Κεφάλαιο 8

Διατήρηση της Ενέργειας

CHAPTER-OPENING QUESTION—Guess now!
A skier starts at the top of a hill. On which run does her gravitational potential energy change the most: (a), (b), (c), or (d); or are they (e) all the same? On which run would her speed at the bottom be the fastest if the runs are icy and we assume no friction? Recognizing that there is always some friction, answer the above two questions again. List your four answers now.

Περιεχόμενα Κεφαλαίου 8

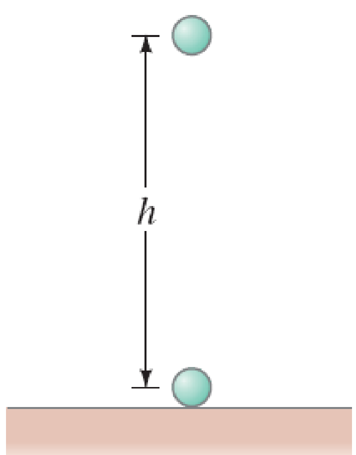
- Συντηρητικές και μη-συντηρητικές Δυνάμεις
- Δυναμική Ενέργεια
- Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας
- Επίλυση Προβλημάτων βάση διατήρησης της Ενέργειας
- Ο Νόμος της Διατήρησης της Ενέργειας
- Δυναμική Ενέργειας της Βαρύτητας Ταχύτητα Διαφυγής
- Ισχύς
- Διαγράμματα Δυναμικής Ενέρειας.
- Ισορροπία

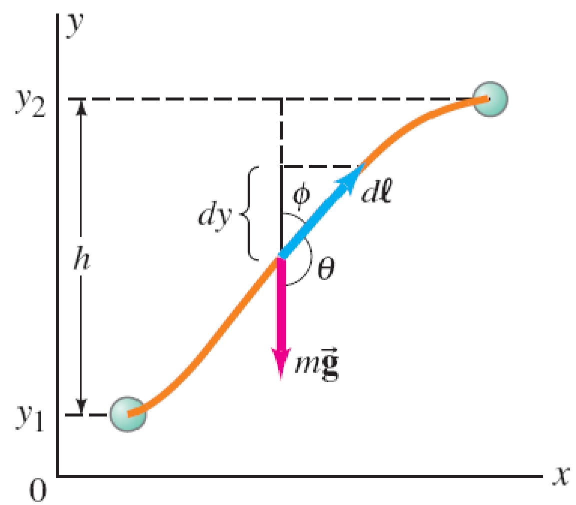
8-1 Συντηρητικές και μη-συντηρητικές δυνάμεις

Μια δύναμη είναι συντηρητική όταν:

Το έργο της δύναμης εξαρτάται μόνο από το τελικό και αρχικό σημείο του αντικειμένου πάνω στο οποίο δρα, είναι δηλ. ανεξάρτητο της τροχιάς που ακολουθεί.

Π.χ. : Βαρύτητα.

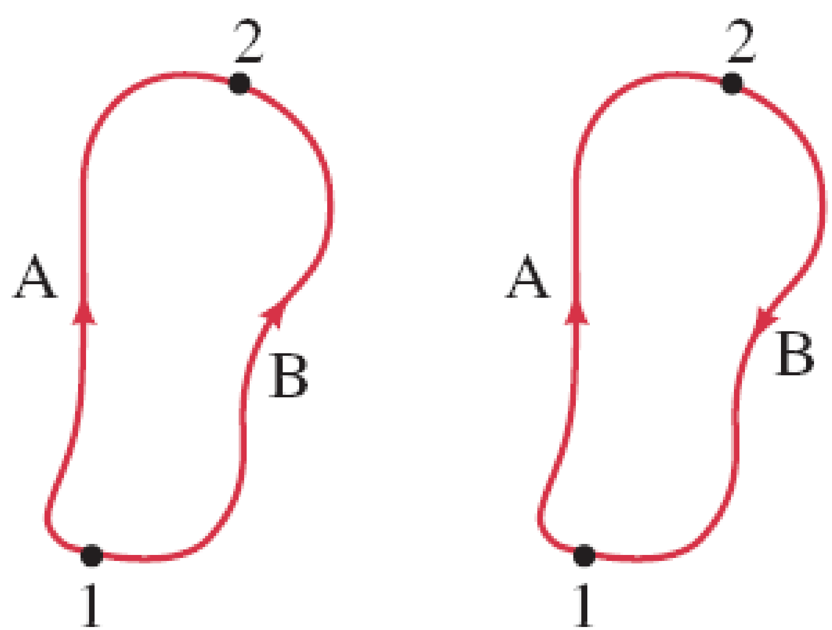




8-1 Συντηρητικές και μη-συντηρητικές δυνάμεις

Εναλλακτικός ορισμός συντηρητικής δύναμης:

Το συνολικό έργο που παράγει ή καταναλώνει μια συντηρητική δύναμη σε ένα αντικείμενο όταν αυτό διαγράψει μια κλειστή τροχιά είναι μηδέν.



Παρουσία τριβής, το έργο δεν εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση αλλά και από την τροχιά. Η τριβή είναι μια μη-συντηρητική δύναμη.

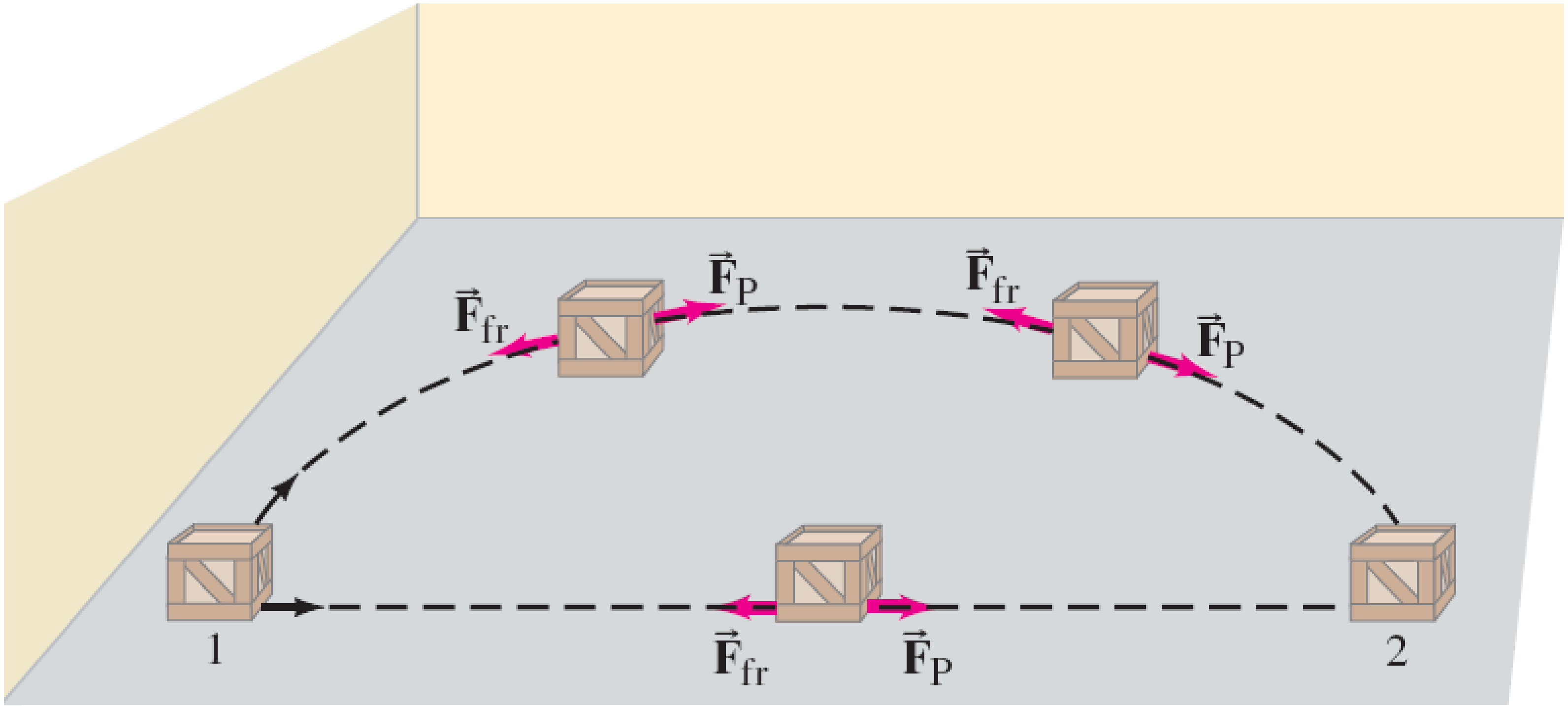


TABLE 8–1 Conservative and Nonconservative Forces	
Conservative Forces	**Nonconservative Forces**
Gravitational	Friction
Elastic	Air resistance
Electric	Tension in cord
	Motor or rocket propulsion
	Push or pull by a person

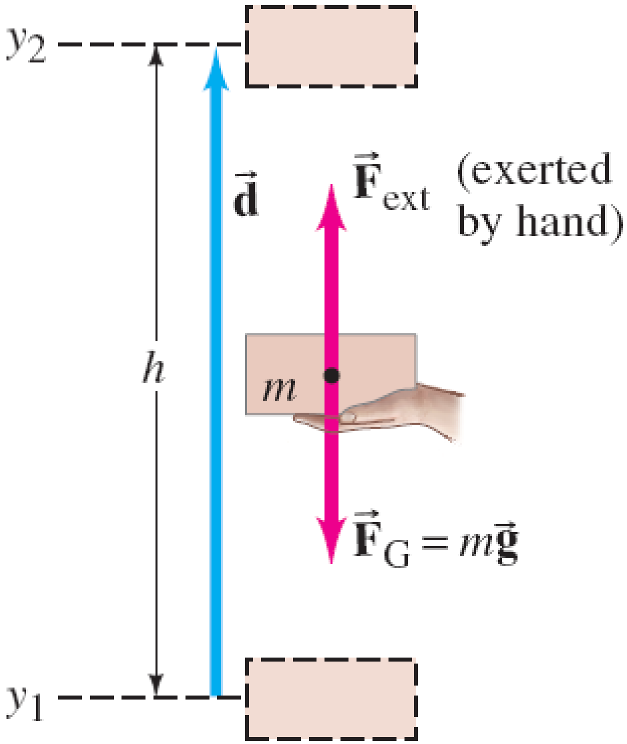
Η δυναμική ενέργεια ορίζεται ΜΟΝΟ για συντηρητικές δυνάμεις.

8-2 Δυναμική Ενέργεια

Ένα αντικείμενο έχει **δυναμική ενέργεια** εξ αιτίας του περιβάλλοντός του.

Παραδείγματα δυναμικής ενέργειας είναι:

- Συμπιεσμένο **ελατήριο**
- Τεντωμένο **λάστιχο**
- Ένα αντικείμενο **σε κάποιο ύψος** πάνω από το έδαφος



Το έργο που εκτελεί μια δύναμη κατά την ανύψωση μιας μάζας *m* σε ύψος *h*,

$$W_{\text{ext}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}} \cdot \vec{\mathbf{d}} = mgh\cos 0^\circ$$

$$= mgh = mg(y_2 - y_1).$$

Ορίζουμε το δυναμικό της βαρύτητας σε ύψος *y* από το σημείο αναφοράς ως:

$$U_{\text{grav}} = mgy.$$

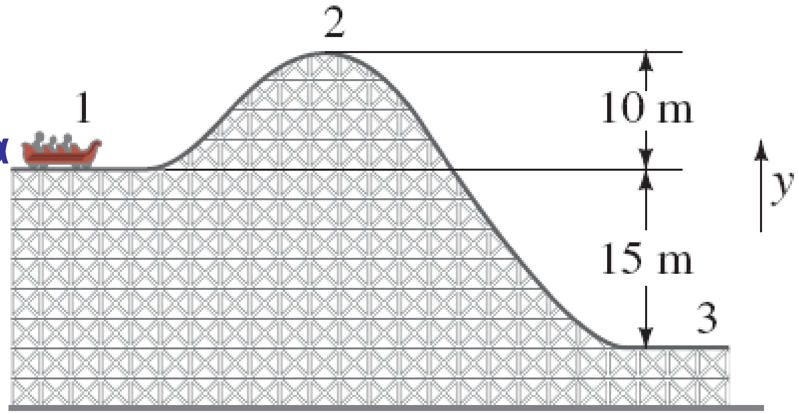
Κατά την πτώση ενός αντικειμένου έχουμε μετατροπή δυναμικής ενέργειας σε κινητική.

Η δυναμική ενέργεια είναι ιδιότητα του συστήματος και <u>όχι μόνο του αντικειμένου.</u>

Μόνο <u>μεταβολές</u> στην δυναμική ενέργεια μπορούν να μετρηθούν.

Επειδή $U_{grav} = mgy$, πρέπει να είμαστε συνεπής ως προς το σημείο y=0.

Ένα βαγόνι 1000-kg ξεκινά από το σημείο 1 μετά πάει στο σημείο 2 και τελικά φτάνει στο σημείο 3. (α) Ποια είναι η δυναμική ενέργεια στα τρία σημεία εάν $y = 0$ στο σημείο 1. (β) Πόσο αλλάζει η δυναμική ενέργεια μεταξύ των σημείων 2 και 3 (γ) Εάν ορίσουμε y=0 το σημείο 3, τι αλλάζει στα ερωτήματα των (α) και (β);



SOLUTION (*a*) We measure heights from point 1 $(y_1 = 0)$, which means initially that the gravitational potential energy is zero. At point 2, where $y_2 = 10\,\text{m}$,

$$U_2 = mgy_2 = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(10\,\text{m}) = 9.8 \times 10^4\,\text{J}.$$

At point 3, $y_3 = -15\,\text{m}$, since point 3 is below point 1. Therefore,

$$U_3 = mgy_3 = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(-15\,\text{m}) = -1.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

(*b*) In going from point 2 to point 3, the potential energy change $(U_{\text{final}} - U_{\text{initial}})$ is

$$U_3 - U_2 = (-1.5 \times 10^5\,\text{J}) - (9.8 \times 10^4\,\text{J}) = -2.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

The gravitational potential energy decreases by 2.5×10^5 J.

(*c*) Now we set $y_3 = 0$. Then $y_1 = +15\,\text{m}$ at point 1, so the potential energy initially (at point 1) is

$$U_1 = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(15\,\text{m}) = 1.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

At point 2, $y_2 = 25\,\text{m}$, so the potential energy is

$$U_2 = 2.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

At point 3, $y_3 = 0$, so the potential energy is zero. The change in potential energy going from point 2 to point 3 is

$$U_3 - U_2 = 0 - 2.5 \times 10^5\,\text{J} = -2.5 \times 10^5\,\text{J},$$

which is the same as in part (*b*).

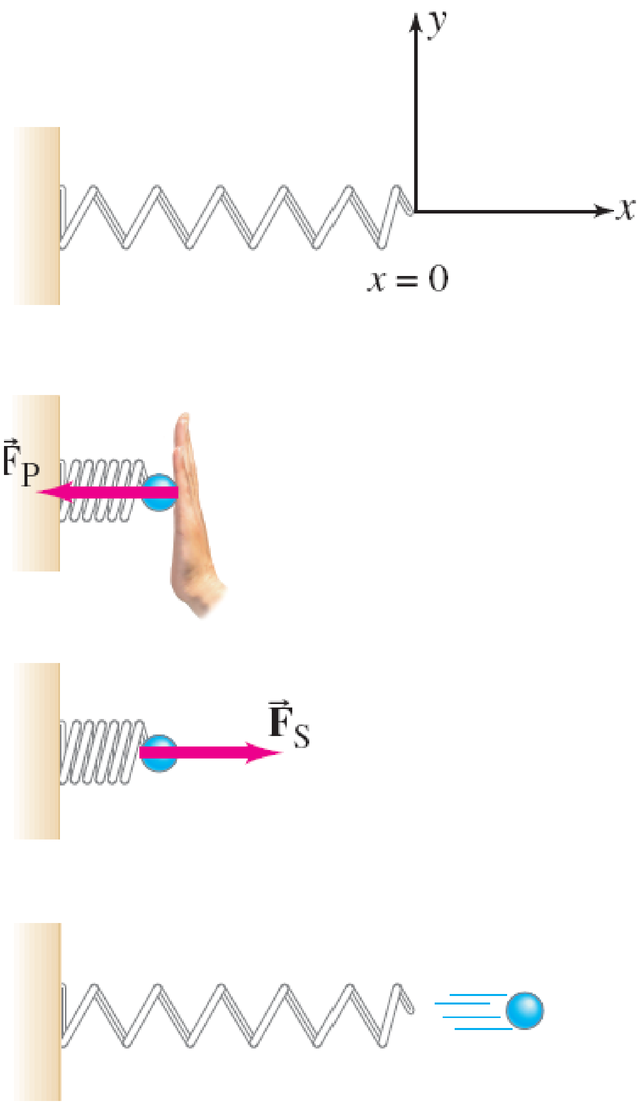
NOTE Work done by gravity depends only on the vertical height, so changes in gravitational potential energy do not depend on the path taken.

Ο γενικός ορισμός της Δυναμικής ενέργειας της Βαρύτητας είναι:

$$\Delta U = -W_{\mathrm{G}} = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{G}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}.$$

Και γενικά για συντηρητικές δυνάμεις:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -W.$$



Το ελατήριο όταν συμπιέζεται ή επιμηκύνεται έχει δυναμική ενέργεια που την ονομάζουμε ελαστικότητα. Η δύναμη που απαιτείται για την συμπίεση ή επιμήκυνση είναι:

$$F_S = -kx,$$

όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου, και πρέπει να μετρηθεί για κάθε ελατήριο.

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου επομένως είναι:

$$\Delta U = U(x) - U(0)$$

$$= -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_S \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\int_0^x (-kx)\, dx = \tfrac{1}{2}kx^2$$

$$U_{el}(x) = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

Σε μια διάσταση,

$$U(x) = -\int F(x)\, dx + C.$$

Εάν αντιστρέψουμε την εξίσωση με βρίσκουμε

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}.$$

Σε τρεις διαστάσεις έχουμε:

$$\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = -\hat{\mathbf{i}}\frac{\partial U}{\partial x} - \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial U}{\partial y} - \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Απουσία μη-συντηρητικών δυνάμεων, το άθροισμα των μεταβολών της κινητικής και δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος παραμένει σταθερό.

Ορίζουμε ως Μηχανική ενέργεια:

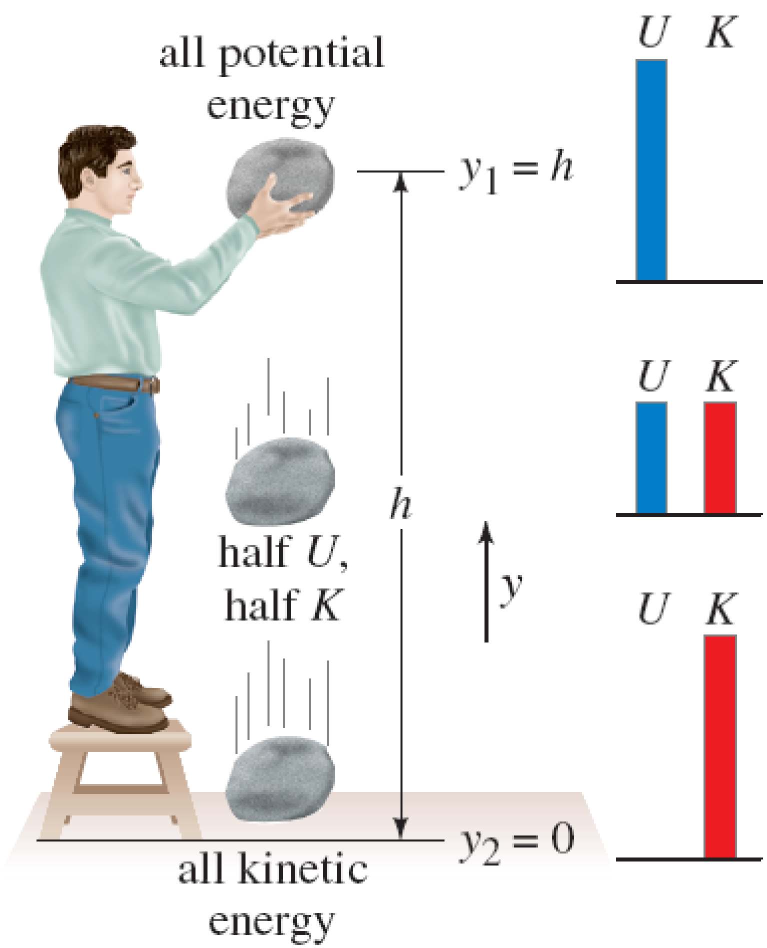
$$E = K + U.$$

Και ως διατήρηση της μηχανικής ενέργειας :

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 .$$

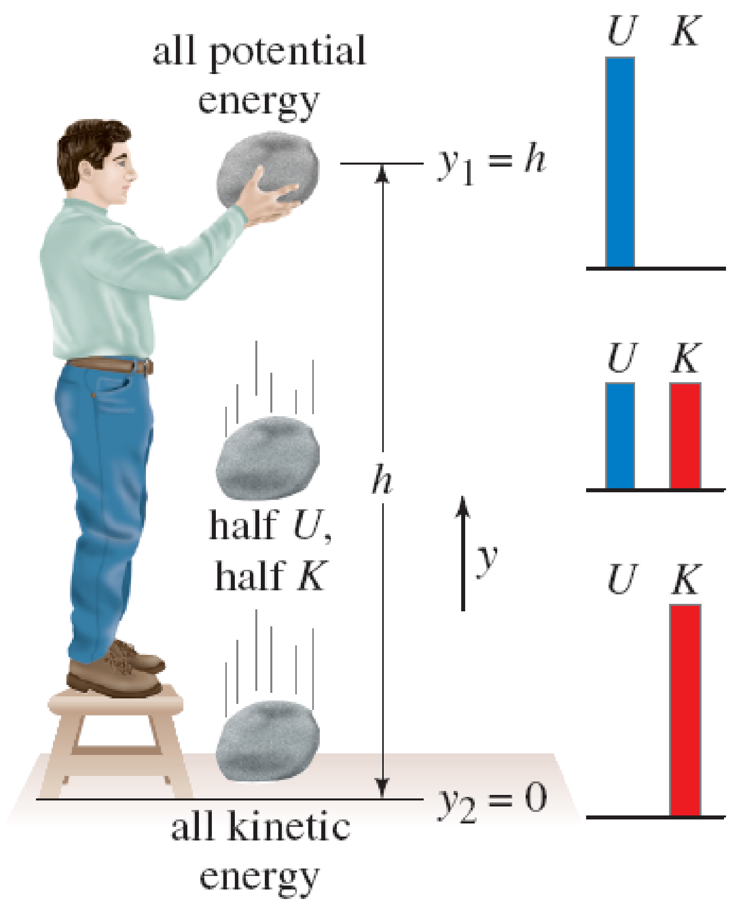
Η αρχή διατήρηση της μηχανικής ενέργειας λέει:

Εάν σε ένα σύστημα δρουν μόνο συντηρητικές δυνάμεις, τότε η συνολική μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή-διατηρείται.



$$E = K + U$$
$$= \frac{1}{2}mv^2 + mgy.$$

Εάν $y_1 = h = 3.0$ m, βρείτε την ταχύτητα της πέτρας 1.0 m πριν φτάσει στο έδαφος.



SOLUTION At the moment of release (point 1) the rock's position is $y_1 = 3.0$ m and it is at rest: $v_1 = 0$. We want to find v_2 when the rock is at position $y_2 = 1.0$ m. Equation 8–12 gives

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2.$$

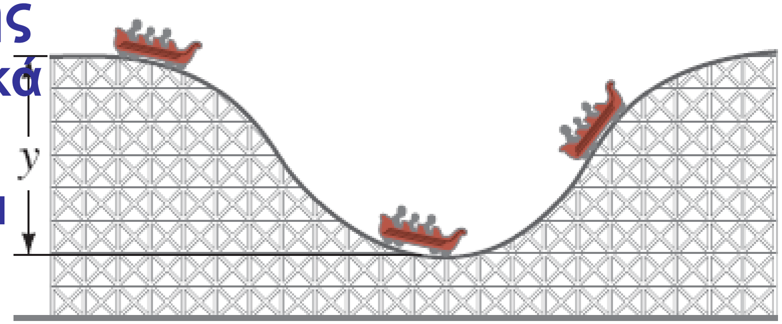
The m's cancel out; setting $v_1 = 0$ and solving for v_2 we find

$$v_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} = \sqrt{2(9.8\ \mathrm{m/s^2})[(3.0\ \mathrm{m}) - (1.0\ \mathrm{m})]} = 6.3\ \mathrm{m/s}.$$

The rock's speed 1.0 m above the ground is 6.3 m/s downward.

NOTE The velocity of the rock is independent of the rock's mass.

Στο σχήμα που φαίνεται το μέγιστο ύψος της τροχιάς είναι 40 m, και το βαγόνι είναι αρχικά ακίνητο. Βρείτε (α) την ταχύτητα του βαγονιού στον πάτο της διαδρομής (β) Σε τι ύψος έχει την μισή ταχύτητα του (α).



SOLUTION (*a*) We use Eq. 8–12 with $v_1 = 0$ and $y_2 = 0$, which gives

$$mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2$$

or

$$v_2 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9.8\,\mathrm{m/s^2})(40\,\mathrm{m})} = 28\,\mathrm{m/s}.$$

(*b*) We again use conservation of energy,

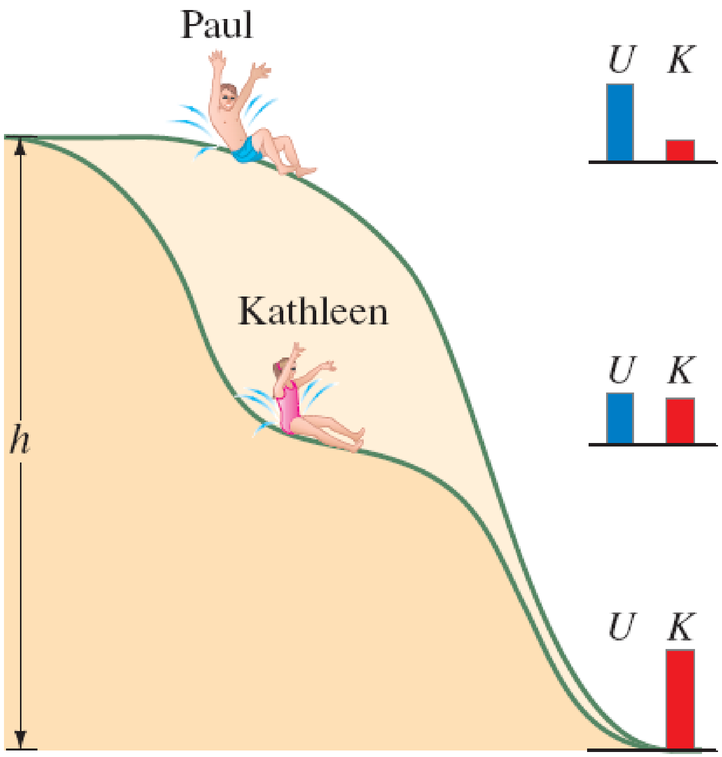
$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2,$$

but now $v_2 = \frac{1}{2}(28\,\mathrm{m/s}) = 14\,\mathrm{m/s}$, $v_1 = 0$, and y_2 is the unknown. Thus

$$y_2 = y_1 - \frac{v_2^2}{2g} = 30\,\mathrm{m}.$$

That is, the car has a speed of 14 m/s when it is 30 *vertical* meters above the lowest point, both when descending the left-hand hill and when ascending the right-hand hill.

Δύο διαφορετικές νεροτσουλήθρες έχουν το ίδιο ύψος h. Δύο νέοι, ο Paul και η Kathleen, αρχίζουν από το ίδιο σημείο στην κορυφή. (α) Ποιος θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα κατά την έξοδο από τη τσουλήθρα; (β) Ποιος φτάνει πρώτος στο τέρμα της τσουλήθρας; Αγνοούμε την τριβή και υποθέτουμε ότι και οι δύο τσουλήθρες έχουν το ίδιο μήκος.



(α) Η ταχύτητα θα είναι ίδια λόγω Διατήρηση της ενέργειας

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

(β) Επειδή η πίστα της Kathleen είναι περισσότερο απότομη στην αρχή, η Kathleen επιταχύνει περισσότερο για το μεγαλύτερο μέρος της διαδρομής και κατά συνέπεια θα είναι πάντα πιο μπροστά από το Paul και θα φτάσει πρώτη στην έξοδο

Βρείτε την κινητική ενέργεια και την ταχύτητα που απαιτείται από μία αθλήτρια του άλματος επι κοντού 62-kg για να «καθαρίσει» τα 5.0 m ύψος. Υποθέτουμε ότι το κέντρο βάρος του αθλητή είναι αρχικά στα 0.90 m, και πρέπει τελικά το σημείο αυτό να περάσει την μπάρα

APPROACH We equate the total energy just before the vaul the pole onto the ground (and the pole begins to bend energy) with the vaulter's total energy when passing over th small amount of kinetic energy at this point). We choose the i vaulter's center of mass to be $y_1 = 0$. The vaulter's body m a height $y_2 = 5.0\,\mathrm{m} - 0.9\,\mathrm{m} = 4.1\,\mathrm{m}$.

SOLUTION We use Eq. 8–12,

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + 0 = 0 + mgy_2$$

so

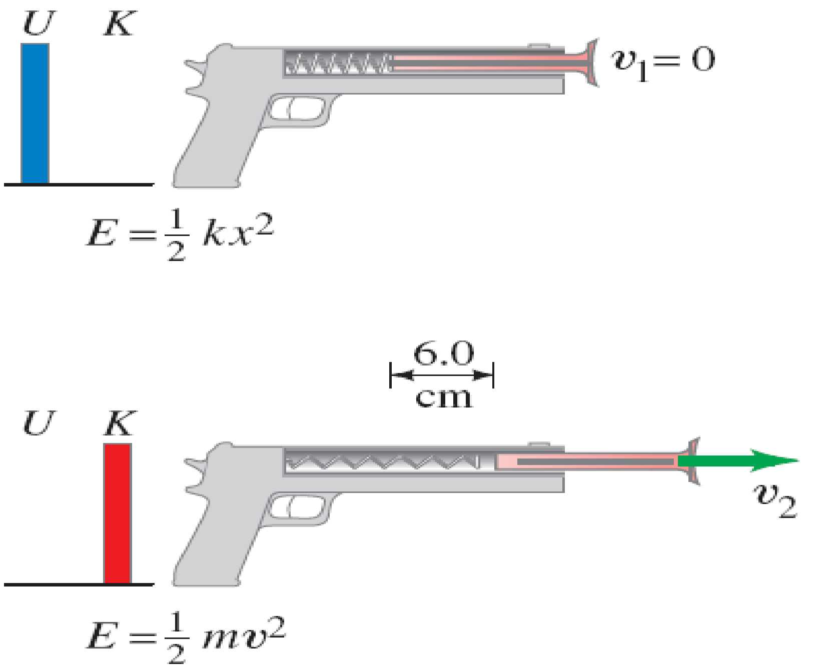
$$K_1 = \tfrac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2 = 62\mathrm{kg}\ (9.8\,\mathrm{m/s^2})(4.1\,\mathrm{m}) = 2.5 \times 10^3\ \mathrm{J}$$

The speed is

$$v_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2(2500\ J)}{62\ kg}} = 9{,}0\ m/s$$

NOTE This is an approximation because we have ignored such things as the vaulter's speed while crossing over the bar, mechanical energy transformed when the pole is planted in the ground, and work done by the vaulter on the pole. All would increase the needed initial kinetic energy.

Το «βέλος» ενός ψεύτικου όπλου ζυγίζει 0.100 kg και οπλίζει ένα ελατήριο. Η σταθερά του ελατηρίου είναι *k* = 250 N/m (αγνοούμε την μάζα του) και συμπιέζεται 6.0 cm. Ποια είναι η ταχύτητα του βέλους όταν φύγει από το ελατήριο στην θέση x=0.



SOLUTION We use Eq. 8–13 with point 1 being at the maximum compression of the spring, so $v_1 = 0$ (dart not yet released) and $x_1 = -0.060$ m. Point 2 we choose to be the instant the dart flies off the end of the spring (Fig. 8–12b), so $x_2 = 0$ and we want to find v_2. Thus Eq. 8–13 can be written

$$0 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0.$$

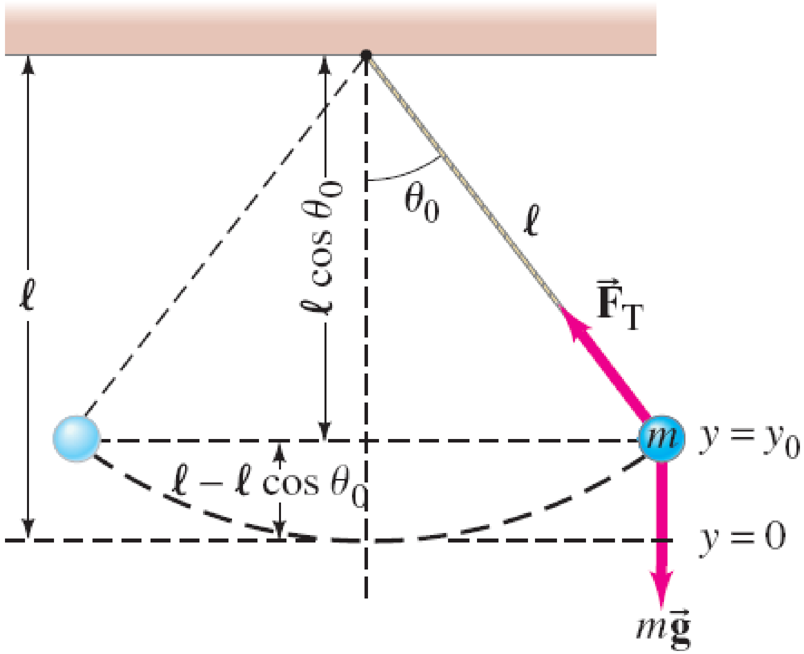
Then

$$v_2^2 = \frac{kx_1^2}{m}$$

and

$$v_2 = \sqrt{\frac{(250\ \mathrm{N/m})(-0.060\ \mathrm{m})^2}{(0.100\ \mathrm{kg})}} = 3.0\ \mathrm{m/s}.$$

Ένα απλό εκκρεμές αποτελείτε από ένα σφαιρίδιο μάζας m που κρέμεται από ένα σκοινί (αμελητέας μάζας) l. Η σφαίρα απελευθερώνεται στο χρόνο $t = 0$, όπου το σκοινί σχηματίζει γωνία $\theta = \theta_0$ με την κατακόρυφο.



(α) Περιγράψτε την κίνηση της σφαίρας ως προς την κινητική και δυναμική της ενέργεια, (β) στη συνέχεια προσδιορίστε την ταχύτητα της σφαίρας σαν συνάρτηση της γωνίας θ (γ) πόση είναι η ταχύτητα στο χαμηλότερο σημείο της διαδρομής (δ) πόση είναι η τάση του σκοινιού. Αγνοείστε την αντίσταση του αέρα.

SOLUTION (*a*) At the moment of release, the bob is at rest, so its kinetic energy $K = 0.$ As the bob moves down, it loses potential energy and gains kinetic energy. At the lowest point its kinetic energy is a maximum and the potential energy is a minimum. The bob continues its swing until it reaches an equal height and angle (θ_0) on the opposite side, at which point the potential energy is a maximum and $K = 0.$ It continues the swinging motion as $U \rightarrow K \rightarrow U$ and so on, but it can never go higher than $\theta = \pm\theta_0$ (conservation of mechanical energy).

(*b*) The cord is assumed to be massless, so we need to consider only the bob's kinetic energy, and the gravitational potential energy. The bob has two forces acting on it at any moment: gravity, mg, and the force the cord exerts on it, $\vec{\mathbf{F}}_T$. The latter (a constraint force) always acts perpendicular to the motion, so it does no work. We need be concerned only with gravity, for which we can write the potential energy. The mechanical energy of the system is

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy,$$

where y is the vertical height of the bob at any moment. We take $y = 0$ at the lowest point of the bob's swing. Hence at $t = 0$,

$$y = y_0 = \ell - \ell\cos\theta_0 = \ell(1 - \cos\theta_0)$$

as can be seen from the diagram. At the moment of release

$$E = mgy_0,$$

since $v = v_0 = 0.$ At any other point along the swing

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy = mgy_0.$$

We solve this for v:

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)}.$$

In terms of the angle θ of the cord, we can write

$$(y_0 - y) = (\ell - \ell\cos\theta_0) - (\ell - \ell\cos\theta) = \ell(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

so

$$v = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)}.$$

(c) At the lowest point, $y = 0$, so

$$v = \sqrt{2gy_0}$$

or

$$v = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\theta_0)}.$$

(d) The tension in the cord is the force $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{T}}$ that the cord exerts on the bob. As we've seen, there is no work done by this force, but we can calculate the force simply by using Newton's second law $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ and by noting that at any point the acceleration of the bob in the inward radial direction is v^2/ℓ, since the bob is constrained to move in an arc of a circle of radius ℓ. In the radial direction, $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{T}}$ acts inward, and a component of gravity equal to $mg\cos\theta$ acts outward. Hence

$$m\frac{v^2}{\ell} = F_{\mathrm{T}} - mg\cos\theta.$$

We solve for F_{T} and use the result of part (b) for v^2:

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{T}} &= m\left(\frac{v^2}{\ell} + g\cos\theta\right) = 2mg(\cos\theta - \cos\theta_0) + mg\cos\theta \\ &= (3\cos\theta - 2\cos\theta_0)mg. \end{aligned}$$

8-5 Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας

Μη συντηρητικές «δυνάμεις»:

Τριβή
Θερμότητα
Electrical energy
Chemical energy
and more

Δεν διατηρούν την μηχανική ενέργεια.

Ισχύει όμως πάντα η σχέση:

$$\Delta K + \Delta U + [\text{change in all other forms of energy}] = 0.$$

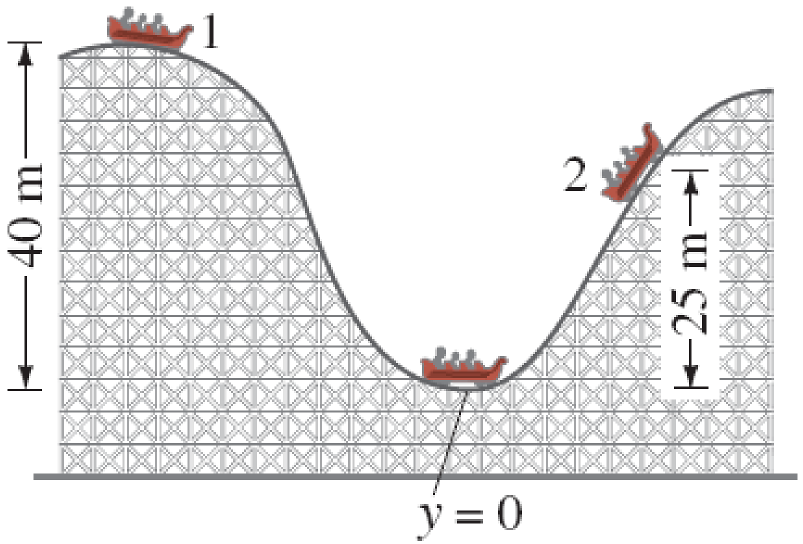
8-5 Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας

Η συνολική ενέργεια για ένα απομονωμένο (κλειστό) σύστημα ούτε αυξάνεται ούτε ελαττώνεται. Ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε άλλη μορφή και να μεταφερθεί από αντικείμενο σε αντικείμενο αλλά η συνολική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

Επίλυση ασκήσεων:

1. **Διάγραμμα.**
2. **Προσδιορίζουμε το σύστημα.**
3. **Προσδιορίζουμε αρχικές και τελικές καταστάσεις ενέργειας για τα αντικείμενα που μας ενδιαφέρουν.**
4. **Επιλέγουμε σύστημα αναφοράς.**
5. **Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας.**
6. **Λύνουμε.**

Το βαγονάκι στο δεύτερο μέρος της διαδρομής φτάνει μόνο μέχρι τα 25 m και σταματάει. Διήνυσε 400 m. Εάν η μάζα του βαγονιού είναι 1000kg βρείτε την απώλεια σε ενέργεια λόγω τριβής (θερμότητα) και την δύναμη της τριβής (υποθέστε ότι είναι περίπου σταθερή)

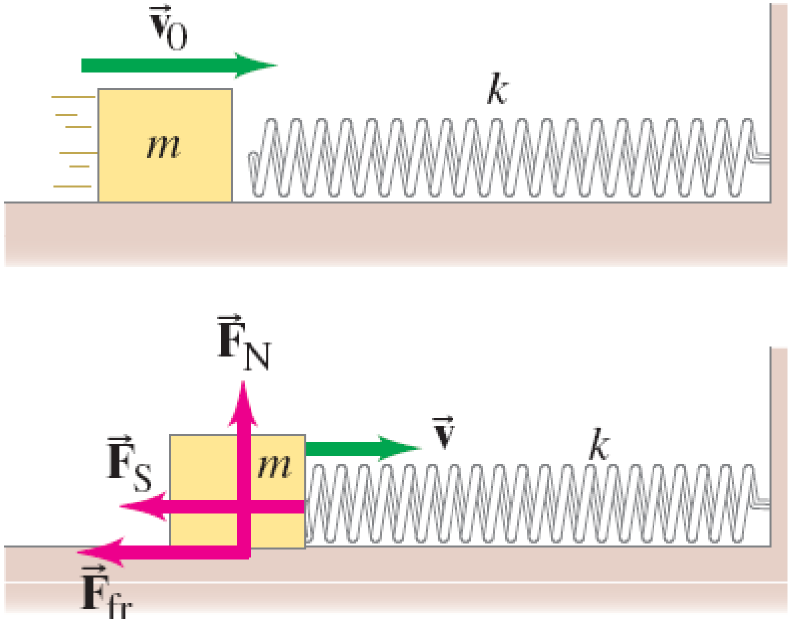


6. **Apply conservation of energy.** There is friction acting on the car, so we use conservation of energy in the form of Eq. 8–15, with $v_1 = 0$, $y_1 = 40\text{ m}$, $v_2 = 0$, $y_2 = 25\text{ m}$, and $\ell = 400\text{ m}$. Thus

$$0 + (1000\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(40\text{ m}) = 0 + (1000\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(25\text{ m}) + F_{fr}\ell.$$

7. **Solve.** We solve the above equation for $F_{fr}\ell$, the energy dissipated to thermal energy: $F_{fr}\ell = (1000\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(40\text{ m} - 25\text{ m}) = 147{,}000\text{ J}$. The average force of friction was $F_{fr} = (1.47 \times 10^5\text{ J})/400\text{ m} = 370\text{ N}$. [This result is only a rough average: the friction force at various points depends on the normal force, which varies with slope.]

Μια μάζα m που κινείται σε «μη λεία» οριζόντια επιφάνεια με ταχύτητα v_0 και προσκρούει σε ελατήριο (αμελητέας μάζας) το οποίο συμπιέζεται κατά X. Εάν η σταθερά του ελατηρίου είναι k, προσδιορίστε τον συντελεστή τριβής κίνησης.



APPROACH At the moment of collision, the block has $K = \frac{1}{2}mv_0^2$ and the spring is presumably uncompressed, so $U = 0$. Initially the mechanical energy of the system is $\frac{1}{2}mv_0^2$. By the time the spring reaches maximum compression, $K = 0$ and $U = \frac{1}{2}kX^2$. In the meantime, the friction force $(= \mu_k F_N = \mu_k mg)$ has transformed energy $F_{fr}X = \mu_k mgX$ into thermal energy.

SOLUTION Conservation of energy allows us to write

$$\begin{aligned} \text{energy (initial)} &= \text{energy (final)} \\ \tfrac{1}{2}mv_0^2 &= \tfrac{1}{2}kX^2 + \mu_k mgX. \end{aligned}$$

We solve for μ_k and find

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gX} - \frac{kX}{2mg}.$$

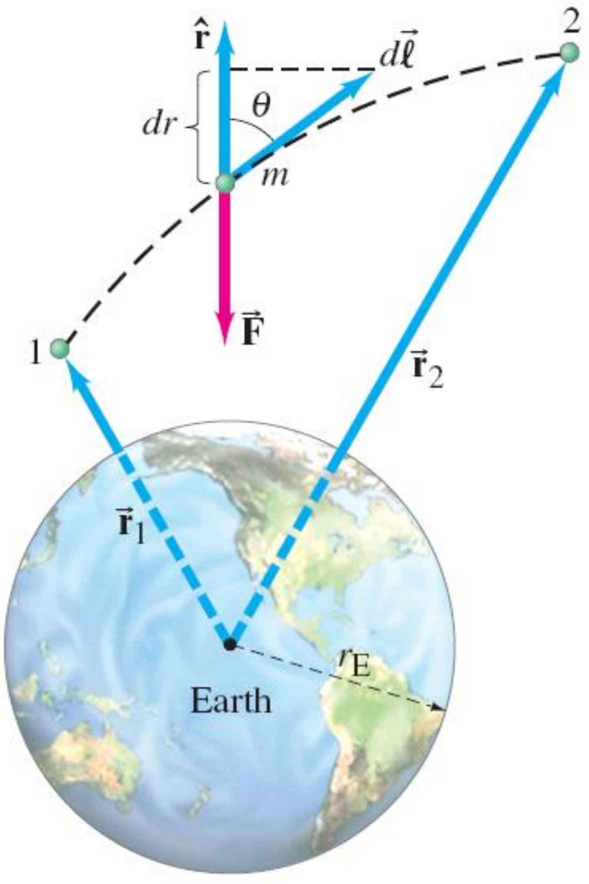
8-7 Πεδίο Βαρύτητας και Ταχύτητα Διαφυγής

Σε μεγάλες αποστάσεις από την Γη η δύναμη της βαρύτητας είναι περίπου σταθερή:

$$\vec{\mathbf{F}} = -G\frac{mM_E}{r^2}\hat{\mathbf{r}}.$$

Το έργο ενός αντικειμένου που κινείτε μέσα στο πεδίο βαρύτητας της γης είναι:

$$W = \int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -GmM_E \int_1^2 \frac{\hat{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}}{r^2}.$$

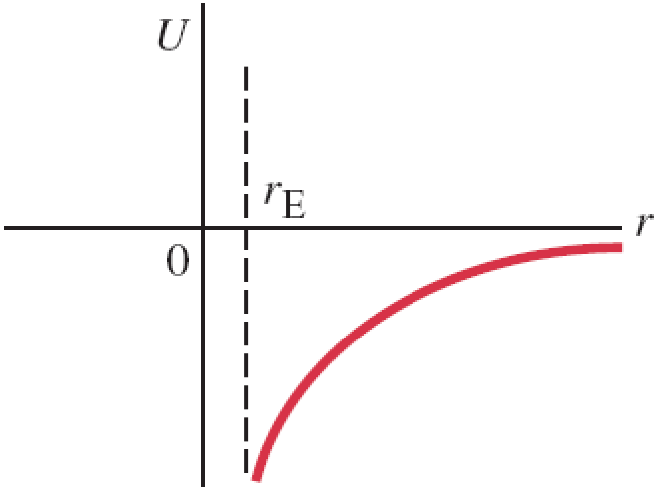


Ολοκληρώνοντας βρίσκουμε:

$$W = \frac{GmM_E}{r_2} - \frac{GmM_E}{r_1}.$$

Επειδή βλέπουμε ότι το ολοκλήρωμα εξαρτάται μόνο από το αρχικό και τελικό σημείο της διαδρομής, η βαρύτητα είναι συντηρητική δύναμη. Ορίζουμε το δυναμικό πεδίο της βαρύτητας ως εξής:

$$U(r) = -\frac{GmM_E}{r}.$$



Ένα κομμάτι ενός πυραύλου (πλακάκι) που κατευθύνεται προς το διάστημα ξεκολλάει και πέφτει προς τη Γη. Η ταχύτητα του πυραύλου τη στιγμή της αποκόλλησης είναι 1800 m/s και η απόσταση 1600 km από την επιφάνειας της Γης. Αγνοώντας της αντίσταση του αέρα βρείτε την ταχύτητα που έχει αναπτύξει το πλακάκι πριν πέσει στο έδαφος.

APPROACH We use conservation of energy. The package initially has a speed relative to Earth equal to the speed of the rocket from which it falls.

SOLUTION Conservation of energy in this case is expressed by Eq. 8–18:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM_E}{r_1} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{mM_E}{r_2}$$

where $v_1 = 1.80 \times 10^3\,\mathrm{m/s}$, $r_1 = (1.60 \times 10^6\,\mathrm{m}) + (6.38 \times 10^6\,\mathrm{m}) = 7.98 \times 10^6\,\mathrm{m}$, and $r_2 = 6.38 \times 10^6\,\mathrm{m}$ (the radius of the Earth). We solve for v_2:

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{v_1^2 - 2GM_E\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \\ &= \sqrt{(1.80 \times 10^3\,\mathrm{m/s})^2 - 2(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})(5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}) \times \left(\frac{1}{7.98 \times 10^6\,\mathrm{m}} - \frac{1}{6.38 \times 10^6\,\mathrm{m}}\right)} \\ &= 5320\,\mathrm{m/s}. \end{aligned}$$

NOTE In reality, the speed will be considerably less than this because of air resistance. Note, incidentally, that the direction of the velocity never entered into this calculation, and this is one of the advantages of the energy method. The rocket could have been heading away from the Earth, or toward it, or at some other angle, and the result would be the same.

Όταν η κινητική ενέργεια ενός αντικειμένου ισούται με την δυναμική ενέργεια του πεδίου της βαρύτητας, τότε η ταχύτητα ονομάζεται ταχύτητα διαφυγής και δίδεται από την σχέση

$$v_{\mathrm{esc}} = \sqrt{2GM_{\mathrm{E}}/r_{\mathrm{E}}} = 1.12 \times 10^4 \mathrm{\ m/s}.$$

Συγκρίνετε τις ταχύτητες διαφυγής από την Γη και την Σελήνη. $M_{\mathrm{MOON}} = 7.35 \times 10^{22}$ kg and $r_{\mathrm{M}} = 1.74 \times 10^6$ m, and for Earth, $M_{\mathrm{E}} = 5.98 \times 10^{24}$ kg and $r_{\mathrm{E}} = 6.38 \times 10^6$ m

(a) Using Eq. 8–19, the ratio of the escape velocities is

$$\frac{v_{\mathrm{esc}}(\mathrm{Earth})}{v_{\mathrm{esc}}(\mathrm{Moon})} = \sqrt{\frac{M_{\mathrm{E}}}{M_{\mathrm{M}}}\frac{r_{\mathrm{M}}}{r_{\mathrm{E}}}} = 4.7.$$

8-8 Ισχύς

Ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο εκτελείτε το έργο.

Η Μέση Ισχύς είναι: $$\overline{P} = \frac{W}{t}.$$

Και στιγμιαία ισχύς: $$P = \frac{dW}{dt}.$$

Οι μονάδες ισχύος είναι τα **Watts**: $1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J/s}.$

Η ισχύς μπορεί επίσης να εκφραστεί σαν ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας δηλ. $$P = \frac{dE}{dt}.$$

Ένας δρομέας 60-kg ανεβαίνει κάποια σκαλιά σε 4.0 s. Η κατακόρυφη υψομετρική διαφορά των σκαλιών είναι 4.5 m. (α) Βρείτε την ισχύ που καταναλώνει ο δρομέας σε watts και ίππους (HP, horsepower). (β) Πόση ενέργεια απαιτεί η διαδικασία;

APPROACH The work done by the jogger is against gravity, and equals $W = mgy$. To find her average output, we divide W by the time it took.

SOLUTION (*a*) The average power output was

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgy}{t} = \frac{(60\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(4.5\,\mathrm{m})}{4.0\,\mathrm{s}} = 660\,\mathrm{W}.$$

Since there are 746 W in 1 hp, the jogger is doing work at a rate of just under 1 hp. A human cannot do work at this rate for very long.

(*b*) The energy required is $E = \overline{P}t = (660\,\mathrm{J/s})(4.0\,\mathrm{s}) = 2600\,\mathrm{J}$. This result equals $W = mgy$.

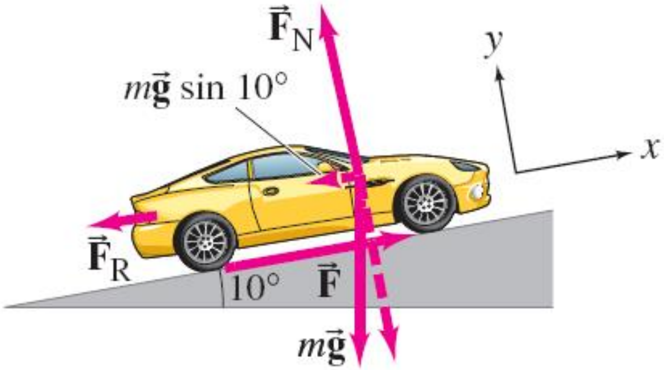
NOTE The person had to transform more energy than this 2600 J. The total energy transformed by a person or an engine always includes some thermal energy (recall how hot you get running up stairs).

1hp~0,75kW

Για σταθερές δυνάμεις, μπορούμε να εκφράσουμε την ισχύ ως προς την ταχύτητα:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\boldsymbol{\ell}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}.$$

Υπολογίστε την ισχύ που απαιτείται για ένα αυτοκίνητο 1400-kg για τις ακόλουθε καταστάσεις: (α) να ανέβει ένα λόφο κλίσης 10° με σταθερή ταχύτητας 80 km/h. (β) να επιταχύνει σε οριζόντιο επίπεδο από τα 90 στα 110 km/h μέσα σε 6.0 s. Υποθέστε μια σταθερή αντίσταση F_R = 700 N παντού.

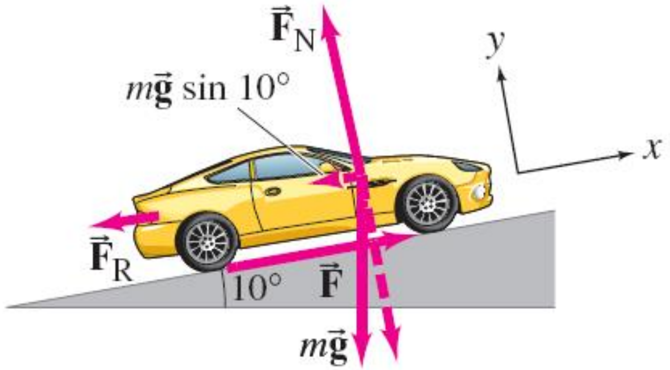


SOLUTION (*a*) To move at a steady speed up the hill, the car must, by Newton's second law, exert a force F equal to the sum of the retarding force, 700 N, and the component of gravity parallel to the hill, mg sin 10°. Thus

$$\begin{aligned} F &= 700\,\text{N} + mg\sin 10^\circ \\ &= 700\,\text{N} + (1400\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(0.174) = 3100\,\text{N}. \end{aligned}$$

Since $\bar{v} = 80\,\text{km/h} = 22\,\text{m/s}$ and is parallel to $\vec{\mathbf{F}}$, then (Eq. 8–21) the power is

$$\overline{P} = F\bar{v} = (3100\,\text{N})(22\,\text{m/s}) = 6.80 \times 10^4\,\text{W} = 68.0\,\text{kW} = 91\,\text{hp}.$$



(b) The car accelerates from 25.0 m/s to 30.6 m/s (90 to 110 km/h). Thus the car must exert a force that overcomes the 700-N retarding force plus that required to give it the acceleration

$$\bar{a}_x = \frac{(30.6\,\mathrm{m/s} - 25.0\,\mathrm{m/s})}{6.0\,\mathrm{s}} = 0.93\,\mathrm{m/s^2}.$$

We apply Newton's second law with x being the direction of motion:

$$ma_x = \Sigma F_x = F - F_\mathrm{R}.$$

We solve for the force required, F:

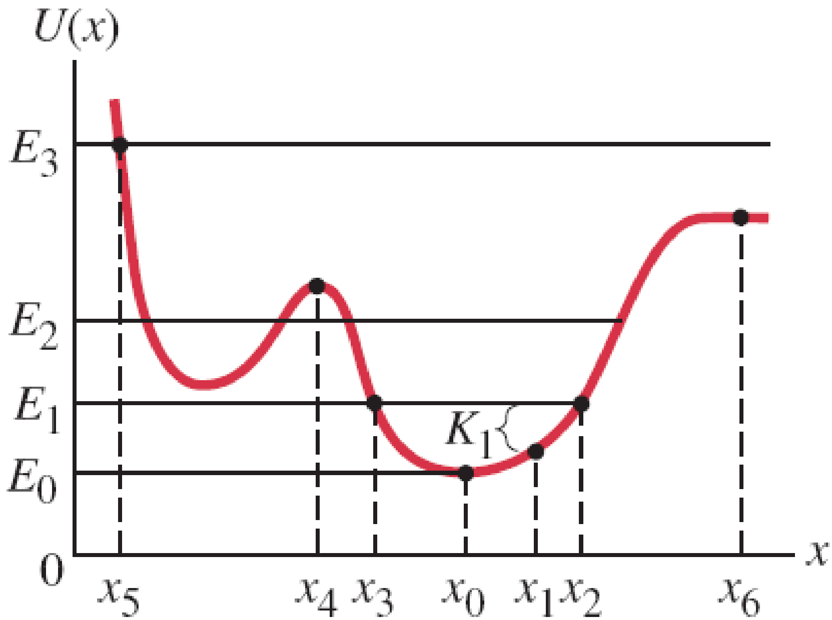
$$\begin{aligned} F &= ma_x + F_\mathrm{R} \\ &= (1400\,\mathrm{kg})(0.93\,\mathrm{m/s^2}) + 700\,\mathrm{N} = 1300\,\mathrm{N} + 700\,\mathrm{N} = 2000\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

Since $P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$, the required power increases with speed and the motor must be able to provide a maximum power output of

$$\bar{P} = (2000\,\mathrm{N})(30.6\,\mathrm{m/s}) = 6.12 \times 10^4\,\mathrm{W} = 61.2\,\mathrm{kW} = 82\,\mathrm{hp}.$$

NOTE Even taking into account the fact that only 60 to 80% of the engine's power output reaches the wheels, it is clear from these calculations that an engine of 75 to 100 kW (100 to 130 hp) is adequate from a practical point of view.

8-9 Δυναμικές Ενεργειακές Επιφάνειες Ευσταθής και Ασταθής Ισορροπία



Στο διάγραμμα απεικονίζεται η δυναμική ενέργεια ενός αντικειμένου που το κινεί μια συντηρητική δύναμη. Η «αντίδραση» (συμπεριφορά του αντικειμένου προσδιορίζεται από την συνολική ενέργειά του.

Με ενέργεια E_1, το αντικείμενο «ταλαντεύεται» μεταξύ των σημείων καμπής x_3 και x_2.

Με ενέργεια E_2 έχει τέσσερα (4) σημεία καμπής

Με ενέργεια E_0 βρίσκεται σε (σταθερή) **ευσταθή ισορροπία.**

Στο σημεία x_4 βρίσκεται σε **ασταθή ισορροπία.**

Table 1.1 Energy per Gram

Object	Calories (or watt-hours)	Joules	Compared to TNT
Bullet (at sound speed, 1000 ft/s)	0.01	40	0.015
Battery (auto)	0.03	125	0.05
Battery (rechargeable computer)	0.1	400	0.15
Flywheel (at 1 km/s)	0.125	500	0.2
Battery (alkaline flashlight)	0.15	600	0.23
TNT (the explosive trinitrotoluene)	0.65	2700	1
Modern high explosive (PETN)	1	4200	1.6
Chocolate chip cookies	5	21,000	8
Coal	6	27,000	10
Butter	7	29,000	11
Alcohol (ethanol)	6	27,000	10
Gasoline	10	42,000	15
Natural gas (methane, CH_4)	13	54,000	20
Hydrogen gas or liquid (H_2)	26	110,000	40
Asteroid or meteor (30 km/s)	100	450,000	165
Uranium-235	20 million	82 billion	30 million

Table 1.2 Cost of Energy

Fuel	Market cost	Cost per kWh (1000 Cal)	Cost if converted to electricity
Coal	$40 per ton	0.4¢	1.2¢
Natural gas	$3 per thousand cubic feet	0.9¢	2.7¢
Gasoline	$2.50 per gallon	7¢	21¢
Electricity	$0.10 per kWh	10¢	10¢
Car battery	$50 to buy battery	21¢	21¢
Computer battery	$100 to buy battery	$4.00	$4.00
AAA battery	$1.50 per battery	$1000.00	$1000.00

Table 1.3 Common Energy Units

Energy unit	Definition and equivalent
calorie (lowercase)	Heats 1 gram of water by 1°C
Calorie (capitalized), the food calorie, also called kilocalorie	Heats 1 kg of water by 1°C 1 Calorie = 4182 joules ≈ 4 kJ
Joule	1/4182 Calories
	≈ Energy to lift 1 kg by 10 cm
	≈ Energy to lift 1 lb by 9 in
Kilojoule	1000 joules = 1/4 Calorie
Megajoule	1000 kilojoules = 10^6 joules Costs about 5 cents from electric utility
Kilowatt-hour (kWh)	861 Calories ≈ 1000 Calories = 3.6 megajoules
	Costs 10 cents from electric utility
British Thermal Unit (BTU)	1 BTU = 1055 joules ≈ 1 kJ = 1/4 Calorie
Quad	A quadrillion BTUs = 10^{15} BTU ≈ 10^{18} J
	Total U.S. energy use ≈ 100 quads per year;
	total world use ≈ 400 quads per year

Note: The symbol ≈ means "approximately equal to."