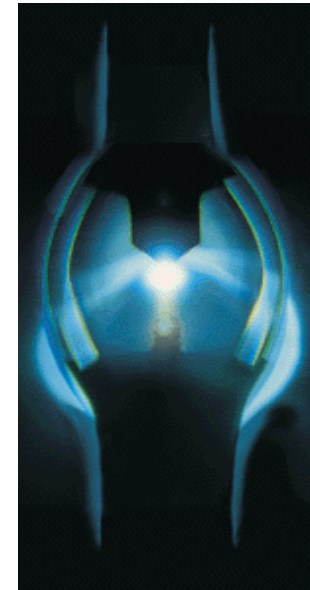
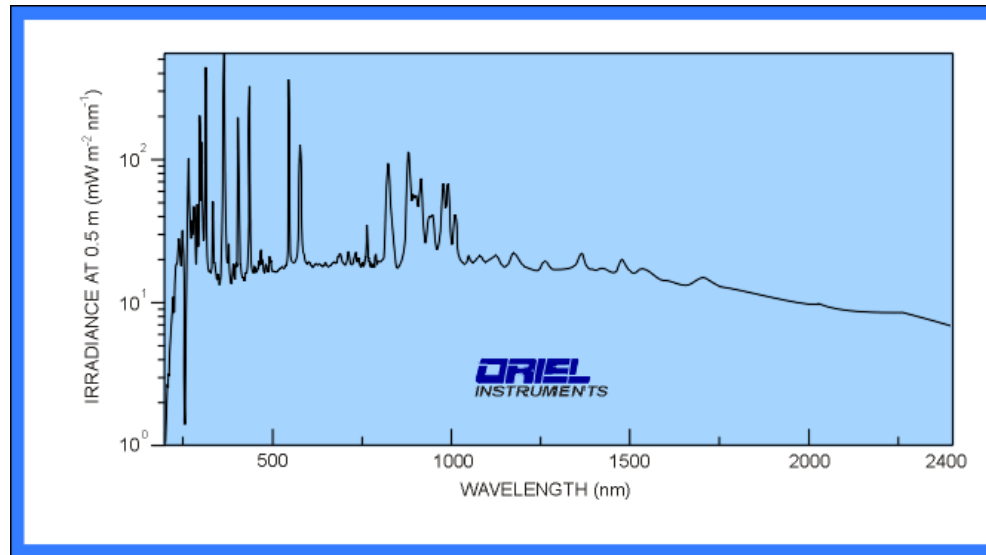
Type	Radiating material	Window or envelope material	Wavelength range	Approximate ^a spectral radiance ($\text{W cm}^{-2} \text{ nm}^{-1} \text{ sr}^{-1}$)
Nernst glower	Rod of zirconia, yttria, or thoria at 1200–2000 K	None	0.4–20 μm	10^{-4}
Globar	Rod of silicon carbide at 1300–1500 K	None	1–40 μm	10^{-4}
Tungsten	Tungsten filament at 2000–3000 K	Glass	320–2500 nm	10^{-2}
Quartz-iodine ($T \approx 3600 \text{ K}$)	Tungsten filament	Quartz	200–3000 nm	5×10^{-3}
Hydrogen or deuterium	Arc discharge in a few torr of H_2 or D_2	Quartz	180–370 nm	5×10^{-3}
Xenon arc	Arc discharge in >10 atm Xe	Quartz	200–1000 nm	10^{-1}

^aValues are rough approximations at specific wavelengths: for Nernst glower and globar, $\lambda = 10 \mu\text{m}$; for tungsten, $\lambda = 500 \text{ nm}$; for quartz-iodine with iodine scavenger, $\lambda = 400 \text{ nm}$; for H_2 , $\lambda = 250 \text{ nm}$; for Xe arc, $\lambda = 500 \text{ nm}$ (75-W lamp).

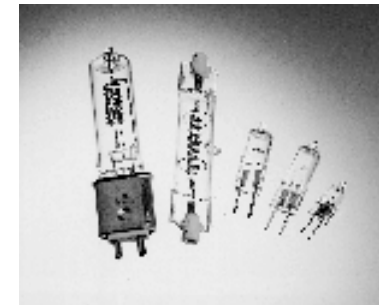
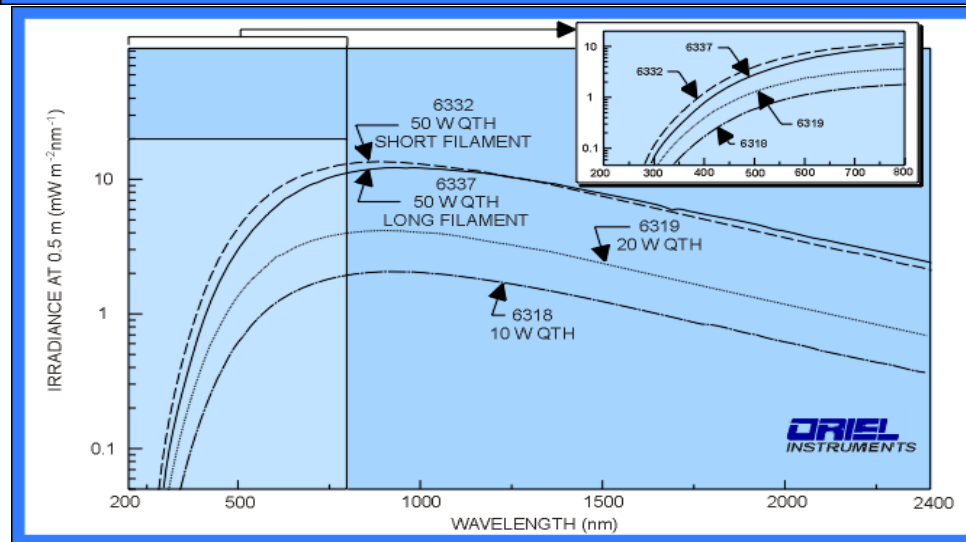


Λαμπτήρες αερίων

Λαμπτήρες
Τόξου



Λαμπτήρες
W-Αλογόνου



<http://www.oriel.com/netcat/VolumeIII/Descrippage/lamps.htm>

2. Is the acceleration of a simple harmonic oscillator ever zero? If so, where?

2. The acceleration of a simple harmonic oscillator is momentarily zero as the mass passes through the equilibrium point. At this point, there is no force on the mass and therefore no acceleration.

7. If a pendulum clock is accurate at sea level, will it gain or lose time when taken to high altitude? Why?

7. At high altitude, g is slightly smaller than it is at sea level. If g is smaller, then the period T of the pendulum clock will be longer, and the clock will run slow (or lose time).

12. Does a car bounce on its springs faster when it is empty or when it is fully loaded?

12. Empty. The period of the oscillation of a spring increases with increasing mass, so when the car is empty the period of the harmonic motion of the springs will be shorter, and the car will bounce faster.

17. Why can you make water slosh back and forth in a pan only if you shake the pan at a certain frequency?

17. If you shake the pan at a resonant frequency, standing waves will be set up in the water and it will slosh back and forth. Shaking the pan at other frequencies will not create large waves. The individual water molecules will move but not in a coherent way.

10. (II) A mass m at the end of a spring oscillates with a frequency of 0.83 Hz. When an additional 680-g mass is added to m , the frequency is 0.60 Hz. What is the value of m ?

10. The spring constant is the same regardless of what mass is attached to the spring.

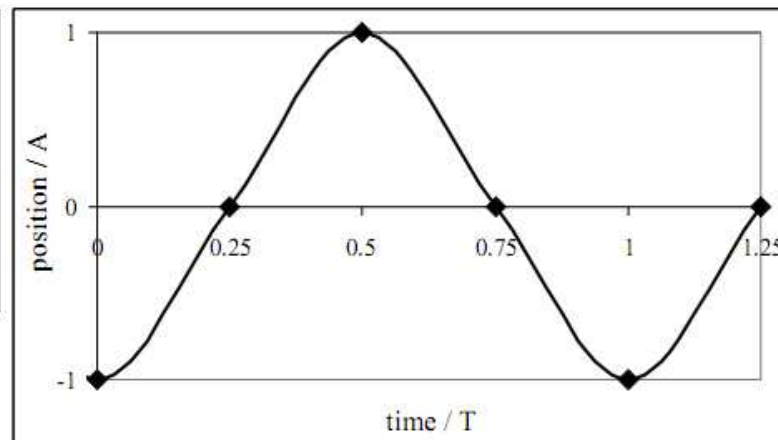
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{k}{4\pi^2} = mf^2 = \text{constant} \rightarrow m_1 f_1^2 = m_2 f_1^2 \rightarrow$$

$$(m \text{ kg})(0.83 \text{ Hz})^2 = (m \text{ kg} + 0.68 \text{ kg})(0.60 \text{ Hz})^2 \rightarrow m = \frac{(0.68 \text{ kg})(0.60 \text{ Hz})^2}{(0.83 \text{ Hz})^2 - (0.60 \text{ Hz})^2} = \boxed{0.74 \text{ kg}}$$

8. (II) Construct a Table indicating the position x of the mass in Fig. 14-2 at times $t = 0, \frac{1}{4}T, \frac{1}{2}T, \frac{3}{4}T, T$, and $\frac{5}{4}T$, where T is the period of oscillation. On a graph of x vs. t , plot these six points. Now connect these points with a smooth curve. Based on these simple considerations, does your curve resemble that of a cosine or sine wave?

8. The table of data is shown, along with the smoothed graph. Every quarter of a period, the mass moves from an extreme point to the equilibrium. The graph resembles a cosine wave (actually, the opposite of a cosine wave).

time	position
0	-A
T/4	0
T/2	A
3T/4	0
T	-A
5T/4	0



16. (II) The graph of displacement vs. time for a small mass m at the end of a spring is shown in Fig. 14–30. At $t = 0$, $x = 0.43$ cm. (a) If $m = 9.5$ g, find the spring constant, k . (b) Write the equation for displacement x as a function of time.

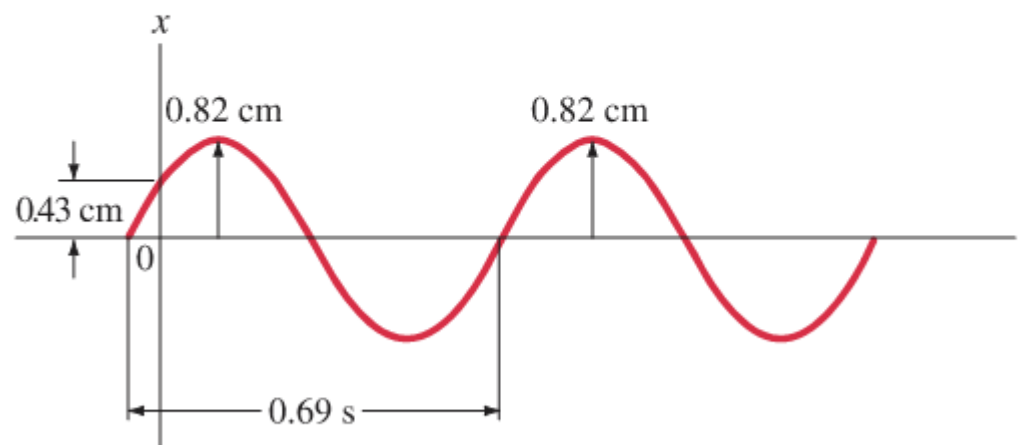


FIGURE 14–30 Problem 16.

16. (a) From the graph, the period is 0.69 s. The period and the mass can be used to find the spring constant.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2} = 4\pi^2 \frac{0.0095 \text{ kg}}{(0.69 \text{ s})^2} = 0.7877 \text{ N/m} \approx \boxed{0.79 \text{ N/m}}$$

- (b) From the graph, the amplitude is 0.82 cm. The phase constant can be found from the initial conditions.

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right) = (0.82 \text{ cm}) \cos\left(\frac{2\pi}{0.69}t + \phi\right)$$

$$x(0) = (0.82 \text{ cm}) \cos \phi = 0.43 \text{ cm} \rightarrow \phi = \cos^{-1} \frac{0.43}{0.82} = \pm 1.02 \text{ rad}$$

Because the graph is shifted to the RIGHT from the 0-phase cosine, the phase constant must be subtracted.

$$x = \boxed{(0.82 \text{ cm}) \cos\left(\frac{2\pi}{0.69}t - 1.0\right)} \text{ or } (0.82 \text{ cm}) \cos(9.1t - 1.0)$$

length of the springs with assuming SHM.

24. (II) A block of mass m is supported by two identical parallel vertical springs, each with spring stiffness constant k (Fig. 14-31). What will be the frequency of vertical oscillation?



FIGURE 14-31
Problem 24.

ΜΟΡΙΟ ΜΕ ΔΙΠΛΟ ΔΕΣΜΟ!

24. Consider the first free-body diagram for the block while it is at equilibrium, so that the net force is zero. Newton's second law for vertical forces, with up as positive, gives this.

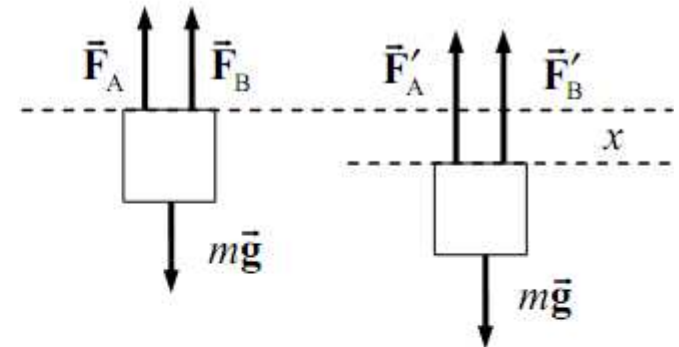
$$\sum F_y = F_A + F_B - mg = 0 \rightarrow F_A + F_B = mg$$

Now consider the second free-body diagram, in which the block is displaced a distance x from the equilibrium point. Each upward force will have increased by an amount $-kx$, since $x < 0$. Again write Newton's second law for vertical forces.

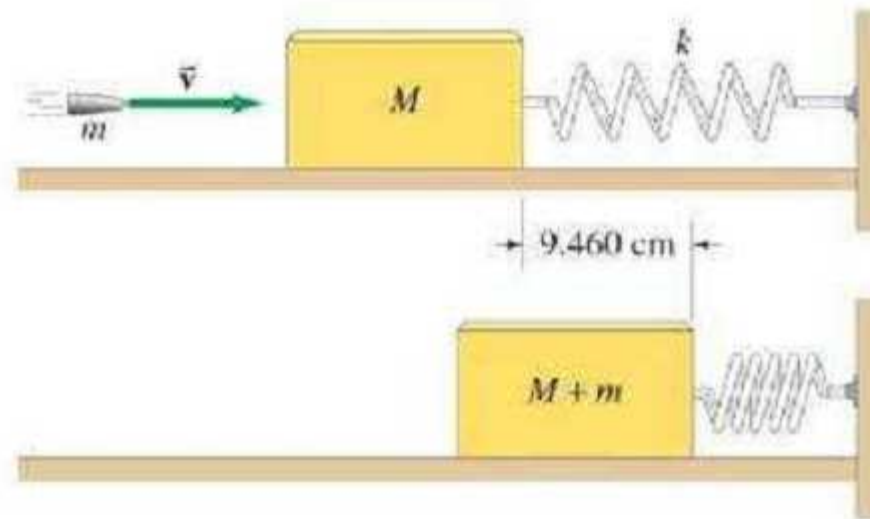
$$\sum F_y = F_{net} = F'_A + F'_B - mg = F_A - kx + F_B - kx - mg = -2kx + (F_A + F_B - mg) = -2kx$$

This is the general form of a restoring force that produces SHM, with an effective spring constant of $2k$. Thus the frequency of vibration is as follows.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k_{\text{effective}}/m} = \boxed{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}}$$



37. (II) Agent Arlene devised the following method of measuring the muzzle velocity of a rifle (Fig. 14–33). She fires a bullet into a 4.648-kg wooden block resting on a smooth surface, and attached to a spring of spring constant $k = 142.7 \text{ N/m}$. The bullet, whose mass is 7.870 g, remains embedded in the wooden block. She measures the maximum distance that the block compresses the spring to be 9.460 cm. What is the speed v of the bullet?



37. We assume that the collision of the bullet and block is so quick that there is no significant motion of the large mass or spring during the collision. Linear momentum is conserved in this collision. The speed that the combination has right after the collision is the maximum speed of the oscillating system. Then, the kinetic energy that the combination has right after the collision is stored in the spring when it is fully compressed, at the amplitude of its motion.

$$p_{\text{before}} = p_{\text{after}} \rightarrow mv_0 = (m + M)v_{\text{max}} \rightarrow v_{\text{max}} = \frac{m}{m + M}v_0$$

$$\frac{1}{2}(m + M)v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow \frac{1}{2}(m + M)\left(\frac{m}{m + M}v_0\right)^2 = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow$$

$$v_0 = \frac{A}{m}\sqrt{k(m + M)} = \frac{(9.460 \times 10^{-2} \text{ m})}{(7.870 \times 10^{-3} \text{ kg})}\sqrt{(142.7 \text{ N/m})(7.870 \times 10^{-3} \text{ kg} + 4.648 \text{ kg})}$$
$$= \boxed{309.8 \text{ m/s}}$$

- *52. (II) A student wants to use a meter stick as a pendulum. She plans to drill a small hole through the meter stick and suspend it from a smooth pin attached to the wall (Fig. 14–34). Where in the meter stick should she drill the hole to obtain the shortest possible period? How short an oscillation period can she obtain with a meter stick in this way?

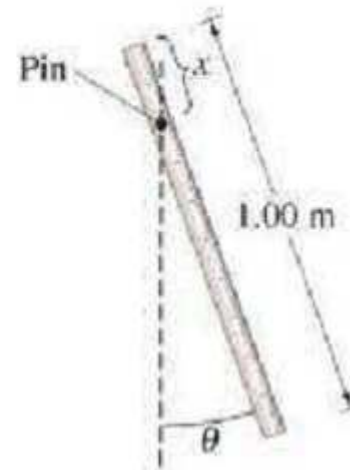


FIGURE 14–34
Problem 52.

52. The meter stick used as a pendulum is a physical pendulum. The period is given by Eq. 14-14,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$. Use the parallel axis theorem to find the moment of inertia about the pin. Express the distances from the center of mass.

$$I = I_{\text{CM}} + mh^2 = \frac{1}{12}m\ell^2 + mh^2 \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}m\ell^2 + mh^2}{mgh}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\left(\frac{\frac{1}{12}\ell^2}{h} + h\right)^{1/2}$$

$$\frac{dT}{dh} = 2\pi\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\frac{1}{12}\ell^2}{h} + h\right)^{-1/2}\left(-\frac{\frac{1}{12}\ell^2}{h^2} + 1\right) = 0 \rightarrow h = \sqrt{\frac{1}{12}}\ell = 0.2887 \text{ m}$$

$$x = \frac{1}{2}\ell - h = 0.500 - 0.2887 \approx \boxed{0.211 \text{ m}} \text{ from the end}$$

Use the distance for h to calculate the period.

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\left(\frac{\frac{1}{12}\ell^2}{h} + h\right)^{1/2} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.80 \text{ m/s}^2}}\left(\frac{\frac{1}{12}(1.00 \text{ m})^2}{0.2887 \text{ m}} + 0.2887 \text{ m}\right)^{1/2} = \boxed{1.53 \text{ s}}$$

56. (II) A 0.835-kg block oscillates on the end of a spring whose spring constant is $k = 41.0 \text{ N/m}$. The mass moves in a fluid which offers a resistive force $F = -bv$, where $b = 0.662 \text{ N}\cdot\text{s/m}$. (a) What is the period of the motion? (b) What is the fractional decrease in amplitude per cycle? (c) Write the displacement as a function of time if at $t = 0$, $x = 0$, and at $t = 1.00 \text{ s}$, $x = 0.120 \text{ m}$.

56. (a) The period of the motion can be found from Eq. 14-18, giving the angular frequency for the damped motion.

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} = \sqrt{\frac{(41.0 \text{ N/m})}{(0.835 \text{ kg})} - \frac{(0.662 \text{ N}\cdot\text{s/m})^2}{4(0.835 \text{ kg})^2}} = 6.996 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6.996 \text{ rad/s}} = \boxed{0.898 \text{ s}}$$

- (b) If the amplitude at some time is A , then one cycle later, the amplitude will be $Ae^{-\gamma T}$. Use this to find the fractional change.

$$\text{fractional change} = \frac{Ae^{-\gamma T} - A}{A} = e^{-\gamma T} - 1 = e^{-\frac{b}{2m}T} - 1 = e^{-\frac{(0.662 \text{ N}\cdot\text{s/m})}{2(0.835 \text{ kg})(0.898 \text{ s})}} - 1 = \boxed{-0.300}$$

And so the amplitude decreases by 30% from the previous amplitude, every cycle.

And so the amplitude decreases by 30% from the previous amplitude, every cycle.

- (c) Since the object is at the origin at $t = 0$, we will use a sine function to express the equation of motion.

$$x = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega' t) \rightarrow 0.120 \text{ m} = Ae^{-\frac{(0.662 \text{ N}\cdot\text{s/m})}{2(0.835 \text{ kg})}(1.00 \text{ s})} \sin(6.996 \text{ rad}) \rightarrow$$

$$A = \frac{0.120 \text{ m}}{e^{\frac{(0.662 \text{ N}\cdot\text{s/m})}{2(0.835 \text{ kg})}(1.00 \text{ s})} \sin(6.996 \text{ rad})} = 0.273 \text{ m} ; \gamma = \frac{b}{2m} = \frac{(0.662 \text{ N}\cdot\text{s/m})}{2(0.835 \text{ kg})} = 0.396 \text{ s}^{-1}$$

$$\boxed{x = (0.273 \text{ m}) e^{-(0.396 \text{ s}^{-1})t} \sin[(7.00 \text{ rad/s})t]}$$

where the damping constant b neglects drag forces.

- 61.** (III) (a) Show that the total mechanical energy, $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$, as a function of time for a lightly damped harmonic oscillator is

$$E = \frac{1}{2}kA^2e^{-(b/m)t} = E_0e^{-(b/m)t},$$

where E_0 is the total mechanical energy at $t = 0$. (Assume $\omega' \gg b/2m$.) (b) Show that the fractional energy lost per period is

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi b}{m\omega_0} = \frac{2\pi}{Q},$$

where $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ and $Q = m\omega_0/b$ is called the **quality factor** or **Q value** of the system. A larger Q value means the system can undergo oscillations for a longer time.

61. (a) For the “lightly damped” harmonic oscillator, we have $b^2 \ll 4mk \rightarrow \frac{b^2}{4m^2} \ll \frac{k}{m} \rightarrow \omega' \approx \omega_0$.

We also assume that the object starts to move from maximum displacement, and so

$$x = A_0 e^{-\frac{bt}{2m}} \cos \omega' t \text{ and } v = \frac{dx}{dt} = -\frac{b}{2m} A_0 e^{-\frac{bt}{2m}} \cos \omega' t - \omega' A_0 e^{-\frac{bt}{2m}} \sin \omega' t \approx -\omega_0 A_0 e^{-\frac{bt}{2m}} \sin \omega' t.$$

$$E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} k A_0^2 e^{-\frac{bt}{m}} \cos^2 \omega' t + \frac{1}{2} m \omega_0^2 A_0^2 e^{-\frac{bt}{m}} \sin^2 \omega' t$$

$$= \frac{1}{2} k A_0^2 e^{-\frac{bt}{m}} \cos^2 \omega' t + \frac{1}{2} k A_0^2 e^{-\frac{bt}{m}} \sin^2 \omega' t = \frac{1}{2} k A_0^2 e^{-\frac{bt}{m}} = \boxed{E_0 e^{-\frac{bt}{m}}}$$

(b) The fractional loss of energy during one period is as follows. Note that we use the

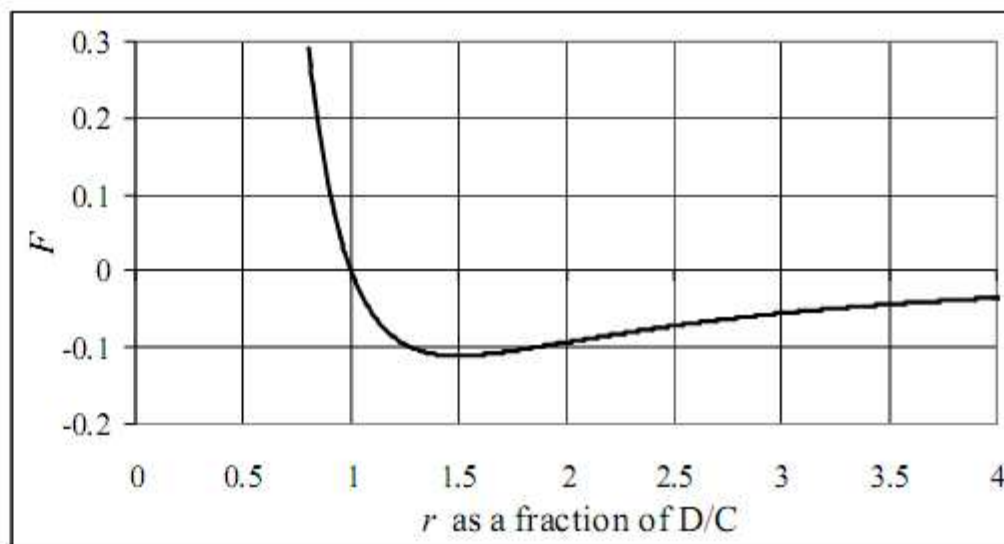
$$\text{approximation that } \frac{b}{2m} \ll \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{bT}{m} \ll 4\pi \rightarrow \frac{bT}{m} \ll 1.$$

$$\Delta E = E(t) - E(t+T) = E_0 e^{-\frac{bt}{m}} - E_0 e^{-\frac{b(t+T)}{m}} = E_0 e^{-\frac{bt}{m}} \left(1 - e^{-\frac{bT}{m}} \right) \rightarrow$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E_0 e^{-\frac{bt}{m}} \left(1 - e^{-\frac{bT}{m}} \right)}{E_0 e^{-\frac{bt}{m}}} = 1 - e^{-\frac{bT}{m}} \approx 1 - \left(1 - \frac{bT}{m} \right) = \frac{bT}{m} = \frac{b2\pi}{m\omega_0} = \boxed{\frac{2\pi}{Q}}$$

- 84.** In some diatomic molecules, the force each atom exerts on the other can be approximated by $F = -C/r^2 + D/r^3$, where r is the atomic separation and C and D are positive constants. (a) Graph F vs. r from $r = 0.8D/C$ to $r = 4D/C$. (b) Show that equilibrium occurs at $r = r_0 = D/C$. (c) Let $\Delta r = r - r_0$ be a small displacement from equilibrium, where $\Delta r \ll r_0$. Show that for such small displacements, the motion is approximately simple harmonic, and (d) determine the force constant. (e) What is the period of such motion? [*Hint:* Assume one atom is kept at rest.]

84. (a) The graph is shown. The spreadsheet used for this problem can be found on the Media Manager, with filename “PSE4_ISM_CH14.XLS,” on tab “Problem 14.84a.”
- (b) Equilibrium occurs at the location where the force is 0. Set the force equal to 0 and solve for the separation distance r .



$$F(r_0) = -\frac{C}{r_0^2} + \frac{D}{r_0^3} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{C}{r_0^2} = \frac{D}{r_0^3} \rightarrow Cr_0^3 = Dr_0^2 \rightarrow \boxed{r_0 = \frac{D}{C}}$$

This does match with the graph, which shows $F = 0$ at $r = D/C$.

(c) We find the net force at $r = r_0 + \Delta r$. Use the binomial expansion.

$$\begin{aligned}
 F(r_0 + \Delta r) &= -C(r_0 + \Delta r)^{-2} + D(r_0 + \Delta r)^{-3} = -Cr_0^{-2} \left(1 + \frac{\Delta r}{r_0}\right)^{-2} + Dr_0^{-3} \left(1 + \frac{\Delta r}{r_0}\right)^{-3} \\
 &\approx -\frac{C}{r_0^2} \left(1 - 2\frac{\Delta r}{r_0}\right) + \frac{D}{r_0^3} \left(1 - 3\frac{\Delta r}{r_0}\right) = \frac{C}{r_0^3} \left[-r_0 \left(1 - 2\frac{\Delta r}{r_0}\right) + \frac{D}{C} \left(1 - 3\frac{\Delta r}{r_0}\right)\right] \\
 &= \frac{C}{r_0^3} [-r_0 + 2\Delta r + r_0 - 3\Delta r] = \frac{C}{r_0^3} [-\Delta r] \rightarrow F(r_0 + \Delta r) = -\frac{C}{r_0^3} \Delta r
 \end{aligned}$$

We see that the net force is proportional to the displacement and in the opposite direction to the displacement. Thus the motion is simple harmonic.

(d) Since for simple harmonic motion, the general form is $F = -kx$, we see that for this situation,

the spring constant is given by $k = \frac{C}{r_0^3} = \boxed{\frac{C^4}{D^3}}$.

(e) The period of the motion can be found from Eq. 14-7b.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{mD^3}{C^4}}}$$

86. Carbon dioxide is a linear molecule. The carbon–oxygen bonds in this molecule act very much like springs. Figure 14–43 shows one possible way the oxygen atoms in this molecule can oscillate: the oxygen atoms oscillate symmetrically in and out, while the central carbon atom remains at rest. Hence each oxygen atom acts like a simple harmonic oscillator with a mass equal to the mass of an oxygen atom. It is observed that this oscillation occurs with a frequency of $f = 2.83 \times 10^{13} \text{ Hz}$. What is the spring constant of the C—O bond?



FIGURE 14–43

Problem 86, the CO_2 molecule.



86. The effective spring constant is determined by the frequency of vibration and the mass of the oscillator. Use Eq. 14-7a.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow$$

$$k = 4\pi^2 f^2 m = 4\pi^2 (2.83 \times 10^{13} \text{ Hz}) (16.00 \text{ u}) \left(\frac{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \right) = \boxed{840 \text{ N/m}} \quad (3 \text{ sig. fig.})$$

9. Two linear waves have the same amplitude and speed, and otherwise are identical, except one has half the wavelength of the other. Which transmits more energy? By what factor?
9. If two waves have the same speed but one has half the wavelength of the other, the wave with the shorter wavelength must have twice the frequency of the other. The energy transmitted by a wave depends on the wave speed and the square of the frequency. The wave with the shorter wavelength will transmit four times the energy transmitted by the other wave.
16. Can the amplitude of the standing waves in Fig. 15–25 be greater than the amplitude of the vibrations that cause them (up and down motion of the hand)?
16. Yes. A standing wave is an example of a resonance phenomenon, caused by constructive interference between a traveling wave and its reflection. The wave energy is distributed around the antinodes, which exhibit large amplitude oscillations, even when the generating oscillations from the hand are small.
- *19. If we knew that energy was being transmitted from one place to another, how might we determine whether the energy was being carried by particles (material objects) or by waves?
19. Waves exhibit diffraction. If a barrier is placed between the energy source and the energy receiver, and energy is still received, it is a good indication that the energy is being carried by waves. If placement of the barrier stops the energy transfer, it may be because the energy is being transferred by particles or that the energy is being transferred by waves with wavelengths smaller than the barrier.

8. (II) A sailor strikes the side of his ship just below the surface of the sea. He hears the echo of the wave reflected from the ocean floor directly below 2.8 s later. How deep is the ocean at this point?

8. The speed of the water wave is given by $v = \sqrt{B/\rho}$, where B is the bulk modulus of water, from Table 12-1, and ρ is the density of sea water, from Table 13-1. The wave travels twice the depth of the ocean during the elapsed time.

$$v = \frac{2\ell}{t} \rightarrow \ell = \frac{vt}{2} = \frac{t}{2} \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \frac{2.8\text{ s}}{2} \sqrt{\frac{2.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2}{1.025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = \boxed{2.0 \times 10^3 \text{ m}}$$

10. (II) P and S waves from an earthquake travel at different speeds, and this difference helps locate the earthquake “epicenter” (where the disturbance took place). (a) Assuming typical speeds of 8.5 km/s and 5.5 km/s for P and S waves, respectively, how far away did the earthquake occur if a particular seismic station detects the arrival of these two types of waves 1.7 min apart? (b) Is one seismic station sufficient to determine the position of the epicenter? Explain.

10. (a) Both waves travel the same distance, so $\Delta x = v_1 t_1 = v_2 t_2$. We let the smaller speed be v_1 , and the larger speed be v_2 . The slower wave will take longer to arrive, and so t_1 is more than t_2 .

$$t_1 = t_2 + 1.7 \text{ min} = t_2 + 102 \text{ s} \rightarrow v_1 (t_2 + 102 \text{ s}) = v_2 t_2 \rightarrow$$

$$t_2 = \frac{v_1}{v_2 - v_1} (102 \text{ s}) = \frac{5.5 \text{ km/s}}{8.5 \text{ km/s} - 5.5 \text{ km/s}} (102 \text{ s}) = 187 \text{ s}$$

$$\Delta x = v_2 t_2 = (8.5 \text{ km/s})(187 \text{ s}) = \boxed{1600 \text{ km}}$$

- (b) This is not enough information to determine the epicenter. All that is known is the distance of the epicenter from the seismic station. The direction is not known, so the epicenter lies on a circle of radius $1.9 \times 10^3 \text{ km}$ from the seismic station. Readings from at least two other seismic stations are needed to determine the epicenter's position.

19. (II) A small steel wire of diameter 1.0 mm is connected to an oscillator and is under a tension of 7.5 N. The frequency of the oscillator is 60.0 Hz and it is observed that the amplitude of the wave on the steel wire is 0.50 cm. (a) What is the power output of the oscillator, assuming that the wave is not reflected back? (b) If the power output stays constant but the frequency is doubled, what is the amplitude of the wave?

19. (a) The power transmitted by the wave is assumed to be the same as the output of the oscillator. That power is given by Eq. 15-6. The wave speed is given by Eq. 15-2. Note that the mass per unit length can be expressed as the volume mass density times the cross sectional area.

$$\begin{aligned}\bar{P} &= 2\pi^2 \rho S v f^2 A^2 = 2\pi^2 \rho S \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} f^2 A^2 = 2\pi^2 \rho S \sqrt{\frac{F_T}{\rho S}} f^2 A^2 = 2\pi^2 f^2 A^2 \sqrt{S \rho F_T} \\ &= 2\pi^2 (60.0 \text{ Hz})^2 (0.0050 \text{ m})^2 \sqrt{\pi (5.0 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (7800 \text{ kg/m}^3) (7.5 \text{ N})} = \boxed{0.38 \text{ W}}\end{aligned}$$

- (b) The frequency and amplitude are both squared in the equation. Thus if the power is constant, and the frequency doubles, the amplitude must be halved, and so be $\boxed{0.25 \text{ cm}}$.

*35. (II) Does the function $D(x, t) = e^{-(kx - \omega t)^2}$ satisfy the wave equation? Why or why not? _____

35. To be a solution of the wave equation, the function must satisfy Eq. 15-16, $\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$.

$$D = e^{-(kx - \omega t)^2} ; \quad \frac{\partial D}{\partial x} = -2k(kx - \omega t)e^{-(kx - \omega t)^2}$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = -2k(kx - \omega t) \left[-2k(kx - \omega t)e^{-(kx - \omega t)^2} \right] + (-2k^2)e^{-(kx - \omega t)^2} = 2k^2 \left[2(kx - \omega t)^2 - 1 \right] e^{-(kx - \omega t)^2}$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = 2\omega(kx - \omega t)e^{-(kx - \omega t)^2}$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 2\omega(kx - \omega t) \left[2\omega(kx - \omega t)e^{-(kx - \omega t)^2} \right] + (-2\omega^2)e^{-(kx - \omega t)^2} = 2\omega^2 \left[2(kx - \omega t)^2 - 1 \right] e^{-(kx - \omega t)^2}$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \rightarrow 2k^2 \left[2(kx - \omega t)^2 - 1 \right] e^{-(kx - \omega t)^2} = \frac{1}{v^2} 2\omega^2 \left[2(kx - \omega t)^2 - 1 \right] e^{-(kx - \omega t)^2} \rightarrow$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{v^2}$$

Since $v = \frac{\omega}{k}$, we have an identity. Yes, the function is a solution.

- 51.** (II) Show that the frequency of standing waves on a cord of length ℓ and linear density μ , which is stretched to a tension F_T , is given by

$$f = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

where n is an integer.

51. The speed of the wave is given by Eq. 15-2, $v = \sqrt{F_T/\mu}$. The wavelength of the fundamental is

$\lambda_1 = 2\ell$. Thus the frequency of the fundamental is $f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$. Each harmonic is present in

a vibrating string, and so $f_n = nf_1 = \boxed{\frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$, $n = 1, 2, 3, \dots$

- 71.** A sinusoidal traveling wave has frequency 880 Hz and phase velocity 440 m/s. (a) At a given time, find the distance between any two locations that correspond to a difference in phase of $\pi/6$ rad. (b) At a fixed location, by how much does the phase change during a time interval of 1.0×10^{-4} s?

71. The frequency is 880 Hz and the phase velocity is 440 m/s, so the wavelength is

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{440 \text{ m/s}}{880 \text{ Hz}} = 0.50 \text{ m}.$$

(a) Use the ratio of distance to wavelength to define the phase difference.

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{\pi/6}{2\pi} \rightarrow x = \frac{\lambda}{12} = \frac{0.50 \text{ m}}{12} = \boxed{0.042 \text{ m}}$$

(b) Use the ratio of time to period to define the phase difference.

$$\frac{t}{T} = \frac{\phi}{2\pi} \rightarrow \phi = \frac{2\pi t}{T} = 2\pi t f = 2\pi (1.0 \times 10^{-4} \text{ s})(880 \text{ Hz}) = \boxed{0.55 \text{ rad}}$$

- 78.** A uniform cord of length ℓ and mass m is hung vertically from a support. (a) Show that the speed of transverse waves in this cord is $\sqrt{gh}$, where h is the height above the lower end. (b) How long does it take for a pulse to travel upward from one end to the other?

78. (a) The speed of the wave at a point h above the lower end depends on the tension at that point and the linear mass density of the cord. The tension must equal the mass of the lower segment if the lower segment is in equilibrium. Use Eq. 15-2 for the wave speed.

$$F_T = m_{\text{segment}}g = \frac{h}{\ell}mg \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{\frac{h}{\ell}mg}{\frac{m}{\ell}}} = \boxed{\sqrt{hg}}$$

- (b) We treat h as a variable, measured from the bottom of the cord. The wave speed at that point is given above as $v = \sqrt{hg}$. The distance a wave would travel up the cord during a time dt is then $dh = vdt = \sqrt{hg} dt$. To find the total time for a wave to travel up the cord, integrate over the length of the cord.

$$dh = vdt = \sqrt{hg}dt \rightarrow dt = \frac{dh}{\sqrt{hg}} \rightarrow \int_0^{t_{\text{total}}} dt = \int_0^L \frac{dh}{\sqrt{hg}} \rightarrow$$

$$t_{\text{total}} = \int_0^L \frac{dh}{\sqrt{hg}} = 2\sqrt{\frac{h}{g}} \Big|_0^L = \boxed{2\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

91. For a spherical wave traveling uniformly away from a point source, show that the displacement can be represented by

$$D = \left(\frac{A}{r} \right) \sin(kr - \omega t),$$

where r is the radial distance from the source and A is a constant.

91. Because the radiation is uniform, the same energy must pass through every spherical surface, which has the surface area $4\pi r^2$. Thus the intensity must decrease as $1/r^2$. Since the intensity is proportional to the square of the amplitude, the amplitude will decrease as $1/r$. The radial motion will be sinusoidal, and so we have $D = \left(\frac{A}{r} \right) \sin(kr - \omega t)$.