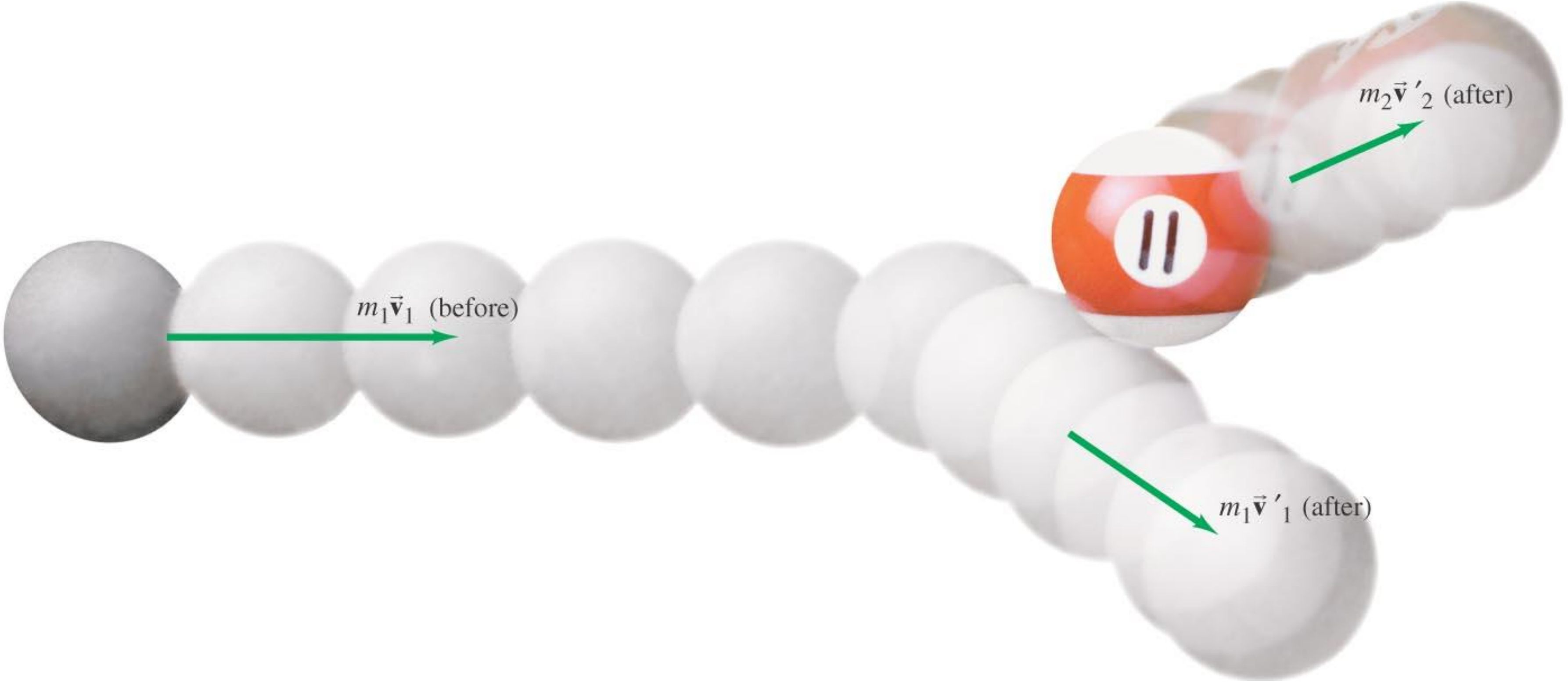
Κεφάλαιο 9

Γραμμική Ορμή



Περιεχόμενα Κεφαλαίου 9

- Σχέση Ορμής και Δύναμης
- Διατήρηση της ορμής
- Κρούση και Ώθηση
- Διατήρηση ενέργειας και ορμής στις κρούσεις
- Ελαστικές κρούσεις σε μία διάσταση
- Ανελαστικές Κρούσεις
- Κρούσεις σε πολλές διαστάσεις
- Το κέντρο της μάζας
- Μεταφορική Κίνηση και το Κέντρο της Μάζας

9-1 Σχέση Ορμής και Δύναμης

Η ορμή είναι διάνυσμα που ορίζεται από την σχέση

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}.$$

Ο **ρυθμός** μεταβολής της ορμής μας δίνει την **δύναμη**:

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}.$$

Η απόδειξη της σχέσης βασίζεται στον 2^{ο} Νόμο του Νεύτωνα.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

Ένας καλός παίχτης του τένις μπορεί να σερβίρει τη μπάλα με ταχύτητα 55 m/s (200km/h). Εάν η μπάλα ζυγίζει 0.060 kg και παραμένει σε επαφή με την ρακέτα για 4 ms (4 x 10^{-3} s), βρείτε την μέση δύναμη που ασκείται στην μπάλα. Είναι αρκετή η δύναμη αυτή να σηκώσει ένα άτομο 60-kg ;

APPROACH We write Newton's second law, Eq. 9–2, for the average force as

$$F_{\text{avg}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t},$$

where mv_1 and mv_2 are the initial and final momenta. The tennis ball is hit when its initial velocity v_1 is very nearly zero at the top of the throw, so we set $v_1 = 0$, whereas $v_2 = 55\,\text{m/s}$ is in the horizontal direction. We ignore all other forces on the ball, such as gravity, in comparison to the force exerted by the tennis racket.

SOLUTION The force exerted on the ball by the racket is

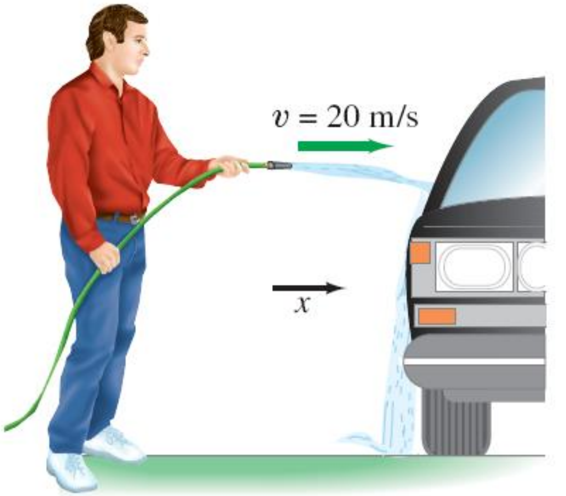
$$F_{\text{avg}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = \frac{(0.060\,\text{kg})(55\,\text{m/s}) - 0}{0.004\,\text{s}}$$
$$\approx 800\,\text{N}.$$

This is a large force, larger than the weight of a 60-kg person, which would require a force $mg = (60\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) \approx 600\,\text{N}$ to lift.

NOTE The force of gravity acting on the tennis ball is $mg = (0.060\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 0.59\,\text{N}$, which justifies our ignoring it compared to the enormous force the racket exerts.

NOTE High-speed photography and radar can give us an estimate of the contact time and the velocity of the ball leaving the racket. But a direct measurement of the force is not practical. Our calculation shows a handy technique for determining an unknown force in the real world.

Η παροχή νερού είναι 1.5 kg/s και η ταχύτητα ροής 20 m/s. Πόση δύναμη ασκεί το νερό πάνω στο αυτοκίνητο; (αγνοούμε το «πιτσίλισμα»)



APPROACH The water leaving the hose has mass and velocity, so it has a momentum p_{initial} in the horizontal (x) direction, and we assume gravity doesn't pull the water down significantly. When the water hits the car, the water loses this momentum $(p_{\text{final}} = 0)$. We use Newton's second law in the momentum form to find the force that the car exerts on the water to stop it. By Newton's third law, the force exerted by the water on the car is equal and opposite. We have a continuing process: 1.5 kg of water leaves the hose in each 1.0-s time interval. So let us write $F = \Delta p / \Delta t$ where $\Delta t = 1.0\,\text{s}$, and $mv_{\text{initial}} = (1.5\,\text{kg})(20\,\text{m/s})$.

SOLUTION The force (assumed constant) that the car must exert to change the momentum of the water is

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{\text{final}} - p_{\text{initial}}}{\Delta t} = \frac{0 - 30\,\text{kg}\cdot\text{m/s}}{1.0\,\text{s}} = -30\,\text{N}.$$

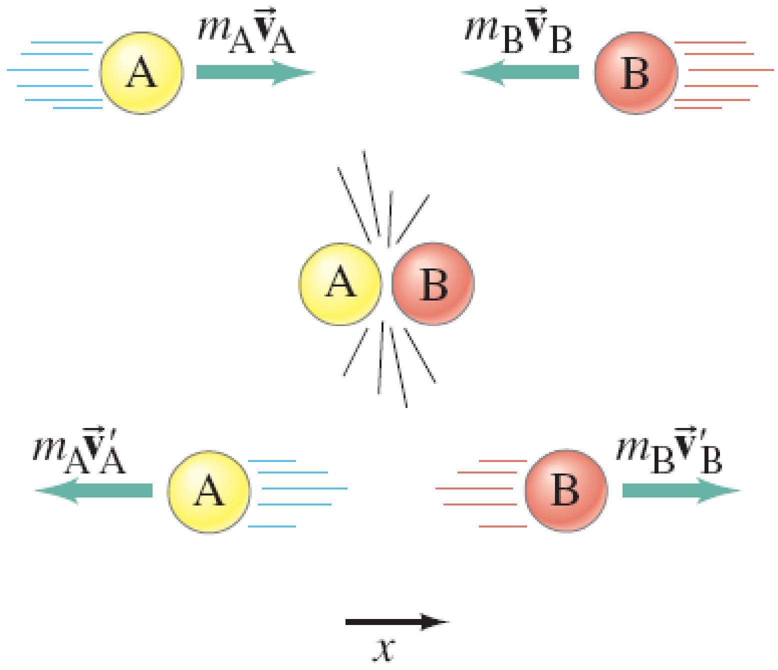
The minus sign indicates that the force exerted by the car on the water is opposite to the water's original velocity. The car exerts a force of 30 N to the left to stop the water, so by Newton's third law, the water exerts a force of 30 N to the right on the car.

NOTE Keep track of signs, although common sense helps too. The water is moving to the right, so common sense tells us the force on the car must be to the right.

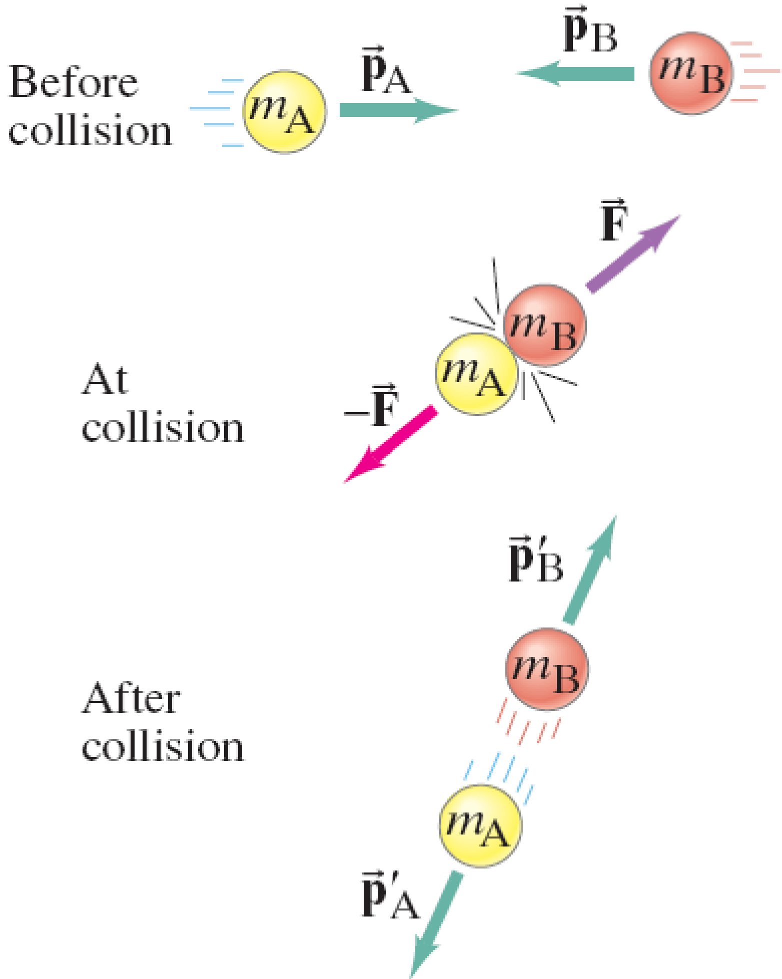
9-2 Διατήρηση της Ορμής

Οι μετρήσεις (πειράματα) δείχνουν ότι κατά την διάρκεια μιας κρούσης η ορμή δεν μεταβάλλεται.

$$m_A \vec{\mathbf{v}}_A + m_B \vec{\mathbf{v}}_B = m_A \vec{\mathbf{v}}'_A + m_B \vec{\mathbf{v}}'_B .$$



9-2 Διατήρηση της Ορμής



Εάν εφαρμόσουμε τον νόμο του Νεύτωνα περί δράσης και αντίδρασης, βλέπουμε ότι εφόσον ο «χρόνος» της κρούσης είναι πολύ μικρός ώστε ΜΗΝ να έχουμε την δράση εξωτερικής δύναμης, για κάθε δύναμη υπάρχει η «αντίδρασή της» και επομένως η ορμή διατηρείται

9-2 Διατήρηση της Ορμής

Για πολλά αντικείμενα (>2),

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \sum \frac{d\vec{\mathbf{p}}_i}{dt} = \sum \vec{\mathbf{F}}_i .$$

Όπου F_i είναι η συνολική εξωτερική δύναμη στο αντικείμενο i

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{ext}} .$$

Όπου F_{ext} είναι η συνολική εξωτερική δύναμη στο σύστημα

9-2 Διατήρηση της Ορμής

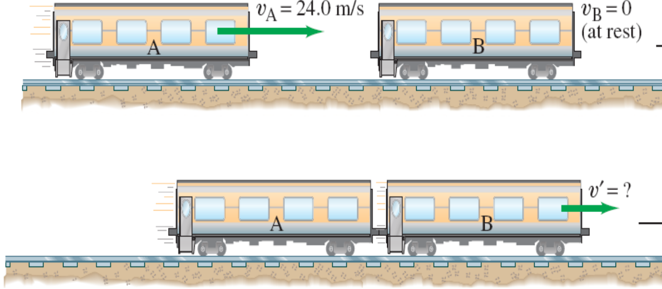
Αρχή διατήρησης της ορμής:

Όταν η συνολική εξωτερική δύναμη που ασκείται σε ένα σύστημα είναι μηδέν, η συνολική ορμή παραμένει σταθερή.

ή,

Η συνολική ορμή ενός απομονωμένου συστήματος παραμένει σταθερή.

Ένα βαγόνι τραίνου 10,000-kg, A, κινείται με ταχύτητα 24.0 m/s και συγκρούεται με ένα πανομοιότυπο βαγόνι, B, που είναι ακίνητο. Εφόσον τα βαγόνια «κλειδώσουν» ποια είναι η ταχύτητά τους μετά την κρούση;



$$P_{\text{initial}} = P_{\text{final}}.$$

SOLUTION The initial total momentum is

$$P_{\text{initial}} = m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A$$

because car B is at rest initially $(v_B = 0)$. The direction is to the right in the $+x$ direction. After the collision, the two cars become attached, so they will have the same speed, call it v'. Then the total momentum after the collision is

$$P_{\text{final}} = (m_A + m_B)v'.$$

We have assumed there are no external forces, so momentum is conserved:

$$P_{\text{initial}} = P_{\text{final}}$$
$$m_A v_A = (m_A + m_B)v'.$$

Solving for v', we obtain

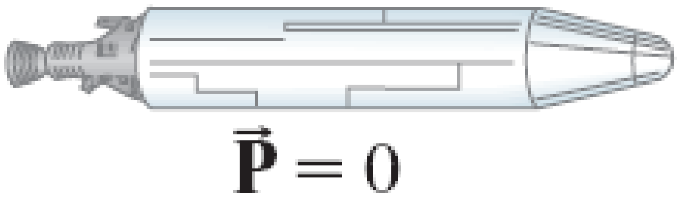
$$v' = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_A = \left(\frac{10{,}000\text{ kg}}{10{,}000\text{ kg} + 10{,}000\text{ kg}}\right)(24.0\text{ m/s}) = 12.0\text{ m/s},$$

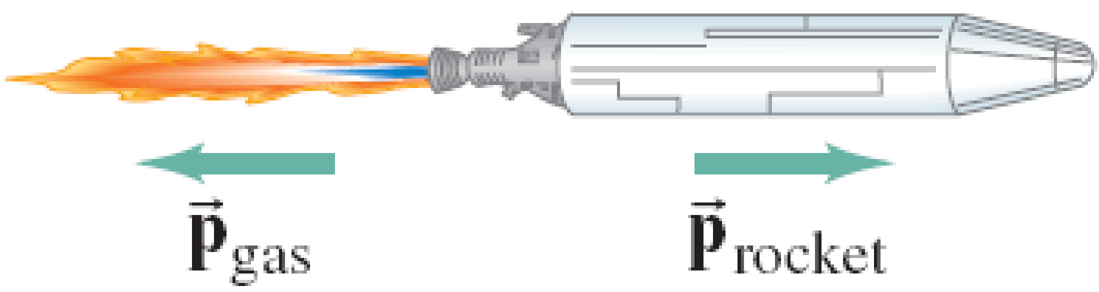
to the right. Their mutual speed after collision is half the initial speed of car A because their masses are equal.

NOTE We kept symbols until the very end, so we have an equation we can use in other (related) situations.

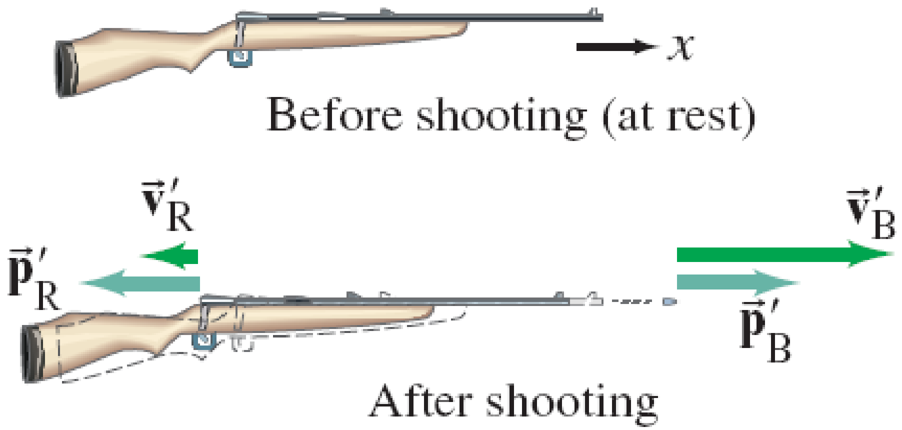
NOTE We haven't mentioned friction here. Why? Because we are examining speeds just before and just after the very brief time interval of the collision, and during that brief time friction can't do much—it is ignorable (but not for long: the cars will slow down because of friction).

Μπορούμε να ερμηνεύσουμε και τη κίνηση ενός πυραύλου βάση της αρχής διατήρησης της ορμής. Υποθέτουμε ότι ο πύραυλος και τα καύσιμα αποτελούν ένα σύστημα και λαμβάνουμε υπόψη, την μεταβολή της μάζας.





Υπολογίστε την ανάκρουση ενός όπλου που ζυγίζει 5.0-kg και εκτοξεύει την σφαίρα μάζας 0.020-kg με ταχύτητα 620 m/s.



SOLUTION Let subscript B represent the bullet and R the rifle; the final velocities are indicated by primes. Then momentum conservation in the x direction gives

$$\begin{aligned} \text{momentum before} &= \text{momentum after} \\ m_B v_B + m_R v_R &= m_B v'_B + m_R v'_R \\ 0 + 0 &= m_B v'_B + m_R v'_R \end{aligned}$$

so

$$v'_R = -\frac{m_B v'_B}{m_R} = -\frac{(0.020\,\text{kg})(620\,\text{m/s})}{(5.0\,\text{kg})} = -2.5\,\text{m/s}.$$

Since the rifle has a much larger mass, its (recoil) velocity is much less than that of the bullet. The minus sign indicates that the velocity (and momentum) of the rifle is in the negative x direction, opposite to that of the bullet.

(α) Η Μαρία φοράει πέδιλα πάγου και αρχικά είναι ακίνητη πάνω στον πάγο. Πιάνεται από ένα έλκηθρο που κινείται πάνω σε πάγο με μηδενική τριβή, και αρχίζει να κινείται μαζί του. Η ταχύτητα του έλκηθρου αυξάνεται, μειώνεται ή παραμένει σταθερή;

Η ταχύτητα μειώνεται διότι η μάζα του έλκηθρου είναι τώρα μεγαλύτερη και προκειμένου να διατηρηθεί η ορμή πρέπει να μειωθεί η ταχύτητα

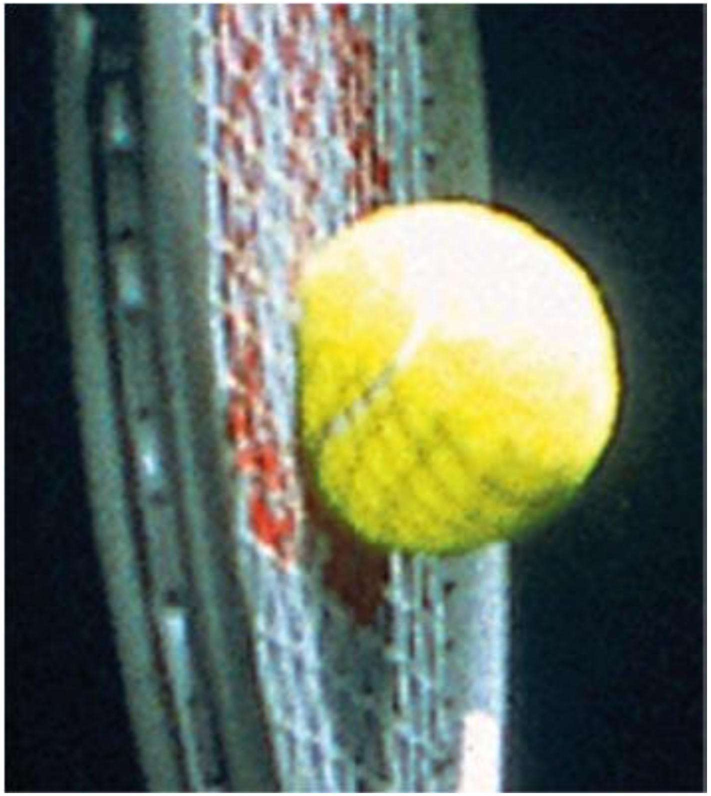
$$m_M 0 + m_E v_E = (m_M + m_E)v \Rightarrow v = \underbrace{\frac{m_E}{m_E + m_M}}_{<1} v_E \Rightarrow v < v_E$$

(β) Εάν η Μαρία μετά από λίγο αφήσει το έλκηθρο τι θα συμβεί;

Η Μαρία πρέπει να διατηρήσει την ορμή της επομένως έχουμε, όπως επίσης και το έλκηθρο επομένως έχουμε:

$$(m_M + m_E)v = m_M v_M + m_E v_E \Rightarrow v = v_M = v_E$$

9-3 Κρούσεις και Ώθηση



Κατά τις κρούσεις τα αντικείμενα παραμορφώνονται λόγω των μεγάλων δυνάμεων που αναπτύσσονται

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$$

$$d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}}\,dt.$$

$$\int_{\mathrm{i}}^{\mathrm{f}} d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{f}} - \vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{i}} = \int_{t_{\mathrm{i}}}^{t_{\mathrm{f}}} \vec{\mathbf{F}}\,dt.$$

9-3 Κρούσεις και Ώθηση

Ορίζουμε την Ώθηση, $\vec{\mathbf{J}}$:

$$\vec{\mathbf{J}} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{\mathbf{F}}\, dt.$$

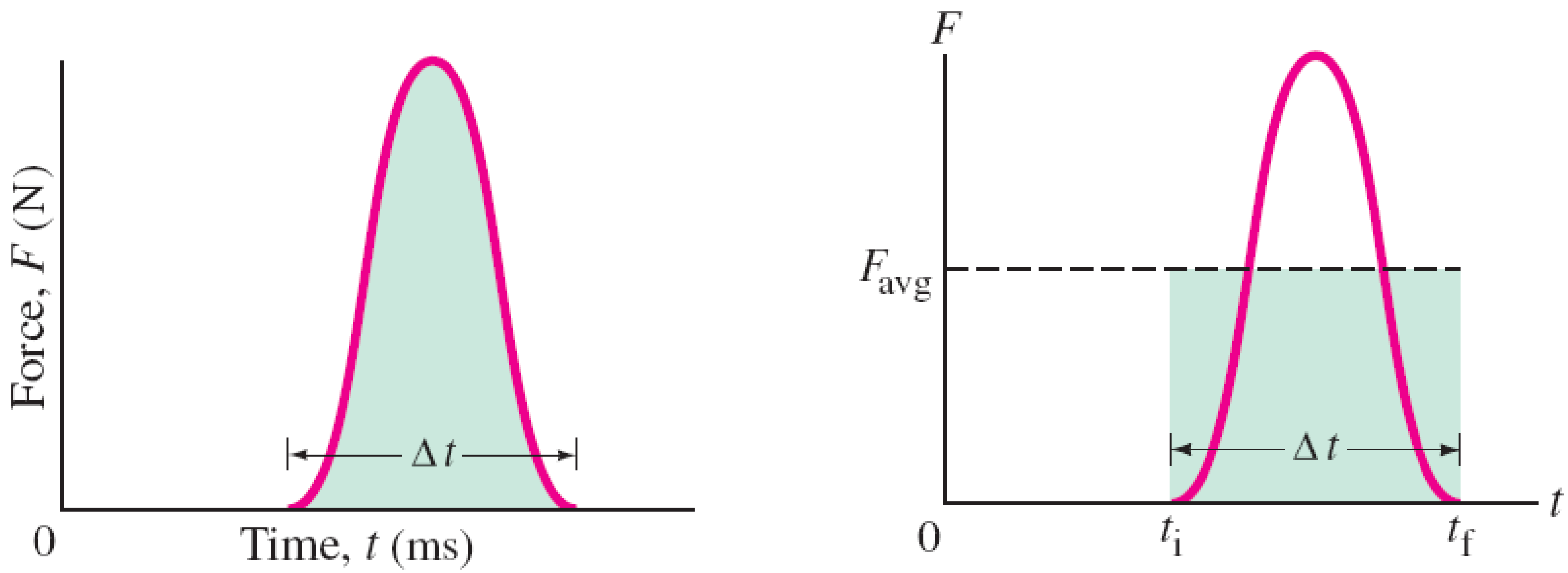
Στην ουσία βλέπουμε ότι η ώθηση είναι η μεταβολή της ορμής:

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{\mathbf{F}}\, dt = \vec{\mathbf{J}}.$$

9-3 Κρούσεις και Ώθηση

Ο χρόνος τα κρούσης είναι γενικά μικρός, και επομένως μπορούμε κατά προσέγγιση να χρησιμοποιήσιμε την μέση δύναμη δηλ.

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{avg}}\,\Delta t \;=\; \int_{t_i}^{t_f} \vec{\mathbf{F}}\, dt.$$



Εάν το χέρι κινείται με 10 m/s βρείτε την ώθηση ενός χτυπήματος «καράτε».

APPROACH We use the momentum-impulse relation, Eq. 9–6. The hand's speed changes from 10 m/s to zero over a distance of perhaps one cm (roughly how much your hand and the board compress before your hand comes to a stop, or nearly so, and the board begins to give way). The hand's mass should probably include part of the arm, and we take it to be roughly $m \approx 1\,\mathrm{kg}$.

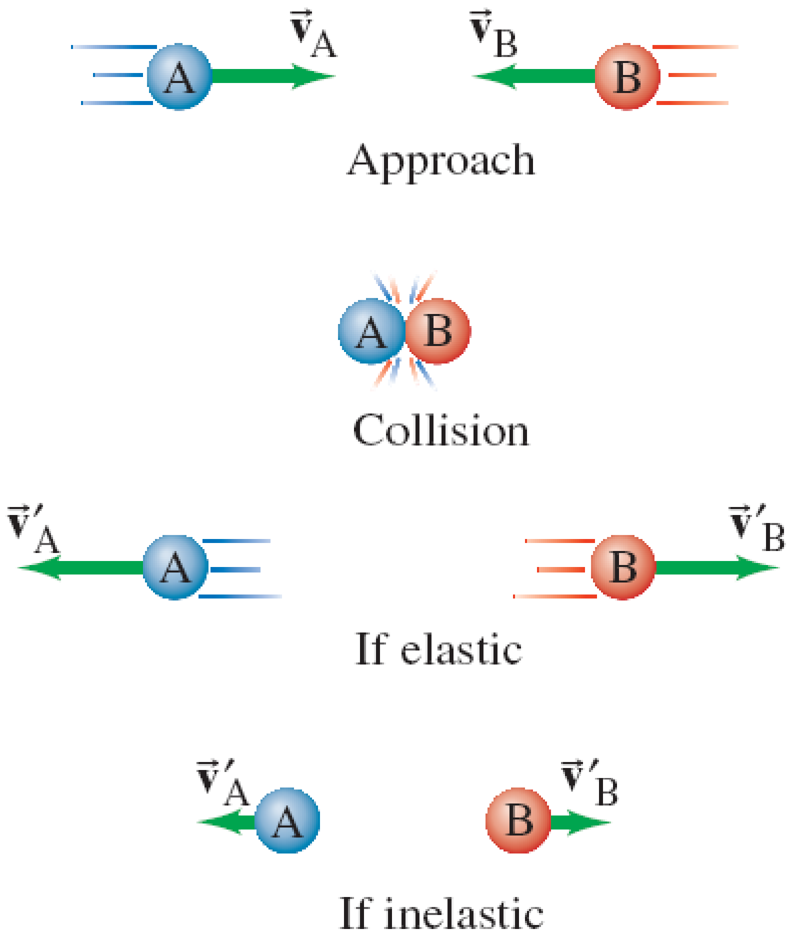
SOLUTION The impulse J equals the change in momentum

$$J = \Delta p = (1\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s} - 0) = 10\,\mathrm{kg \cdot m/s}.$$

We obtain the force from the definition of impulse $F_{avg} = J/\Delta t$; but what is Δt? The hand is brought to rest over the distance of roughly a centimeter: $\Delta x \approx 1\,\mathrm{cm}$. The average speed during the impact is $\bar{v} = (10\,\mathrm{m/s} + 0)/2 = 5\,\mathrm{m/s}$ and equals $\Delta x/\Delta t$. Thus $\Delta t = \Delta x/\bar{v} \approx (10^{-2}\,\mathrm{m})/(5\,\mathrm{m/s}) = 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$ or about 2 ms. The force is thus (Eq. 9–6) about

$$F_{avg} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{10\,\mathrm{kg \cdot m/s}}{2 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}} \approx 5000\,\mathrm{N} = 5\,\mathrm{kN}.$$

9-4 Διατήρηση ενέργειας και Ορμής κατά τις κρούσεις

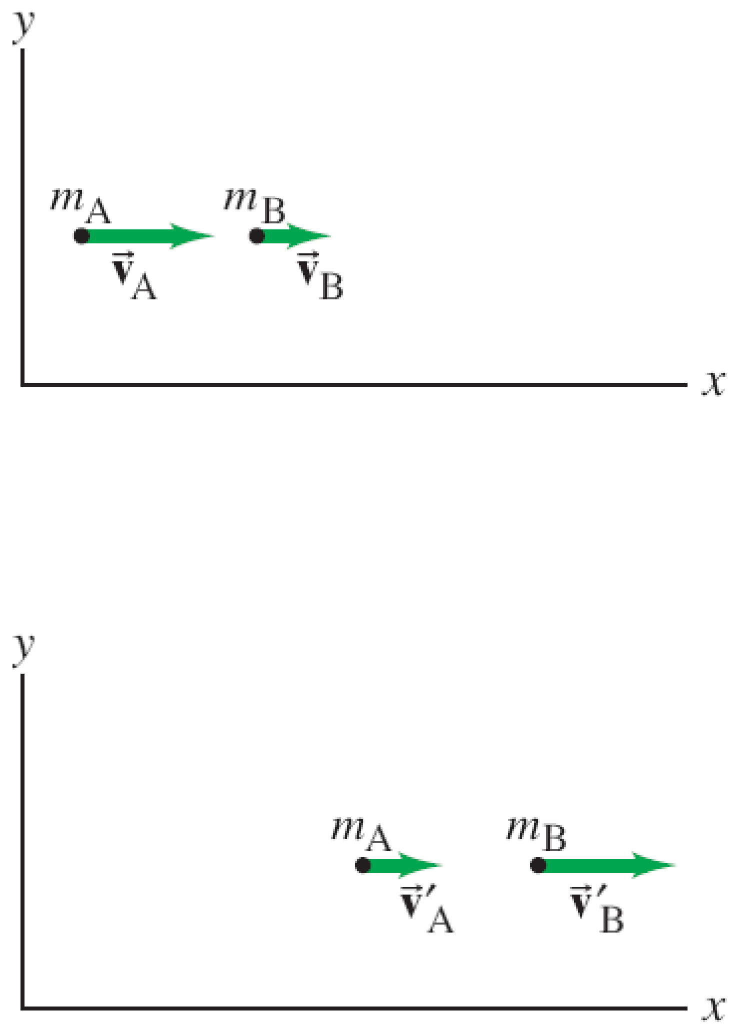


Η ορμή διατηρείται για όλες τις μορφές κρούσεων

Κρούσεις κατά τις οποίες διατηρείται η Κινητική Ενέργεια ονομάζονται Ελαστικές.

Όταν η Κ.Ε. αλλάζει έχουμε ανελαστικές κρούσεις.

Στην περίπτωση που έχουμε νέες μάζας (άλλα αντικείμενα μετά την κρούση) τότε έχουμε reactive κρούσεις (δηλ. που οδηγούν σε χημικές αντιδράσεις)



Για ελαστική κρούση δύο γνωστών μαζών m_1 και m_2 , με γνωστές ταχύτητες v_Aκαι v_B, μπορούμε να υπολογίσουμε τις τελικές ταχύτητες v_A' και v_B', από τις δύο σχέσεις τις διατήρησης της ενέργειας και της ορμής

Η μπάλα A με μάζα m κινείται με ταχύτητα v_A και συγκρούεται «κατακέφαλα» με την B ίσης μάζας. Εάν υποθέσουμε ότι έχουμε ελαστική κρούση βρείτε τις τελικές ταχύτητες όταν (α) όταν και οι δύο μπάλες αρχικά κινούνται με ταχύτητες (v_A και v_B), (β) όταν $v_B = 0$

SOLUTION (*a*) The masses are equal $(m_A = m_B = m)$ so conservation of momentum gives

$$v_A + v_B = v'_A + v'_B.$$

We need a second equation, because there are two unknowns. We could use the conservation of kinetic energy equation, or the simpler Eq. 9–8 derived from it:

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A.$$

We add these two equations and obtain

$$v'_B = v_A$$

and then subtract the two equations to obtain

$$v'_A = v_B.$$

That is, the balls exchange velocities as a result of the collision: ball B acquires the velocity that ball A had before the collision, and vice versa.

(*b*) If ball B is at rest initially, so that $v_B = 0$, we have

$$v'_B = v_A \quad \text{and} \quad v'_A = 0.$$

That is, ball A is brought to rest by the collision, whereas ball B acquires the original velocity of ball A. This result is often observed by billiard and pool players, and is valid only if the two balls have equal masses (and no spin is given to the balls). See Fig. 9–14.

Ένα αντικείμενο με μάζα m_A προσκρούει σε ένα δεύτερο m_B, (ο «στόχος») που είναι αρχικά ακίνητο ($v_B = 0$). Εάν τα αντικείμενα έχουν διαφορετικές μάζες και έχουμε κατακέφαλα ελαστικές κρούσεις, βρείτε (α) Εξισώσεις για τις v_B' και v_A' συναρτήσει των v_A, m_A και m_B. (β) Τι συμβαίνει όταν $m_A >> m_B$. (γ) Τι συμβαίνει όταν $m_A << m_B$.

APPROACH The momentum equation (with $v_B = 0$) is

$$m_B v_B' = m_A(v_A - v_A').$$

Kinetic energy is also conserved, and to use it we use Eq. 9–8 and rewrite it as

$$v_A' = v_B' - v_A.$$

SOLUTION (*a*) We substitute the above v_A' equation into the momentum equation and rearrange to find

$$v_B' = v_A\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right).$$

We substitute this value for v_B' back into the equation $v_A' = v_B' - v_A$ to obtain

$$v_A' = v_A\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right).$$

To check these two equations we have derived, we let $m_A = m_B$, and we obtain

$$v_B' = v_A \quad \text{and} \quad v_A' = 0.$$

This is the same case treated in Example 9–7, and we get the same result: for objects of equal mass, one of which is initially at rest, the velocity of the one moving initially is completely transferred to the object originally at rest.

(*b*) We are given $v_B = 0$ and $m_A \gg m_B$. A very heavy moving object strikes a light object at rest, and we have, using the relations for v'_B and v'_A above,

$$\begin{aligned} v'_B &\approx 2v_A \\ v'_A &\approx v_A . \end{aligned}$$

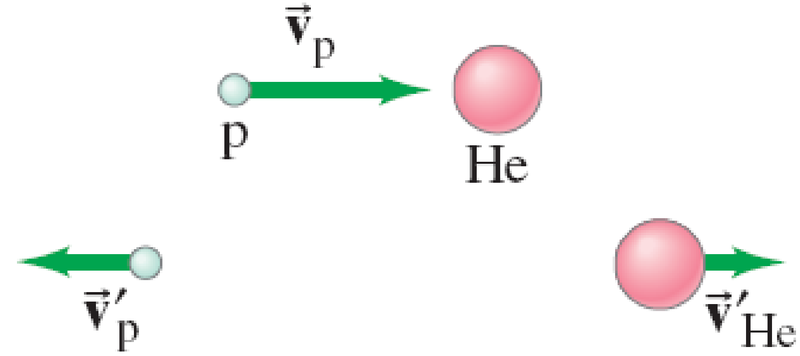
Thus the velocity of the heavy incoming object is practically unchanged, whereas the light object, originally at rest, takes off with twice the velocity of the heavy one. The velocity of a heavy bowling ball, for example, is hardly affected by striking a much lighter bowling pin.

(*c*) This time we have $v_B = 0$ and $m_A \ll m_B$. A moving light object strikes a very massive object at rest. In this case, using the equations in part (*a*)

$$\begin{aligned} v'_B &\approx 0 \\ v'_A &\approx -v_A . \end{aligned}$$

The massive object remains essentially at rest and the very light incoming object rebounds with essentially its same speed but in the opposite direction. For example, a tennis ball colliding head-on with a stationary bowling ball will hardly affect the bowling ball, but will rebound with nearly the same speed it had initially, just as if it had struck a hard wall.

Ένα πρωτόνιο (p) μάζας 1.01 u (unified atomic mass units) κινείται με ταχύτητα 3.60 x 10^4 m/s και συγκρούεται (κατακέφαλα) με ένα πυρήνα Ηλίου (He) (m_{He} = 4.00 u) αρχικά ακίνητο. Ποιες είναι οι τελικές ταχύτητες των σωματιδίων; Υποθέτουμε ότι οι κρούσεις γίνονται στο κενό.



APPROACH This is an elastic head-on collision. The only external force is Earth's gravity, but it is insignificant compared to the strong force during the collision. So again we use the conservation laws of momentum and of kinetic energy, and apply them to our system of two particles.

SOLUTION Let the proton (p) be particle A and the helium nucleus (He) be particle B. We have $v_B = v_{He} = 0$ and $v_A = v_p = 3.60 \times 10^4$ m/s. We want to find the velocities v'_p and v'_{He} after the collision. From conservation of momentum,

$$m_p v_p + 0 = m_p v'_p + m_{He} v'_{He}.$$

Because the collision is elastic, the kinetic energy of our system of two particles is conserved and we can use Eq. 9–8, which becomes

$$v_p - 0 = v'_{He} - v'_p.$$

Thus

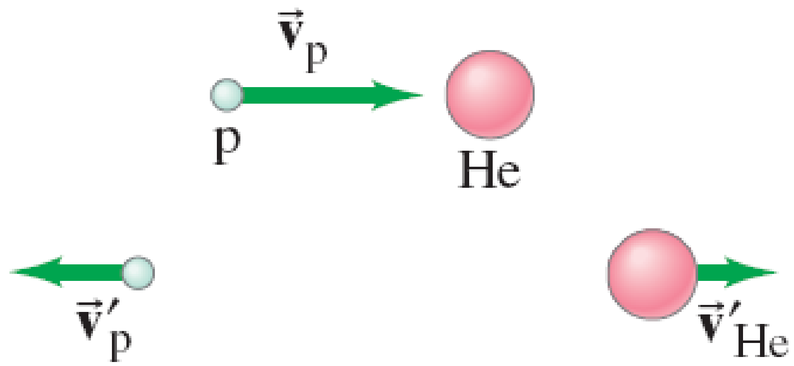
$$v'_p = v'_{He} - v_p,$$

and substituting this into our momentum equation displayed above, we get

$$m_p v_p = m_p v'_{He} - m_p v_p + m_{He} v'_{He}.$$

Solving for v'_{He}, we obtain

$$v'_{He} = \frac{2m_p v_p}{m_p + m_{He}} = \frac{2(1.01\ \text{u})(3.60 \times 10^4\ \text{m/s})}{5.01\ \text{u}} = 1.45 \times 10^4\ \text{m/s}.$$



The other unknown is v'_p, which we can now obtain from

$$v'_p = v'_{He} - v_p = (1.45 \times 10^4 \text{ m/s}) - (3.60 \times 10^4 \text{ m/s}) = -2.15 \times 10^4 \text{ m/s}.$$

The minus sign for v'_p tells us that the proton reverses direction upon collision, and we see that its speed is less than its initial speed (see Fig. 9–15).

NOTE This result makes sense: the lighter proton would be expected to "bounce back" from the more massive helium nucleus, but not with its full original velocity as from a rigid wall (which corresponds to extremely large, or infinite, mass).

9-6 Ανελαστικές Κρούσεις

Με ανελαστικές κρούσεις τμήμα της αρχικής ενέργειας των «αντιδρώντων» χάνεται σε άλλες μορφές ενέργειας όπως δυναμική ή «εσωτερική» ενέργεια. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν τα συγκρουόμενα σωματίδια δεν είναι ασυμπίεστες σφαίρες (π.χ. μόρια αντί για άτομα) αλλά έχουν εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας. Μια εντελώς ανελαστική κρούση έχουμε όταν τα δύο συγκρουόμενα σωματίδια μετά την σύγκρουση κολλήσουν και γίνουν ένα.

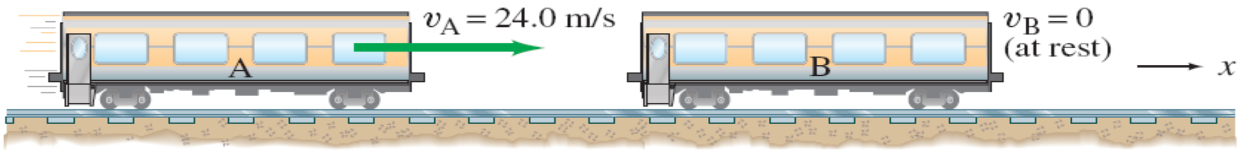
Εάν βαγόνι μάζας 10,000-kg, A, κινείται με ταχύτητα 24.0 m/s και συγκρούεται με δεύτερο πανομοιότυπο ακίνητο βαγόνι, B. Μετά την κρούση τα βαγόνια κλειδώνουν. Βρείτε πόση από την αρχική ενέργεια διατηρείται σαν κινητική μετά την κρούση

APPROACH The railroad cars stick together after the collision, so this is a completely inelastic collision. By subtracting the total kinetic energy after the collision from the total initial kinetic energy, we can find how much energy is transformed to other types of energy.

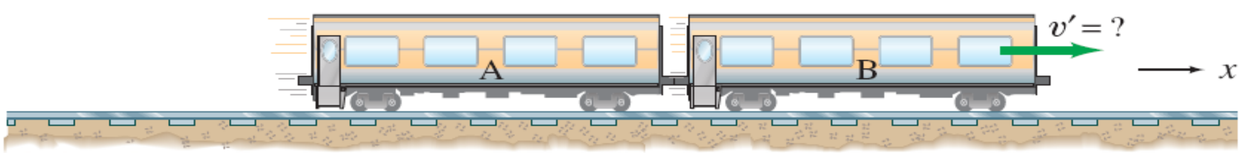
SOLUTION Before the collision, only car A is moving, so the total initial kinetic energy is $\frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}(10{,}000\,\text{kg})(24.0\,\text{m/s})^2 = 2.88 \times 10^6\,\text{J}$. After the collision, both cars are moving with a speed of 12.0 m/s, by conservation of momentum (Example 9–3). So the total kinetic energy afterward is $\frac{1}{2}(20{,}000\,\text{kg})(12.0\,\text{m/s})^2 = 1.44 \times 10^6\,\text{J}$. Hence the energy transformed to other forms is

$$(2.88 \times 10^6\,\text{J}) - (1.44 \times 10^6\,\text{J}) = 1.44 \times 10^6\,\text{J},$$

which is half the original kinetic energy.

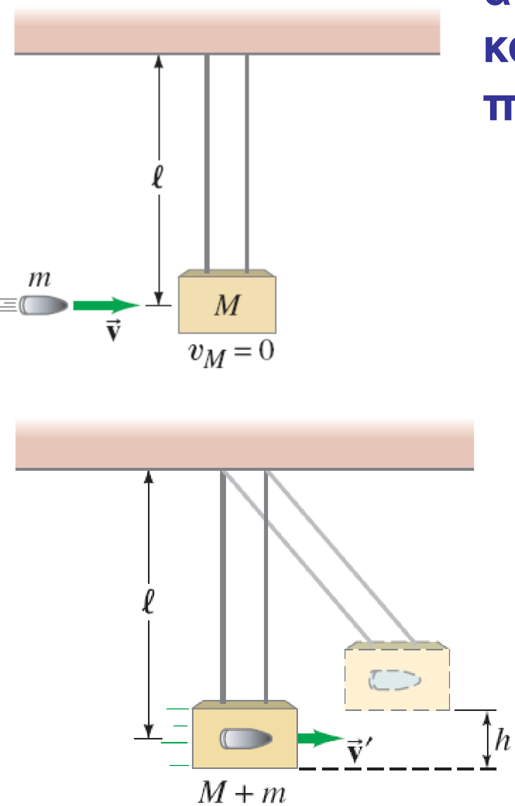


Before collision



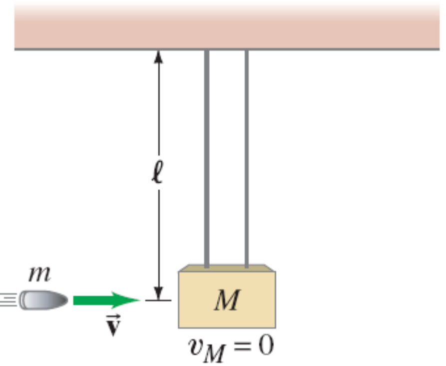
After collision

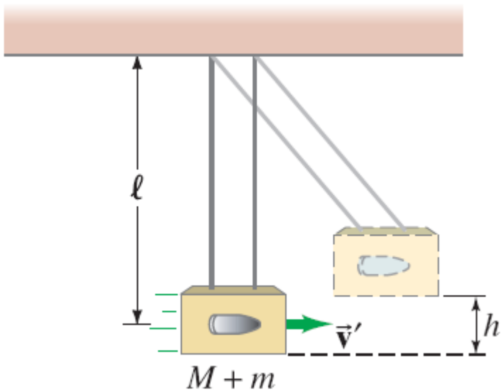
Το βαλλιστικό εκκρεμές είναι ένα όργανο με το οποίο μπορούμε να μετρήσουμε την ταχύτητα μιας σφαίρας. Η σφαίρα μάζας m, καρφώνεται σε ένα μπλοκ μάζας M, που αποτελεί ένα εκκρεμές. Σαν αποτέλεσμα το σύστημα Μπλοκ και σφαίρα, μετατοπίζονται σε ύψος, h, από το οποίο προσδιορίζουμε την ταχύτητα της σφαίρας



APPROACH We can analyze the process by dividing it into two parts or two time intervals: (1) the time interval from just before to just after the collision itself, and (2) the subsequent time interval in which the pendulum moves from the vertical hanging position to the maximum height h.

In part (1), Fig. 9–16a, we assume the collision time is very short, so that the projectile comes to rest in the block before the block has moved significantly from its rest position directly below its support. Thus there is effectively no net external force, and we can apply conservation of momentum to this completely inelastic collision. In part (2), Fig. 9–16b, the pendulum begins to move, subject to a net external force (gravity, tending to pull it back to the vertical position); so for part (2), we cannot use conservation of momentum. But we can use conservation of mechanical energy because gravity is a conservative force (Chapter 8). The kinetic energy immediately after the collision is changed entirely to gravitational potential energy when the pendulum reaches its maximum height, h.





SOLUTION In part (1) momentum is conserved:

$$\text{total } P \text{ before} = \text{total } P \text{ after}$$
$$mv = (m + M)v', \tag{i}$$

where v' is the speed of the block and embedded projectile just after the collision, before they have moved significantly.

In part (2), mechanical energy is conserved. We choose $y = 0$ when the pendulum hangs vertically, and then $y = h$ when the pendulum–projectile system reaches its maximum height. Thus we write

$$(K + U) \text{ just after collision} = (K + U) \text{ at pendulum's maximum height}$$

or

$$\tfrac{1}{2}(m + M)v'^2 + 0 = 0 + (m + M)gh. \tag{ii}$$

We solve for v':

$$v' = \sqrt{2gh}.$$

Inserting this result for v' into Eq. (i) above, and solving for v, gives

$$v = \frac{m + M}{m}v' = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh},$$

which is our final result.

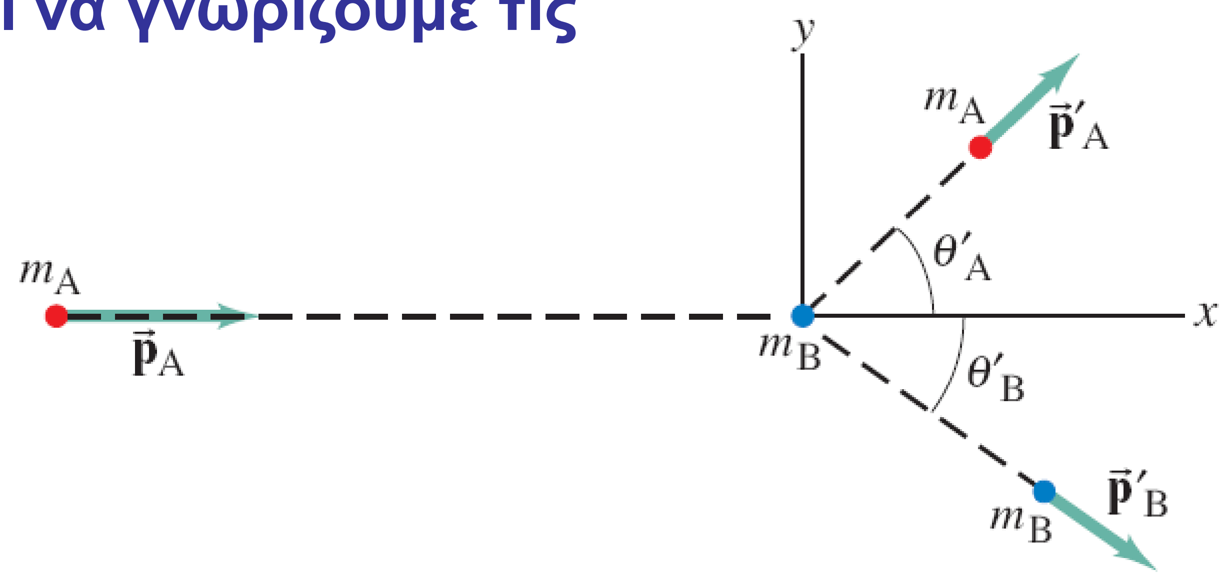
NOTE The separation of the process into two parts was crucial. Such an analysis is a powerful problem-solving tool. But how do you decide how to make such a division? Think about the conservation laws. They are your *tools*. Start a problem by asking yourself whether the conservation laws apply in the given situation. Here, we determined that momentum is conserved only during the brief collision, which we called part (1). But in part (1), because the collision is inelastic, the conservation of mechanical energy is not valid. Then in part (2), conservation of mechanical energy is valid, but not conservation of momentum.

Note, however, that if there had been significant motion of the pendulum during the deceleration of the projectile in the block, then there *would* have been an external force (gravity) during the collision, so conservation of momentum would not have been valid in part (1).

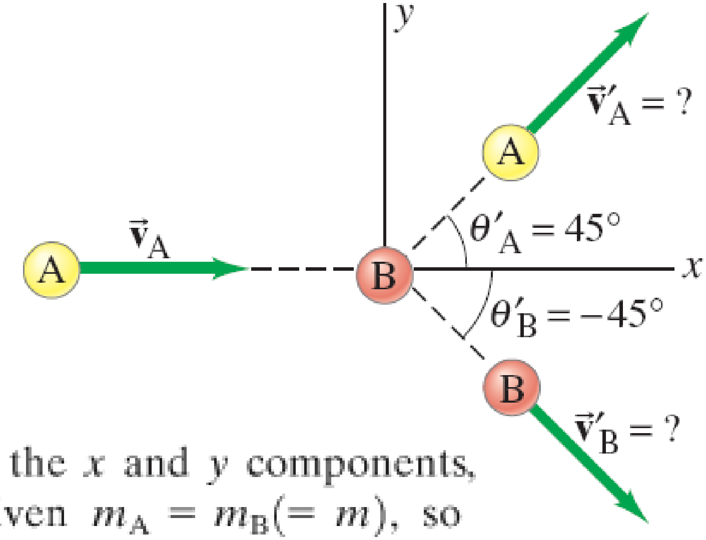
9-7 Κρούσεις σε 2 και 3 διαστάσεις

Η διατήρηση της ενέργειας και της ορμής μπορεί να αξιοποιηθεί για την επίλυση προβλημάτων κρούσεων σε 2 ή 3 διαστάσεις. Τις περισσότερες φορές όμως η πολυπλοκότητα του προβλήματος το καθιστά πολύ δύσκολο για να επιλυθεί επακριβώς.

Στην εικόνα π.χ. γνώση των μαζών και των μέτρων των ταχυτήτων δεν επαρκή. Πρέπει να γνωρίζουμε τις γωνίες…



Η μπάλα A που κινείται με σπουδή v_A = 3.0 m/s στην διεύθυνση +x χτυπά την πανομοιότυπη μπάλα B (ακίνητη αρχικώς). Μετά τη κρούση οι μπάλες ακολουθούν τις πορείες του σχήματος. Βρείτε την τελική σπουδή της κάθε μπάλας μετά την κρούση.



SOLUTION We apply conservation of momentum for the x and y components, Eqs. 9–9a and b, and we solve for v'_A and v'_B. We are given $m_A = m_B (= m)$, so

$$\text{(for } x\text{)} \qquad m v_A = m v'_A \cos(45°) + m v'_B \cos(-45°)$$

and

$$\text{(for } y\text{)} \qquad 0 = m v'_A \sin(45°) + m v'_B \sin(-45°).$$

The m's cancel out in both equations (the masses are equal). The second equation yields [recall that $\sin(-\theta) = -\sin\theta$]:

$$v'_B = -v'_A \frac{\sin(45°)}{\sin(-45°)} = -v'_A \left(\frac{\sin 45°}{-\sin 45°} \right) = v'_A .$$

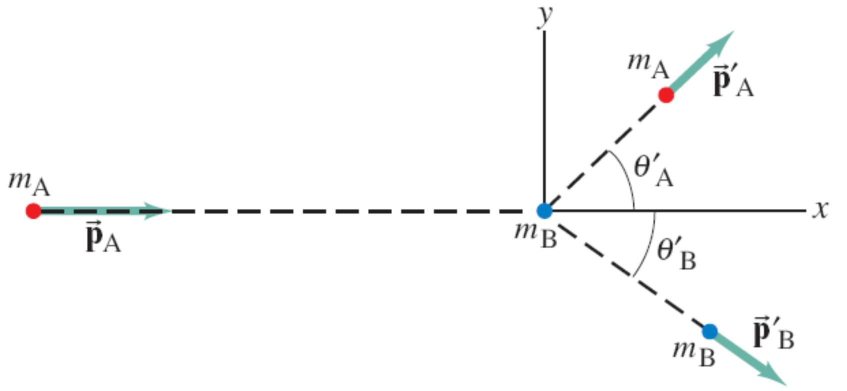
So they do have equal speeds as we guessed at first. The x component equation gives [recall that $\cos(-\theta) = \cos\theta$]:

$$v_A = v'_A \cos(45°) + v'_B \cos(45°) = 2 v'_A \cos(45°),$$

so

$$v'_A = v'_B = \frac{v_A}{2\cos(45°)} = \frac{3.0\ \text{m/s}}{2(0.707)} = 2.1\ \text{m/s}.$$

Πρωτόνιο που κινείται με τάχο 8.2 x 10⁵ m/s συγκρούεται ανελαστικά με δεύτερο πρωτόνιο από ένα στόχο Υδρογόνου. Το ένα πρωτόνιο παρατηρήθηκε να «σκεδάζει» από τον χώρο αλληλεπίδρασης (κρούσης) με γωνία 60°. Ποιες είναι η τελικές ταχύτητες των δύο πρωτονίων και ποια είναι η γωνία σκέδασης του δεύτερου.



SOLUTION Since $m_A = m_B$, Eqs. 9–9a, b, and c become

$$v_A = v'_A \cos\theta'_A + v'_B \cos\theta'_B \qquad \textbf{(i)}$$

$$0 = v'_A \sin\theta'_A + v'_B \sin\theta'_B \qquad \textbf{(ii)}$$

$$v_A^2 = v'^2_A + v'^2_B, \qquad \textbf{(iii)}$$

where $v_A = 8.2 \times 10^5\,\mathrm{m/s}$ and $\theta'_A = 60°$ are given. In the first and second equations, we move the v'_A terms to the left side and square both sides of the equations:

$$v_A^2 - 2v_A v'_A \cos\theta'_A + v'^2_A \cos^2\theta'_A = v'^2_B \cos^2\theta'_B$$

$$v'^2_A \sin^2\theta'_A = v'^2_B \sin^2\theta'_B.$$

We add these two equations and use $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ to get:

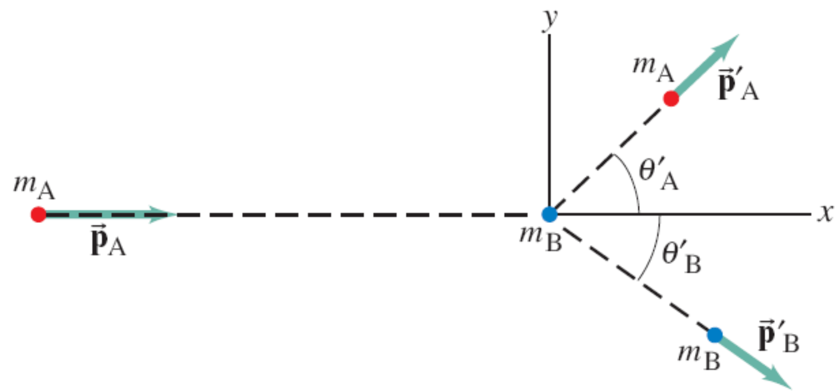
$$v_A^2 - 2v_A v'_A \cos\theta'_A + v'^2_A = v'^2_B.$$

Into this equation we substitute $v'^2_B = v_A^2 - v'^2_A$, from equation (iii) above, and get

$$2v'^2_A = 2v_A v'_A \cos\theta'_A$$

or

$$v'_A = v_A \cos\theta'_A = \left(8.2 \times 10^5\,\mathrm{m/s}\right)(\cos 60°) = 4.1 \times 10^5\,\mathrm{m/s}.$$



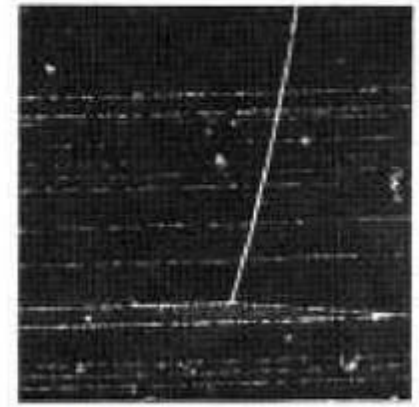


FIGURE 9–20 Photo of a proton–proton collision in a hydrogen bubble chamber (a device that makes visible the paths of elementary particles). The many lines represent incoming protons which can strike the protons of the hydrogen in the chamber.

To obtain v'_B, we use equation (iii) above (conservation of kinetic energy):

$$v'_B = \sqrt{v_A^2 - v_A'^2} = 7.1 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

Finally, from equation (ii), we have

$$\sin\theta'_B = -\frac{v'_A}{v'_B}\sin\theta'_A = -\left(\frac{4.1 \times 10^5 \text{ m/s}}{7.1 \times 10^5 \text{ m/s}}\right)(0.866) = -0.50,$$

so $\theta'_B = -30°$. (The minus sign means particle B moves at an angle below the x axis if particle A is above the axis, as in Fig. 9–19.) An example of such a collision is shown in the bubble chamber photo of Fig. 9–20. Notice that the two trajectories are at right angles to each other after the collision. This can be shown to be true in general for non-head-on elastic collisions of two particles of equal mass, one of which was at rest initially (see Problem 61).

Πως λύνουμε προβλήματα κρούσης:

1. Διαλέγουμε το σύστημα. Εάν είναι πολύπλοκο θεωρούμε υποσύνολα του συστήματος και εφαρμόζουμε σε αυτά της διατήρηση ενέργειας και ορμής.

2. Υπάρχει εξωτερική δύναμη; Εάν ο χρόνος αλληλεπίδρασης είναι μικρός τότε μπορούμε να την αγνοήσουμε.

3. Σχεδιάζουμε διαγράμματα αρχικών και τελικών ταχυτήτων.

4. Διαλέγουμε σύστημα συντεταγμένων.

5. Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής σε κάθε διάσταση.

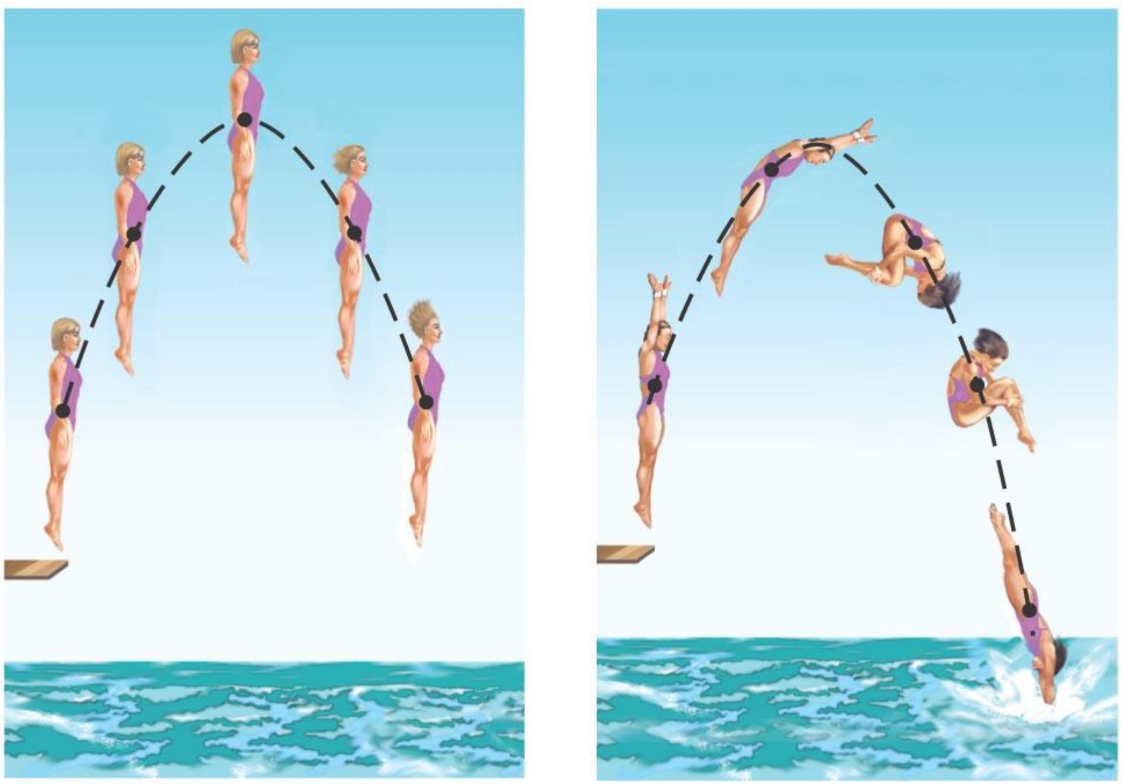
6. Για ελαστικές κρούσεις έχουμε ΚΑΙ διατήρηση της κινητικής ενέργειας.

7. Λύνουμε.

8. Μονάδες και τάξη μεγέθους.

9-8 Κέντρο Μάζας (Κ.Μ.)

Στη εικόνα (α), κίνηση του δύτη είναι αποκλειστικά μεταφορική. Στην εικόνα (β) έχουμε μεταφορική αλλά και περιστροφική κίνηση.

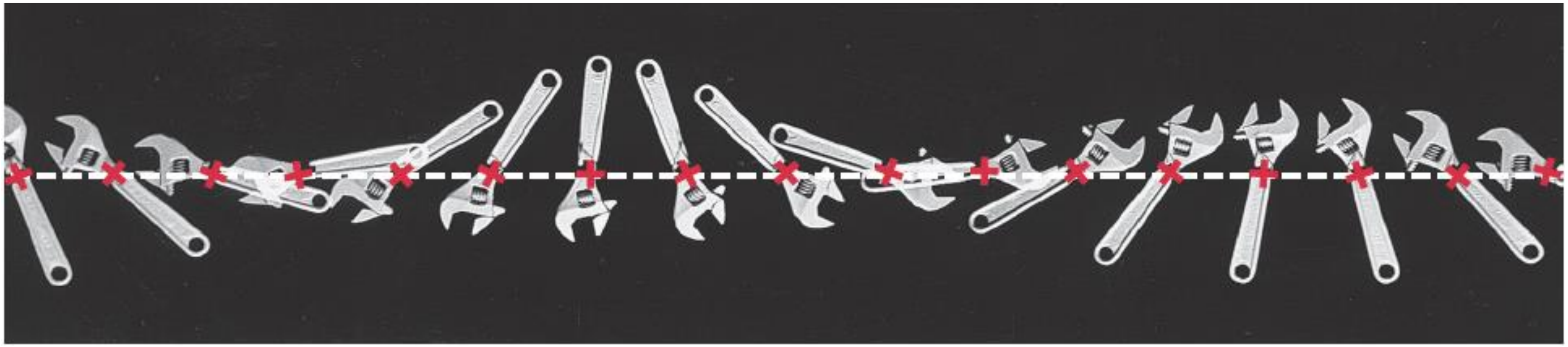


(a) (b)

Υπάρχει όμως ένα σημείο που και στις δύο περιπτώσεις ακολουθεί την ίδια τροχιά. Το σημείο αυτό ονομάζεται ΚΕΝΤΡΟ ΜΑΖΑΣ

9-8 Center of Mass (CM)

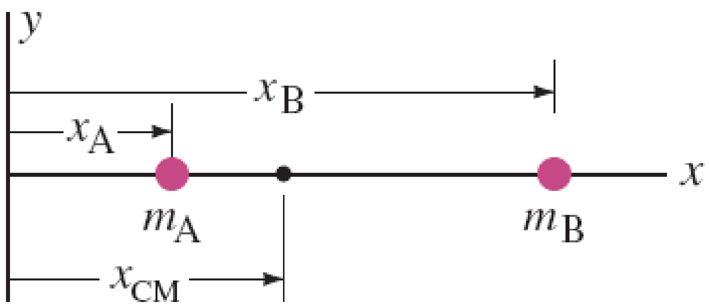
Η γενική κίνηση ενός αντικειμένου μπορεί να θεωρηθεί ως το άθροισμα της μεταφορικής κίνησης του ΚΜ συν περιστροφική ή δονητική ή άλλες κινήσεις πέριξ του ΚΜ



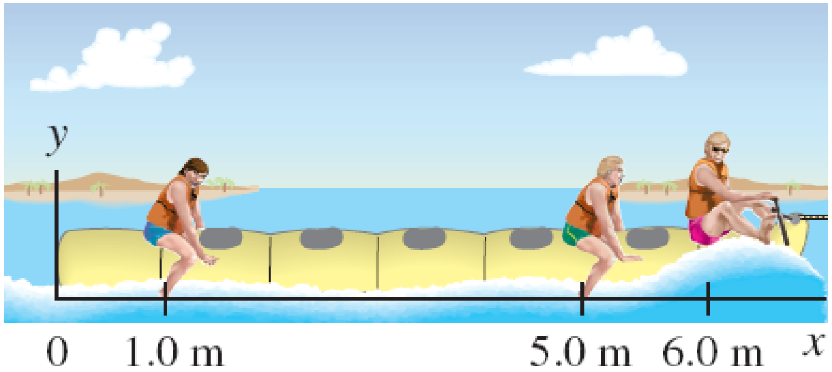
Για δύο σωματίδια το ΚΜ είναι πλησιέστερα στο αντικείμενο με την μεγαλύτερη μάζα:

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{m_{\mathrm{A}} x_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}} x_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} = \frac{m_{\mathrm{A}} x_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}} x_{\mathrm{B}}}{M},$$

όπου *M* είναι η συνολική μάζα.



Τρία άτομα με περίπου την ίδια μάζα m κάθονται πάνω σε φουσκωτό σκάφος αναψυχής στις θέσεις $x_A = 1.0$ m, $x_B = 5.0$ m, και $x_C = 6.0$ m, κατά μήκος του άξονα χ. Βρείτε την θέση του ΚΜ



APPROACH We are given the mass and location of the three people, so we use three terms in Eq. 9–10. We approximate each person as a point particle. Equivalently, the location of each person is the position of that person's own CM.

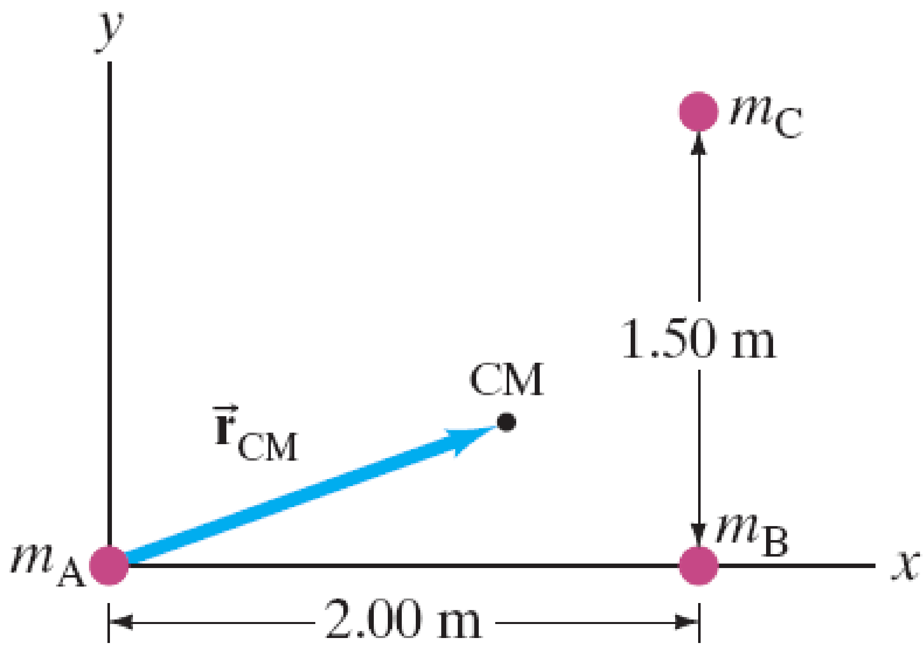
SOLUTION We use Eq. 9–10 with three terms:

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{mx_A + mx_B + mx_C}{m + m + m} = \frac{m(x_A + x_B + x_C)}{3m}$$

$$= \frac{(1.0\,\mathrm{m} + 5.0\,\mathrm{m} + 6.0\,\mathrm{m})}{3} = \frac{12.0\,\mathrm{m}}{3} = 4.0\,\mathrm{m}.$$

The CM is 4.0 m from the left-hand end of the boat. This makes sense—it should be closer to the two people in front than the one at the rear.

Βρείτε το ΚΜ του συστήματος



APPROACH We choose our coordinate system as shown (to simplify calculations) with m_A at the origin and m_B on the x axis. Then m_A has coordinates $x_A = y_A = 0$; m_B has coordinates $x_B = 2.0\,\text{m}$, $y_B = 0$; and m_C has coordinates $x_C = 2.0\,\text{m}$, $y_C = 1.5\,\text{m}$.

SOLUTION From Eqs. 9–11,

$$x_{CM} = \frac{(2.50\,\text{kg})(0) + (2.50\,\text{kg})(2.00\,\text{m}) + (2.50\,\text{kg})(2.00\,\text{m})}{3(2.50\,\text{kg})} = 1.33\,\text{m}$$

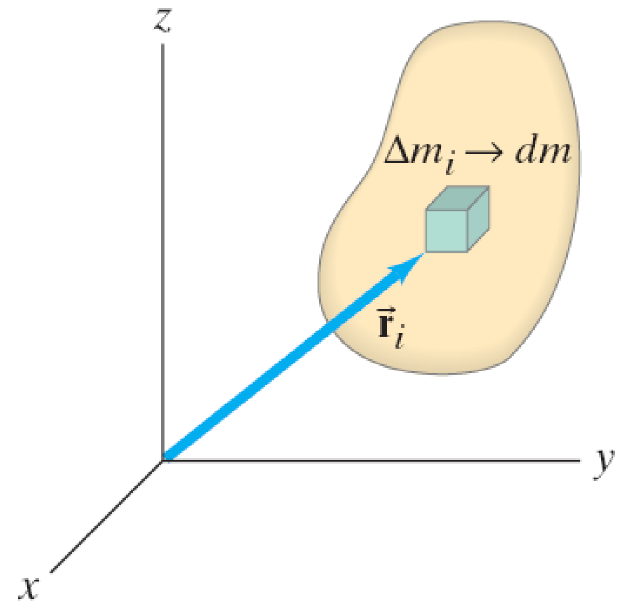
$$y_{CM} = \frac{(2.50\,\text{kg})(0) + (2.50\,\text{kg})(0) + (2.50\,\text{kg})(1.50\,\text{m})}{7.50\,\text{kg}} = 0.50\,\text{m}.$$

The CM and the position vector $\vec{\mathbf{r}}_{CM}$ are shown in Fig. 9–25, inside the "triangle" as we should expect.

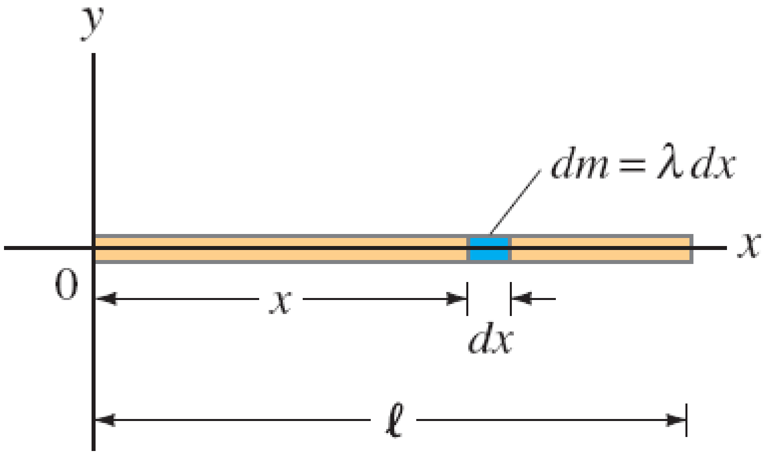
SECTION

Για ογκώδη συμπαγή αντικείμενα, μπορούμε να φανατιστούμε αποτελείται από μικρά αντικείμενα (άτομα!) και το άθροισμα του γινομένου (θέση x μάζα) κάθε αντικειμένου διά την συνολική μάζα θα μας έδινε το ΚΜ. Η στο όριο όπου τα αντικείμενα γίνουν απειροελάχιστα έχουμε :

$$\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\, dm.$$



(α) Δείξτε ότι το ΚΜ μιας ομοιόμορφης ράβδου μήκους *l* και μάζας *M* βρίσκεται στο κέντρο της ράβδου, και (β) Βρείτε το ΚΜ εάν υποθέστε ότι η πυκνότητα της ράβδου μεταβάλλεται «γραμμικά» από $\lambda = \lambda_0$ στην αριστερή άκρη της σε $\lambda = 2\lambda_0$, στην δεξιά άκρη της.

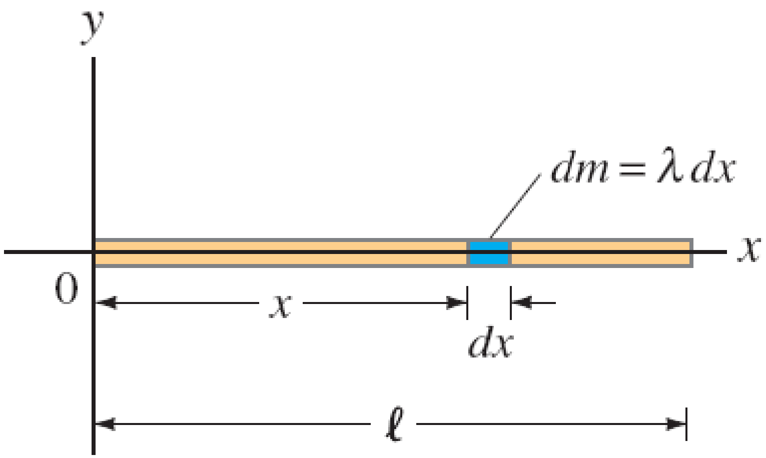


APPROACH We choose a coordinate system so that the rod lies on the x axis with the left end at $x = 0$, Fig. 9–27. Then $y_{CM} = 0$ and $z_{CM} = 0$.

SOLUTION (*a*) The rod is uniform, so its mass per unit length (linear mass density λ) is constant and we write it as $\lambda = M/\ell$. We now imagine the rod as divided into infinitesimal elements of length dx, each of which has mass $dm = \lambda\, dx$. We use Eq. 9–13:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int_{x=0}^{\ell} x\, dm = \frac{1}{M}\int_{0}^{\ell} \lambda x\, dx = \frac{\lambda}{M}\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^{\ell} = \frac{\lambda \ell^2}{2M} = \frac{\ell}{2}$$

where we used $\lambda = M/\ell$. This result, x_{CM} at the center, is what we expected.



(b) Now we have $\lambda = \lambda_0$ at $x = 0$ and we are told that λ increases linearly to $\lambda = 2\lambda_0$ at $x = \ell$. So we write

$$\lambda = \lambda_0(1 + \alpha x)$$

which satisfies $\lambda = \lambda_0$ at $x = 0$, increases linearly, and gives $\lambda = 2\lambda_0$ at $x = \ell$ if $(1 + \alpha\ell) = 2$. In other words, $\alpha = 1/\ell$. Again we use Eq. 9–13, with $\lambda = \lambda_0(1 + x/\ell)$:

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int_{x=0}^{\ell} \lambda x\, dx = \frac{1}{M}\lambda_0 \int_0^{\ell}\left(1 + \frac{x}{\ell}\right)x\, dx = \frac{\lambda_0}{M}\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3\ell}\right)\Bigg|_0^{\ell} = \frac{5}{6}\frac{\lambda_0}{M}\ell^2.$$

Now let us write M in terms of λ_0 and ℓ. We can write

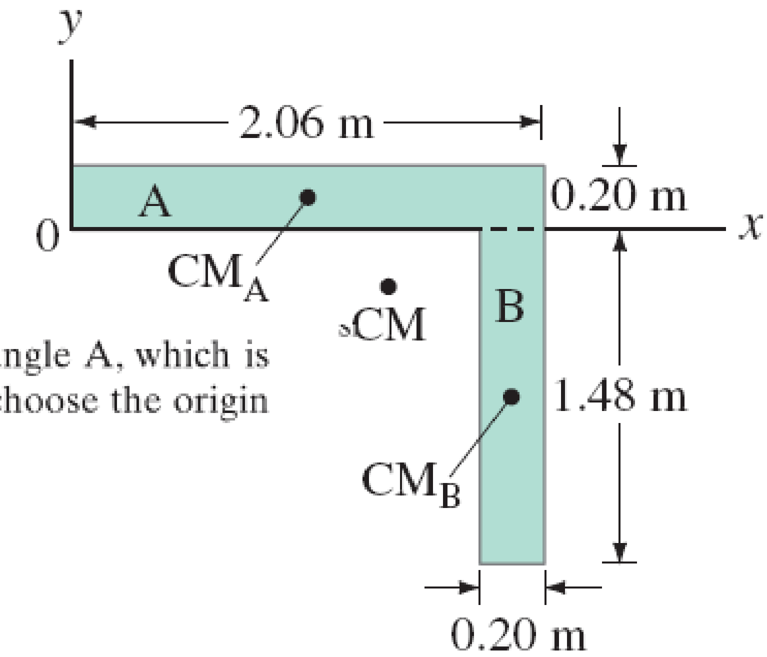
$$M = \int_{x=0}^{\ell} dm = \int_0^{\ell}\lambda\, dx = \lambda_0\int_0^{\ell}\left(1 + \frac{x}{\ell}\right)dx = \lambda_0\left(x + \frac{x^2}{2\ell}\right)\Bigg|_0^{\ell} = \frac{3}{2}\lambda_0\ell.$$

Then

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{5}{6}\frac{\lambda_0}{M}\ell^2 = \frac{5}{9}\ell,$$

which is more than halfway along the rod, as we would expect since there is more mass to the right.

Βρείτε το ΚΜ του σχήματος.



APPROACH We can consider the object as two rectangles: rectangle A, which is 2.06 m × 0.20 m, and rectangle B, which is 1.48 m × 0.20 m. We choose the origin at 0 as shown. We assume a uniform thickness t.

SOLUTION The CM of rectangle A is at

$$x_A = 1.03\text{ m},\ y_A = 0.10\text{ m}.$$

The CM of B is at

$$x_B = 1.96\text{ m},\ y_B = -0.74\text{ m}.$$

The mass of A, whose thickness is t, is

$$M_A = (2.06\text{ m})(0.20\text{ m})(t)(\rho) = (0.412\text{ m}^2)(\rho t),$$

where ρ is the density (mass per unit volume). The mass of B is

$$M_B = (1.48\text{ m})(0.20\text{ m})(\rho t) = (0.296\text{ m}^2)(\rho t),$$

and the total mass is $M = (0.708\text{ m}^2)(\rho t)$. Thus

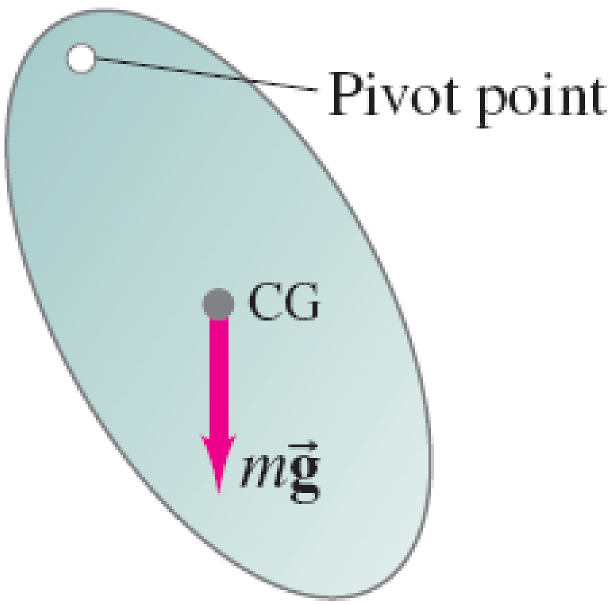
$$x_{CM} = \frac{M_A x_A + M_B x_B}{M} = \frac{(0.412\text{ m}^2)(1.03\text{ m}) + (0.296\text{ m}^2)(1.96\text{ m})}{(0.708\text{ m}^2)} = 1.42\text{ m},$$

where ρt was canceled out in numerator and denominator. Similarly,

$$y_{CM} = \frac{(0.412\text{ m}^2)(0.10\text{ m}) + (0.296\text{ m}^2)(-0.74\text{ m})}{(0.708\text{ m}^2)} = -0.25\text{ m},$$

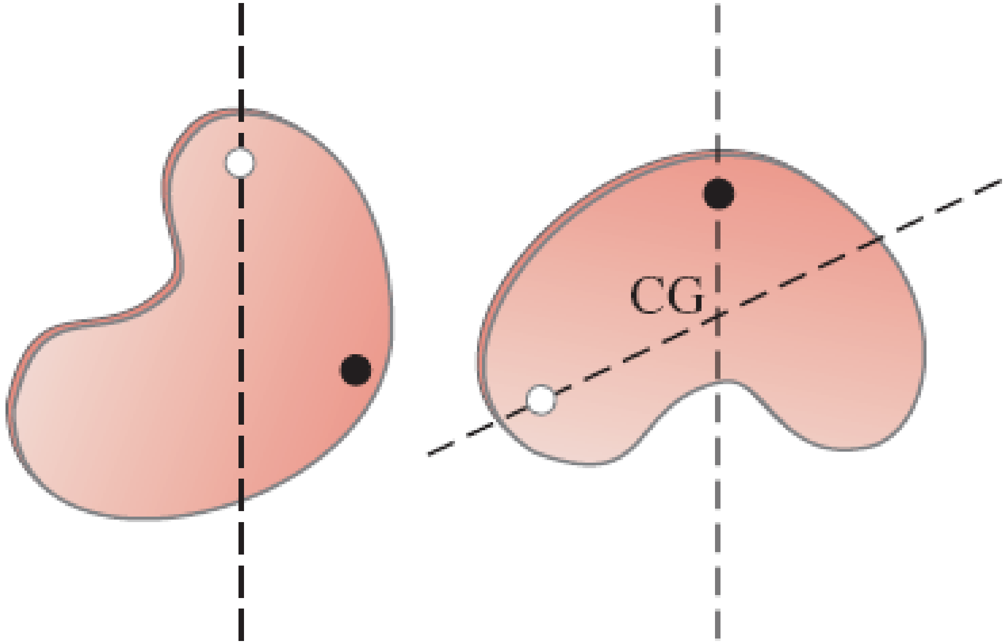
which puts the CM approximately at the point so labeled in Fig. 9–29. In thickness, $z_{CM} = t/2$, since the object is assumed to be uniform.

Το κέντρο βάρους είναι το σημείο εκείνο στο οποίο μπορούμε να υποθέσουμε ότι δρα η όπου η βαρυτική δύναμη. Ταυτίζεται με το ΚΜ εφόσον η βαρυτική δύναμη δεν μεταβάλλεται στις διαστάσεις του αντικειμένου



9-8 Κέντρο Μάζας

Το κέντρο βάρους μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά μέσω αιώρησης του αντικειμένου από διάφορα σημεία. Το ΚΜ δεν βρίσκεται κατ ανάγκη μέσα στο αντικείμενο, π.χ. ένας λουκουμάς τύπου doughnut's έχει το ΚΜ στο κέντρο της κεντρικής του τρύπας.



9-9 ΚΜ και μεταφορική Κίνηση

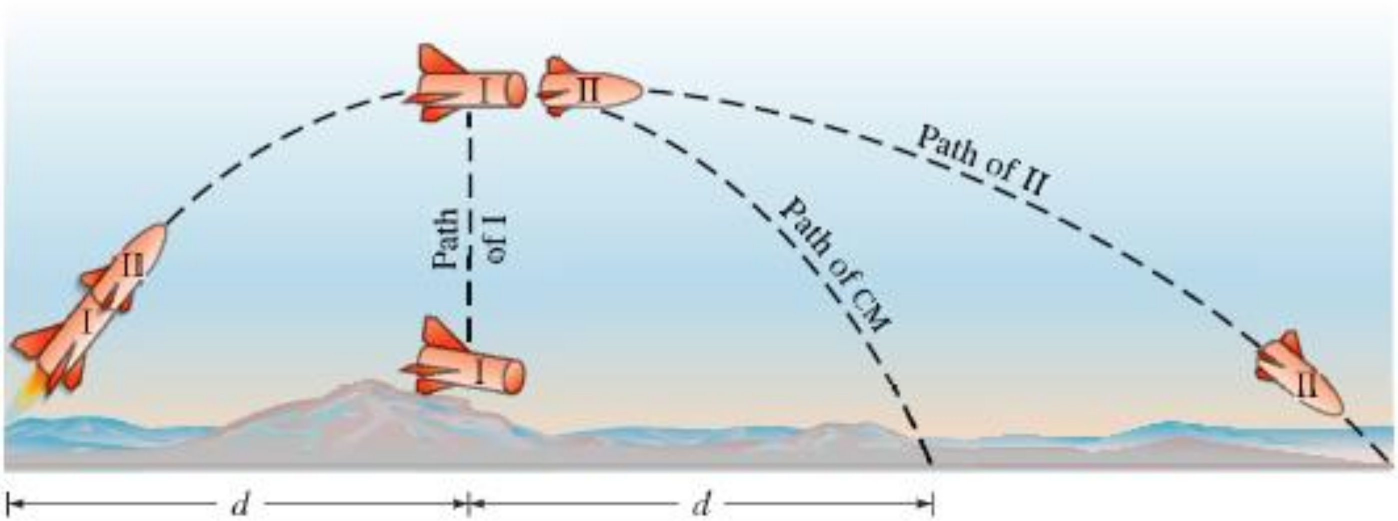
Η συνολική ορμή ενός συστήματος σωματιδίων (π.χ. ενός μορίου) ισούται με το γινόμενο της συνολικής μάζας με την ταχύτητα του ΚΜ.

Το άθροισμα όλων των δυνάμεων που δρουν πάνω στο σύστημα ισούται με το γινόμενο to συνολικής μάζας με την επιτάχυνση του ΚΜ.:

$$M\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{ext}}.$$

Βλέπουμε δηλ ότι το ΚΜ ενός συστήματος σωματιδίων συμπεριφέρεται σαν αντικείμενο με μάζα M πάνω στο οποίο δρα η συνολική δύναμη

Ένας πύραυλος εκτοξεύεται στο αέρα. Στο μέγιστο ύψος και σε οριζόντια απόσταση d από το σημείο εκτόξευσης μια έκρηξη μοιράζει τον πύραυλο στα δύο, έτσι ώστε το κομμάτι I, πέφτει κατακόρυφα στην γη. Που θα πέσει το κομμάτι II; Υποθέστε ότι g = σταθερή.



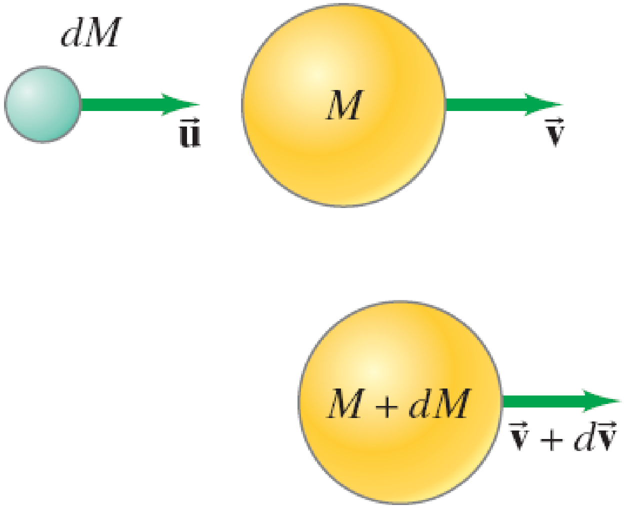
RESPONSE After the rocket is fired, the path of the CM of the system continues to follow the parabolic trajectory of a projectile acted on only by a constant gravitational force. The CM will thus arrive at a point $2d$ from the starting point. Since the masses of I and II are equal, the CM must be midway between them. Therefore, part II lands a distance $3d$ from the starting point.

NOTE If part I had been given a kick up or down, instead of merely falling, the solution would have been somewhat more complicated.

9-10 Συστήματα με μεταβλητή μάζα

Εφαρμόζοντας το νόμο του Νεύτωνα στο σύστημα βρίσκουμε ότι:

$$d\vec{\mathbf{P}}/dt = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}}.$$



Επομένως,

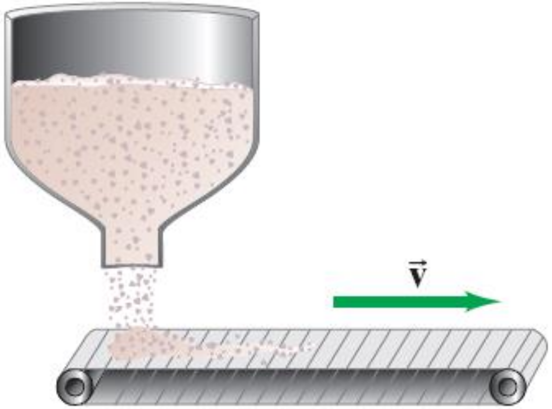
$$\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}} = M\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} - (\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}})\frac{dM}{dt},$$

ή

$$M\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}} + \vec{\mathbf{v}}_{\text{rel}}\frac{dM}{dt}.$$

Όπου v_{rel} είναι η σχετική ταχύτητα

Ας υποθέσουμε ότι σχεδιάζεται ένα ιμάντα μεταφορά ή διάδρομο γυμναστικής. Το σιλό εναποθέτει υλικό πάνω στον ιμάντα 75.0 kg/s ο οποίος κινείται με ταχύτητας v = 2.20 m/s. (α) βρείτε πόση επιπλέον δύναμη απαιτείται για να συνεχίσει να κινείται ο ιμάντας και μετά την εναπόθεση του υλικού». (β) Ποια είναι η ισχύς που απαιτείται από το μοτέρ που κινεί τον ιμάντα;



APPROACH We assume that the hopper is at rest so $u = 0$, and that the hopper has just begun dropping gravel so $dM/dt = 75.0\,\mathrm{kg/s}$.

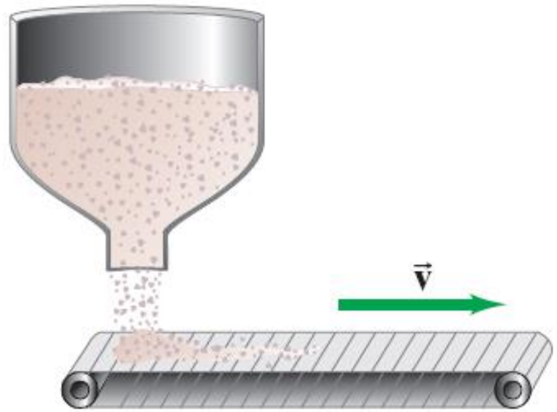
SOLUTION (*a*) The belt needs to move at a constant speed $(dv/dt = 0)$, so Eq. 9–19 as written for one dimension, gives:

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{ext}} &= M\frac{dv}{dt} - (u - v)\frac{dM}{dt} \\ &= 0 - (0 - v)\frac{dM}{dt} \\ &= v\frac{dM}{dt} = (2.20\,\mathrm{m/s})(75.0\,\mathrm{kg/s}) = 165\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

(*b*) This force does work at the rate (Eq. 8–21)

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{ext}} \cdot \vec{\mathbf{v}} = v^2\frac{dM}{dt} \\ &= 363\,\mathrm{W}, \end{aligned}$$

which is the power output required of the motor.



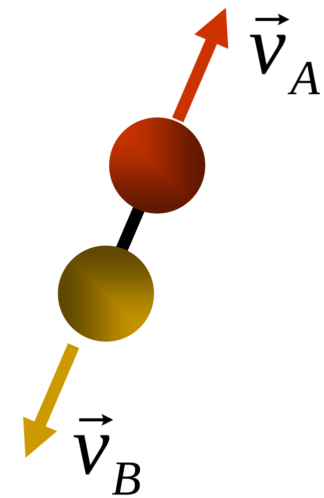
NOTE This work does not all go into kinetic energy of the gravel, since

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right) = \frac{1}{2}\frac{dM}{dt}v^2,$$

which is only half the work done by $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}}$. The other half of the external work done goes into thermal energy produced by friction between the gravel and the belt (the same friction force that accelerates the gravel).

Διάσπαση Μορίων-Χημική Δυναμική

Διατομικά Μόρια



Όταν σπάει ένα διατομικό μόριο, η διαθέσιμη ενέργεια E_α μοιράζεται μεταξύ των ατομικών θραυσμάτων με βάση την αρχή διατήρηση της ενέργειας και της ορμής:

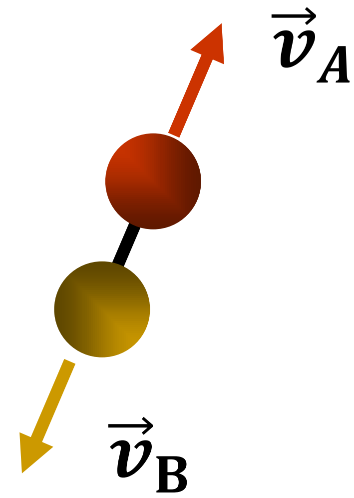
$$\boldsymbol{AB \rightarrow A + B}$$

$$\boldsymbol{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = 0}$$

$$\boldsymbol{E_a = \frac{1}{2}m_A|\vec{v}_A|^2 + \frac{1}{2}m_B|\vec{v}_B|^2}$$

$$E_a = \frac{1}{2} m_A |\vec{v}_A|^2 + \frac{1}{2} m_B \left| -\frac{m_A \vec{v}_A}{m_B} \right|^2$$

$$= \frac{1}{2} m_A |\vec{v}_A|^2 \left(1 + \frac{m_A}{m_B} \right) = KE_A \frac{m_A + m_B}{m_B}$$



$$KE_A = \frac{m_B}{M} E_a \; \kappa\alpha\iota \; KE_{\mathrm{B}} = \frac{m_{\mathrm{A}}}{M} E_a$$

Όπου $M = m_A + m_B$

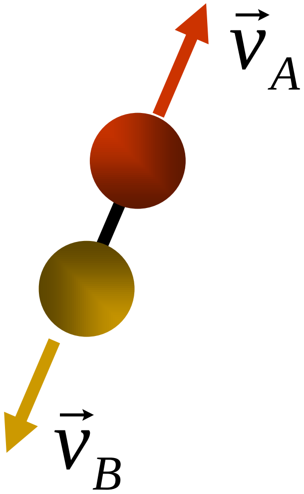
KE_A: κινητική ενέργεια του Α

Δύο ακραίες περιπτώσεις

$$m_A = m_B$$

$$KE_A = \frac{m_B}{M} E_a$$

$$KE_A = KE_B = \frac{E_a}{2}$$



$$m_A >> m_B$$

$$KE_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} E_a \approx \frac{m_A}{m_A} E_a \approx E_a$$

$$KE_A \approx 0$$

Η ενέργεια του δεσμού του I_2 είναι D_0=1,54eV (1eV=1,6x10^{-19}J) Πόση είναι η κινητική ενέργεια και η σπουδή των ατόμων του ιωδίου εάν το μόριο του ιωδίου διεγερθεί με ακτινοβολία ενέργειας E=4,00 eV. (m_I=127 amu)

$$m_A = m_B \Rightarrow KE_I = \frac{E_a}{2} = \frac{E - D_0}{2}$$

$$KE_I = \frac{4{,}00 - 1{,}54}{2} eV = 1{,}23 eV$$

$$KE_I = 1{,}23 eV = 1{,}97 \times 10^{-19} J$$

$$m_I = 127 = 127 \times 1{,}66 \times 10^{-27} kg = 2{,}11 \times 10^{-25} kg$$

$$v_I = \sqrt{\frac{2KE_I}{m_I}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}97 \times 10^{-19} J}{2{,}11 \times 10^{-25} kg}}$$

$$= 1{,}37 \times 10^3 m/s$$

Η ενέργεια του δεσμού του HI είναι D_0=3,05eV (1eV=1,6x10^{-19}J) Πόση είναι η κινητική ενέργεια και η σπουδή των ατόμων του υδρογόνου και του ιωδίου εάν το μόριο του ιωδίου διεγερθεί με ακτινοβολία ενέργειας E=6,00 eV. (m_I=127 amu, m_H=1 amu)

$$KE_H = \frac{m_I}{m_H + m_I}\left(E - D_o\right) = \frac{127}{128}\left(6{,}00 - 3{,}05\right)\times 1{,}6\times 10^{-19}\,J$$

$$= 4{,}68\times 10^{-19}\,J$$

$$KE_I = \frac{m_H}{m_H + m_I}\left(E - D_o\right) = \frac{1}{128}\left(6{,}00 - 3{,}05\right)\times 1{,}6\times 10^{-19}\,J$$

$$= 3{,}69\times 10^{-21}\,J \approx 0{,}04\times 10^{-19}\,J$$

$$v_I = \sqrt{\frac{2KE_I}{m_I}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,69 \times 10^{-21} J}{2,11 \times 10^{-25} kg}}$$

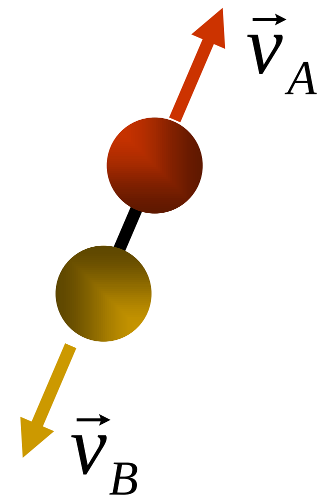
$$= 1,8 \times 10^2 m/s$$

$$v_H = \sqrt{\frac{2KE_I}{m_I}} = \sqrt{\frac{2 \times 4,68 \times 10^{-19} J}{1,66 \times 10^{-27} kg}}$$

$$= 2,37 \times 10^4 m/s$$

Διάσπαση Μορίων-Χημική Δυναμική

Εσωτερική ενέργεια θραυσμάτων-Πολυατομικά



Στην ορισμένες περιπτώσεις ακόμα και για άτομα, τα «θραύσματα» μπορεί να έχουν πέραν της κινητικής ενέργειας και εσωτερική ενέργεια, ηλεκτρονική, δονητική και περιστροφική. Στην περίπτωση που έχουμε δύο θραύσματα (δύο προϊόντα) οι σχέσεις που δείξαμε ισχύουν με την μόνη διαφορά ότι στον υπολογισμό της διαθέσιμης ενέργειας (Εα) αφαιρούμε την εσωτερική ενεργεία (ΕΕ).

$$E_a = KE_A + KE_B - EE_A - EE_B$$

Η ενέργεια του δεσμού του CH_3Br είναι D_0=2,97eV (1eV=1,6x10^{-19}J). Διεγείρεται με ακτινοβολία ενέργειας Ε=5,45 eV και σπάει σε μεθύλιο και βρώμιο. Εάν η εσωτερική ενέργεια τις ρίζας του μεθυλίου που παράγεται έχει 0,75eV εσωτερική ενέργεια, βρείτε τις ταχύτητες των θραυσμάτων. (m_{Br}=80 amu, m_H=1 amu, m_C=12 amu)

$$CH_3Br \rightarrow CH_3 + Br$$

$$KE_{Br} = \frac{m_{CH3}}{m_{CH3}+m_{Br}}\left(E - D_o - 0{,}75eV\right)$$
$$= \frac{15}{15+80}\left(5{,}45 - 2{,}97 - 0{,}75\right)\times 1{,}6\times 10^{-19}\,J$$
$$= 0{,}44\times 10^{-19}\,J$$

$$v_{Br} = \sqrt{\frac{2KE_{Br}}{m_{Br}}} = \sqrt{\frac{2\times 0{,}44\times 10^{-19}\,J}{80\times 1{,}66\times 10^{-27}\,kg}}$$
$$= 8{,}14\times 10^{2}\,m/s$$

$$KE_{CH3} = \frac{m_{Br}}{m_{CH3}+m_{Br}}\left(E - D_o - 0{,}75eV\right)$$
$$= \frac{80}{95}\left(5{,}45 - 2{,}97 - 0{,}75\right)\times 1{,}6\times 10^{-19}\,J$$
$$= 2{,}33\times 10^{-19}\,J$$

$$v_{CH3} = \sqrt{\frac{2KE_{CH3}}{m_{CH3}}} = \sqrt{\frac{2\times 2{,}33\times 10^{-19}\,J}{15\times 1{,}66\times 10^{-27}\,kg}}$$
$$= 4{,}33\times 10^{3}\,m/s$$

Μια χρήσιμη σχέση για γρήγορο υπολογισμό ταχύτητας των θραυσμάτων

Εάν χρησιμοποιείστε μονάδες

Μήκος : cm
Ενέργεια: eV
Μάζα: amu
Χρόνος: μs

$$T = 1{,}02L\sqrt{\frac{m}{2E}}$$

$$v = \frac{1}{1{,}02}\sqrt{\frac{2E}{m}}, \quad cm/\mu s$$

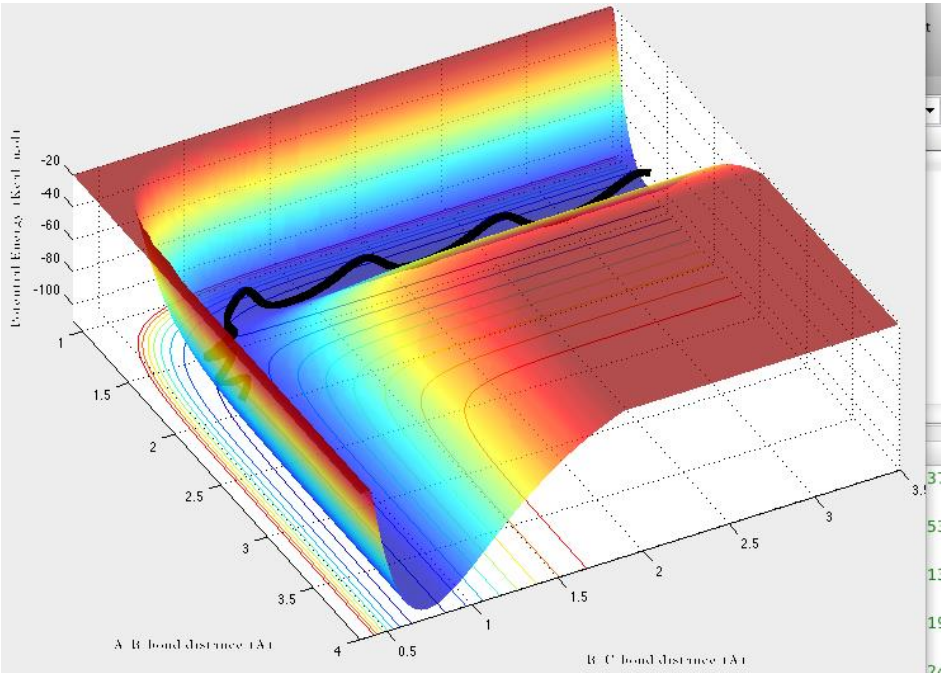
m=28 amu

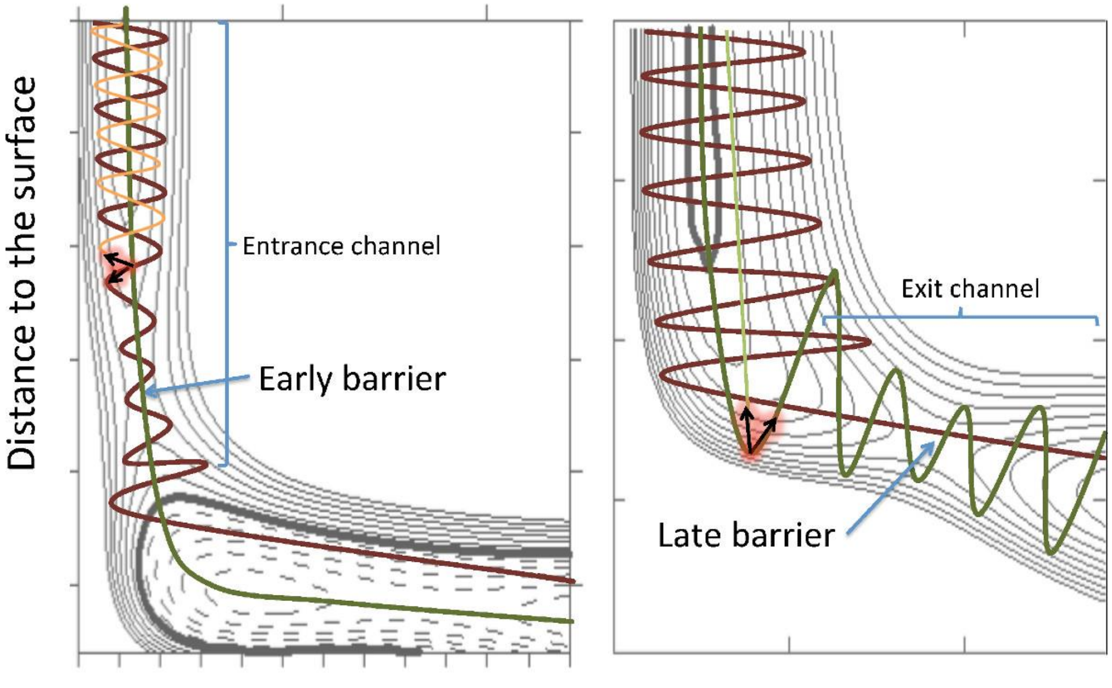
E=1 eV,

$$v = \frac{1}{1{,}02}\sqrt{\frac{2\ \cdot\ 1}{28}} = 0.262\ \ \frac{cm}{\mu s} = 2620\,\frac{m}{s}$$

E=0.1 eV,

$$v = \frac{1}{1{,}02}\sqrt{\frac{2\ \cdot 0.1}{28}} = 0.0829\ \ \frac{cm}{\mu s} = 829\ \frac{m}{s}$$





Entrance channel
Early barrier
Exit channel
Late barrier
Distance to the surface
Molecular bond length