Κεφάλαιο 21
Ηλεκτρικά Φορτία και Ηλεκτρικά Πεδία

Περιεχόμενα 21

- Στατικός Ηλεκτρισμός, Ηλεκτρικό Φορτίο και η διατήρηση αυτού
- Ηλεκτρικό φορτίο στο άτομο
- Αγωγοί και Μονωτές
- Επαγόμενα Φορτία
- Ο Νόμος του Coulomb
- Το Ηλεκτρικό Πεδίο
- Υπολογισμός Ηλεκτρικού πεδίου για συνεχή κατανομή φορτίου

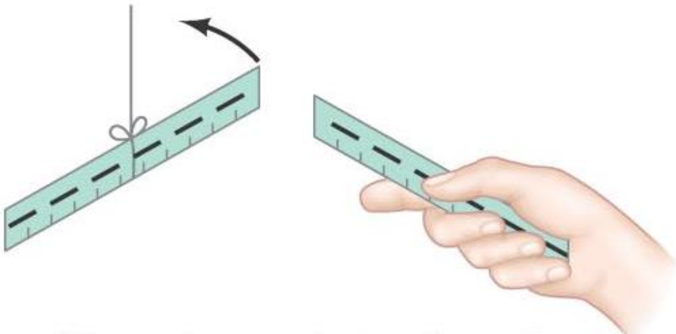
Περιεχόμενα 21

- Δυναμικές Γραμμές Πεδίων
- Ηλεκτρικά πεδία και αγωγοί
- Κίνηση φορτισμένου Σωματιδίου σε Ηλεκτρικό πεδίο
- Ηλεκτρικά δίπολα
- Ηλεκτρικές δυνάμεις στη Χημεία και Βιολογία: DNA
- Φωτοτυπικά Μηχανήματα και Εκτυπωτές χρησιμοποιούν Στατικό Ηλεκτρισμό

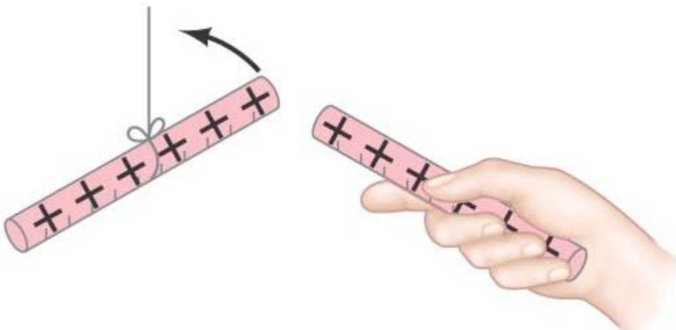
21-1 Στατικός Ηλεκτρισμός, Ηλεκτρικό Φορτίο και η διατήρηση αυτού

Αντικείμενα μπορούν να φορτιστούν μέσω τριβής

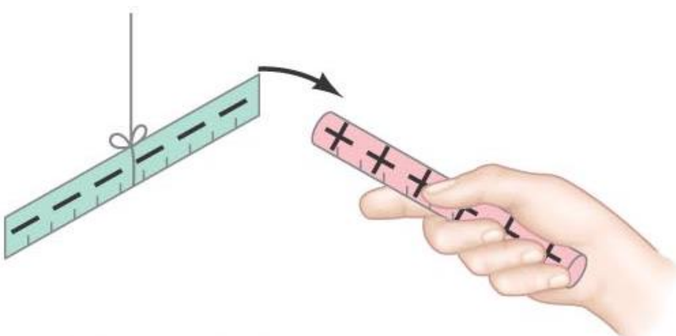
21-1 Στατικός Ηλεκτρισμός, Ηλεκτρικό Φορτίο και η διατήρηση αυτού



Two charged plastic rulers repel



Two charged glass rods repel



Charged glass rod attracts charged plastic ruler

Υπάρχουν δύο είδη φορτίων: τα ονομάζουμε θετικά και αρνητικά.

Τα όμοια φορτία απωθούνται και τα ανόμοια έλκονται.

21-1 Στατικός Ηλεκτρισμός, Ηλεκτρικό Φορτίο και η διατήρηση αυτού

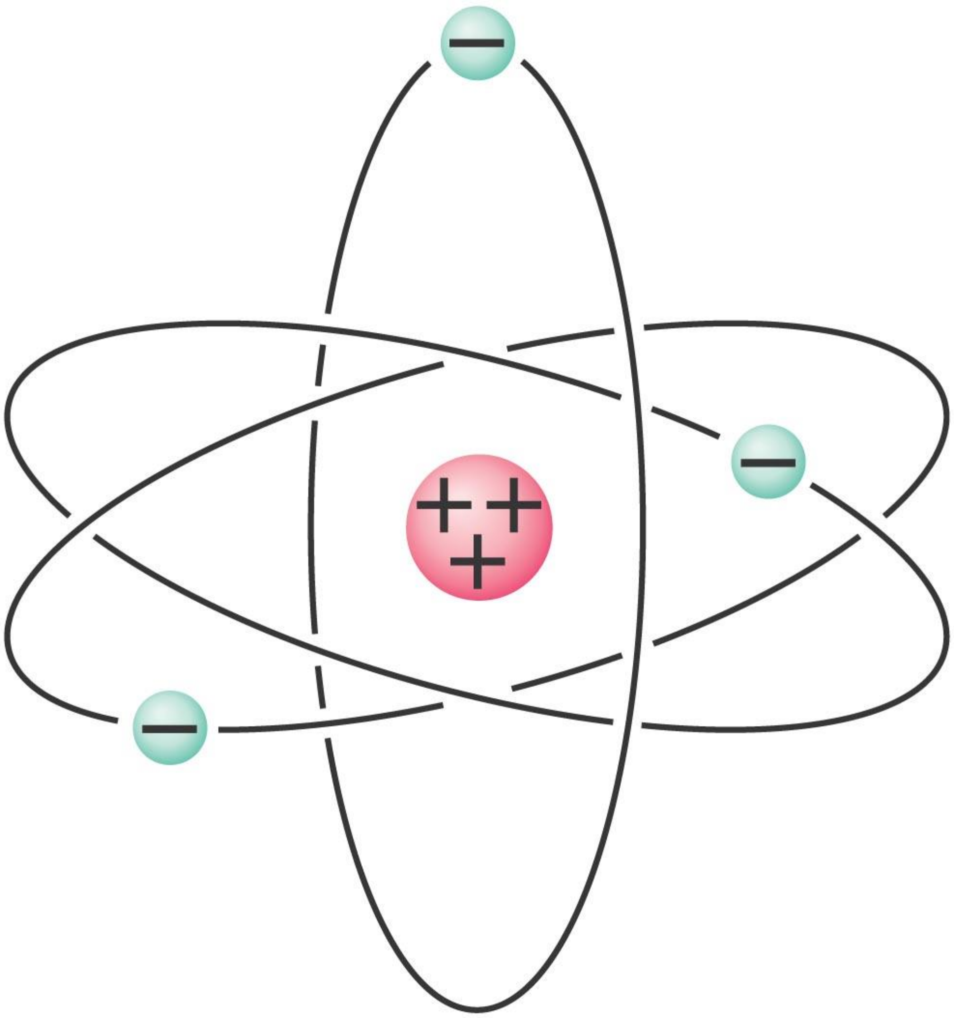
Το ηλεκτρικό φορτίο διατηρείται δηλ. το άθροισμα των ηλεκτρικών φορτίων σε ένα κλειστό σύστημα δεν μεταβάλλεται λόγω αλληλεπιδράσεων.

21-2 Ηλεκτρικό φορτίο στο άτομο

Άτομο:

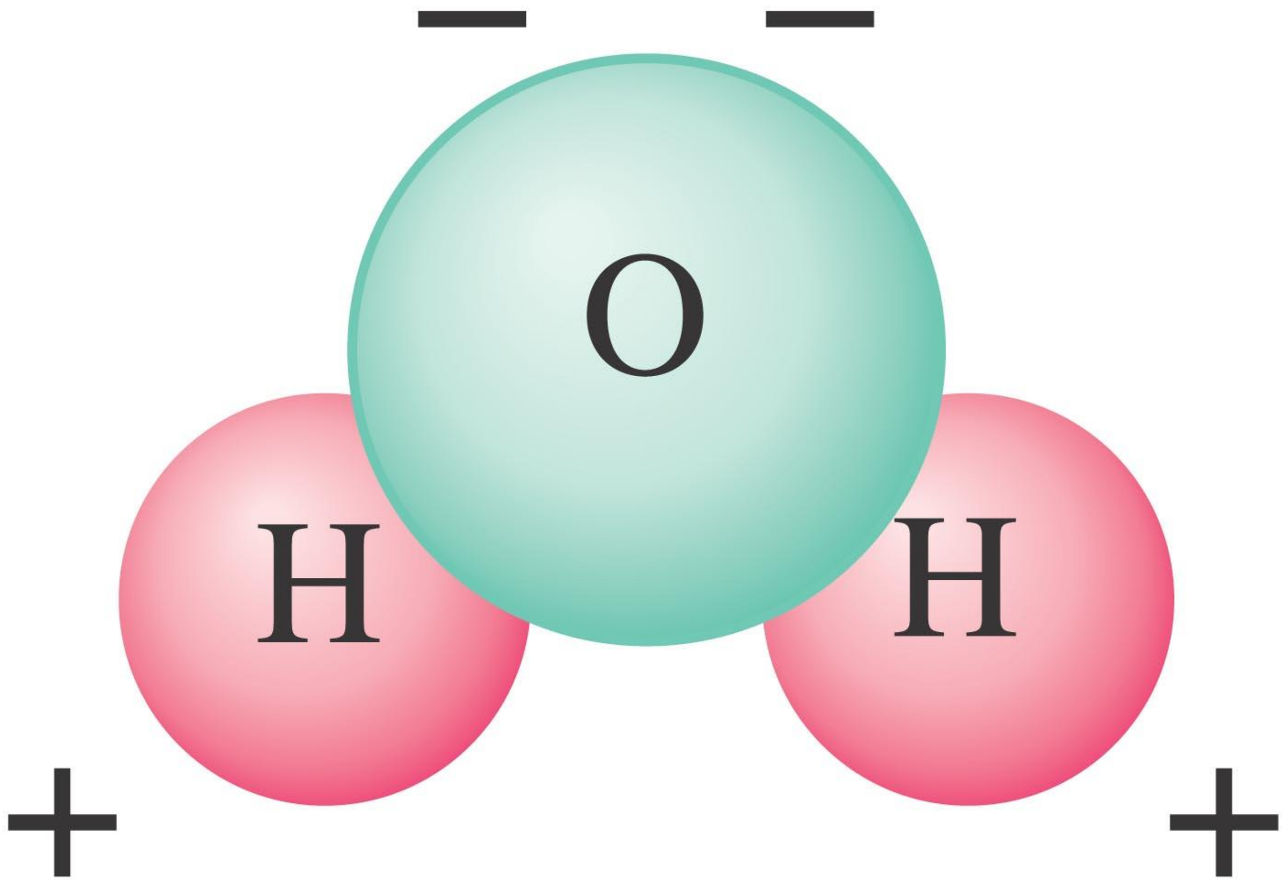
Πυρήνας (μικρός, μεγάλη μάζα, ΘΕΤΙΚΟ φορτίο)

Νέφος Ηλεκτρονίων (εκτεταμένο, χαμηλής πυκνότητας, ΑΡΝΗΤΙΚΟ φορτίο)



21-2 Ηλεκτρικό φορτίο στο άτομο

Πολικό Μόριο: συνολικά ουδέτερο, αλλά χωρίς ομογενή κατανομή του φορτίου



21-3 Αγωγοί και Μονωτές

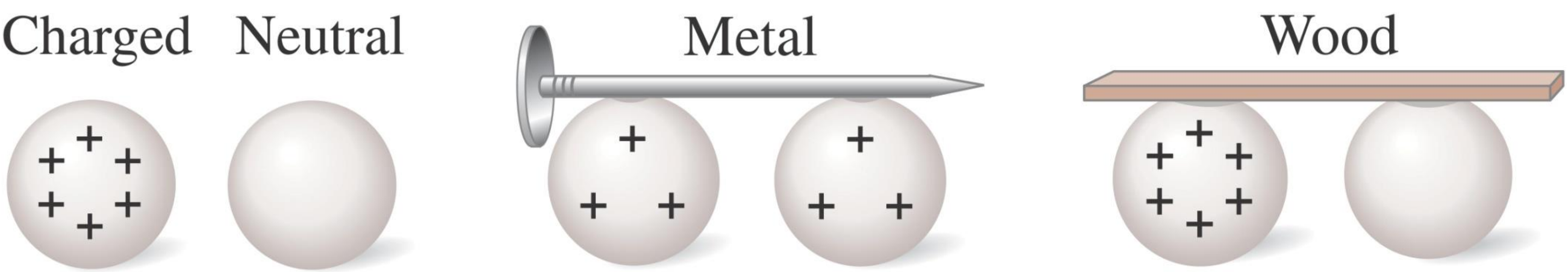
Αγωγός:

Τα φορτία ρέουν ελευθέρα π.χ. στα μέταλλα

Μονωτές (διηλεκτρικά):

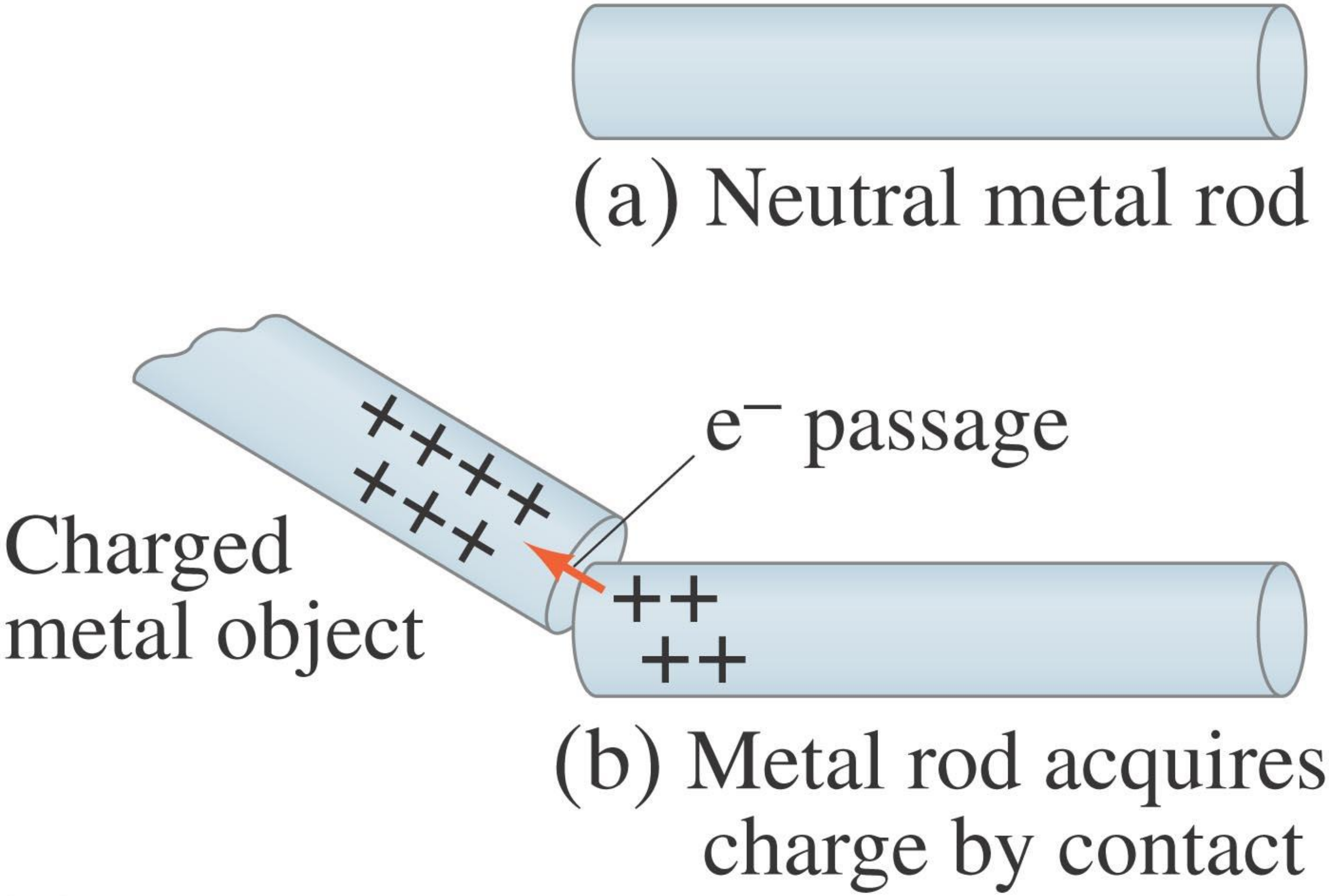
Σχεδόν μηδενική ροή φορτίων π.χ. στα περισσότερα υπόλοιπα υλικά

Μερικά υλικά είναι ημιαγωγοί.



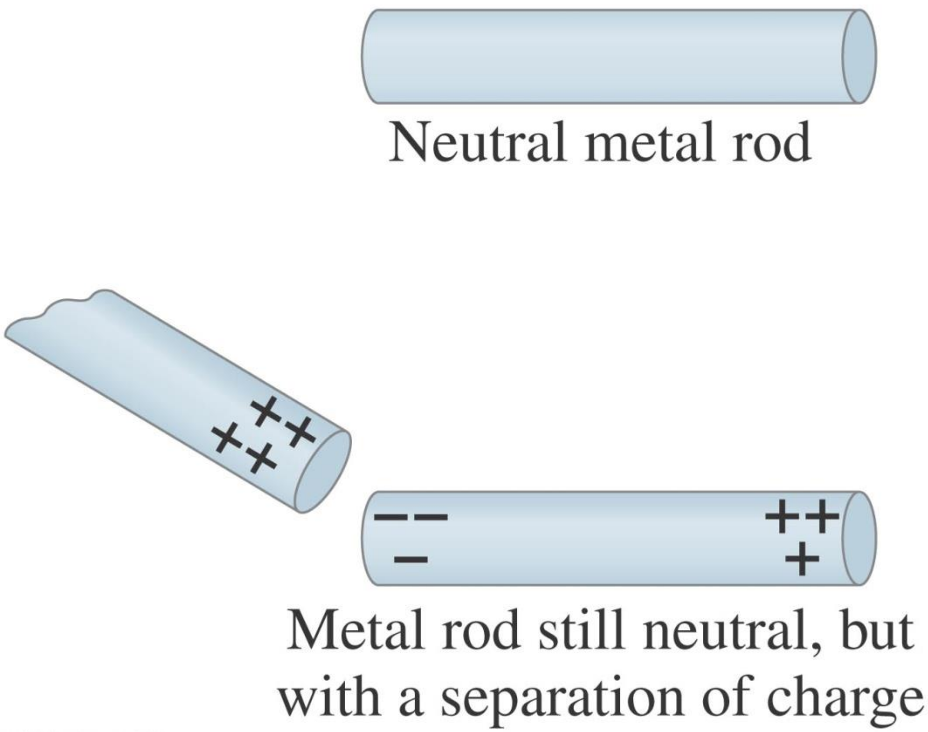
21-4 Επαγόμενο Φορτίο-Ηλεκτροσκόπιο

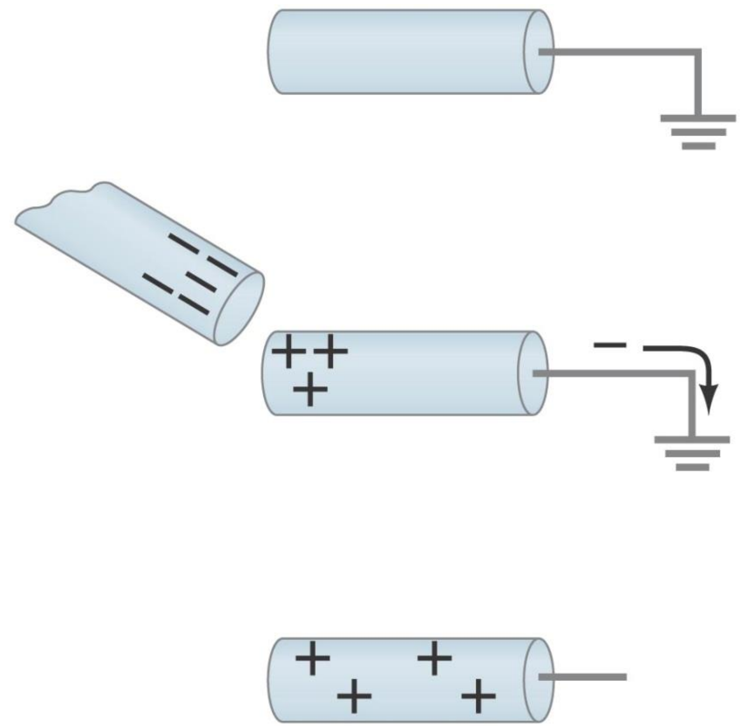
Μεταλλικά αντικείμενα μπορεί να φορτιτού μέσω αγωγιμότητας



21-4 Επαγόμενο Φορτίο-Ηλεκτροσκόπιο

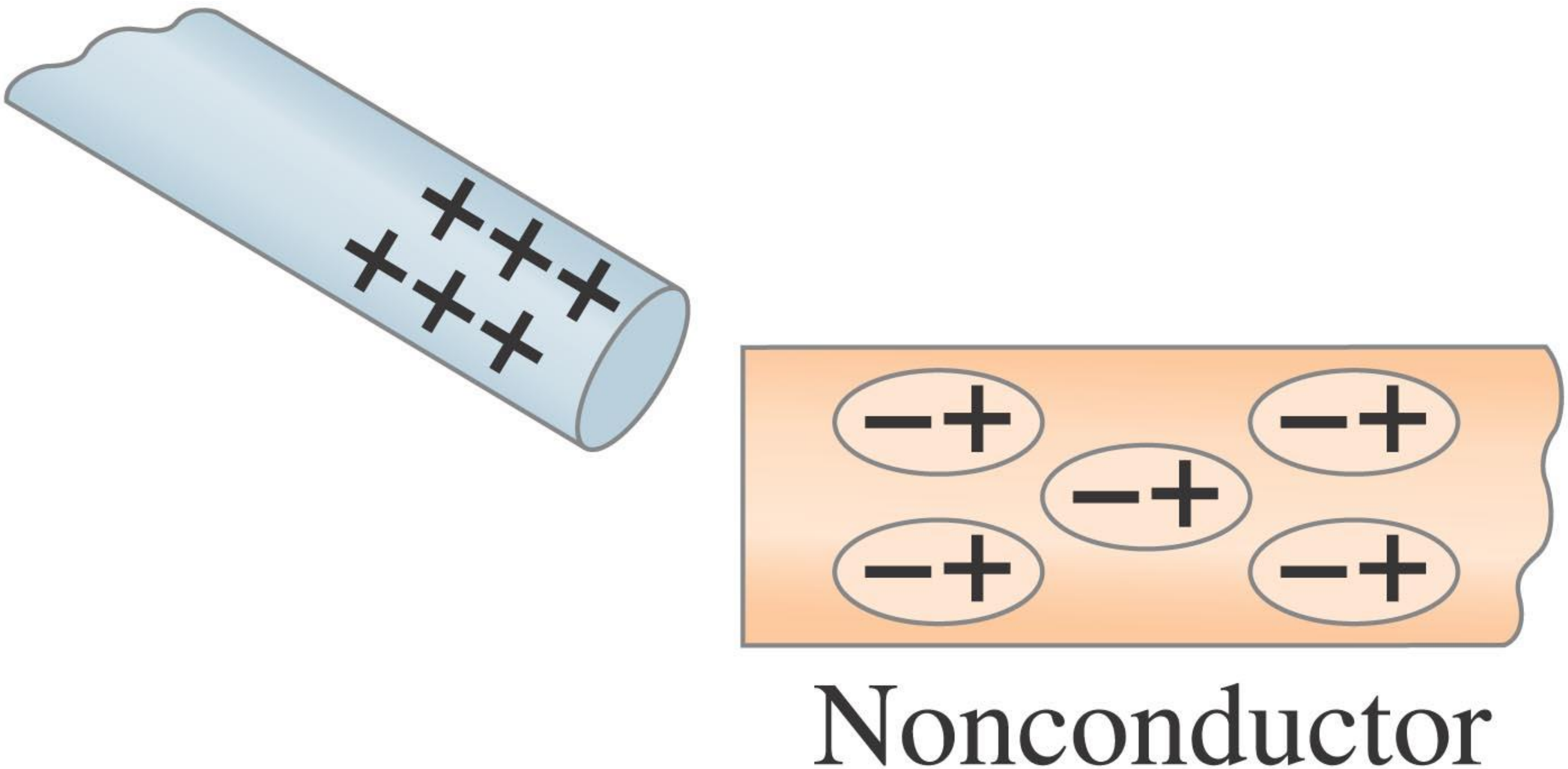
Μπορούν όμως να φορτιστούν και επαγωγικά είτε είναι συνδεδεμένα με την γη ή όχι:





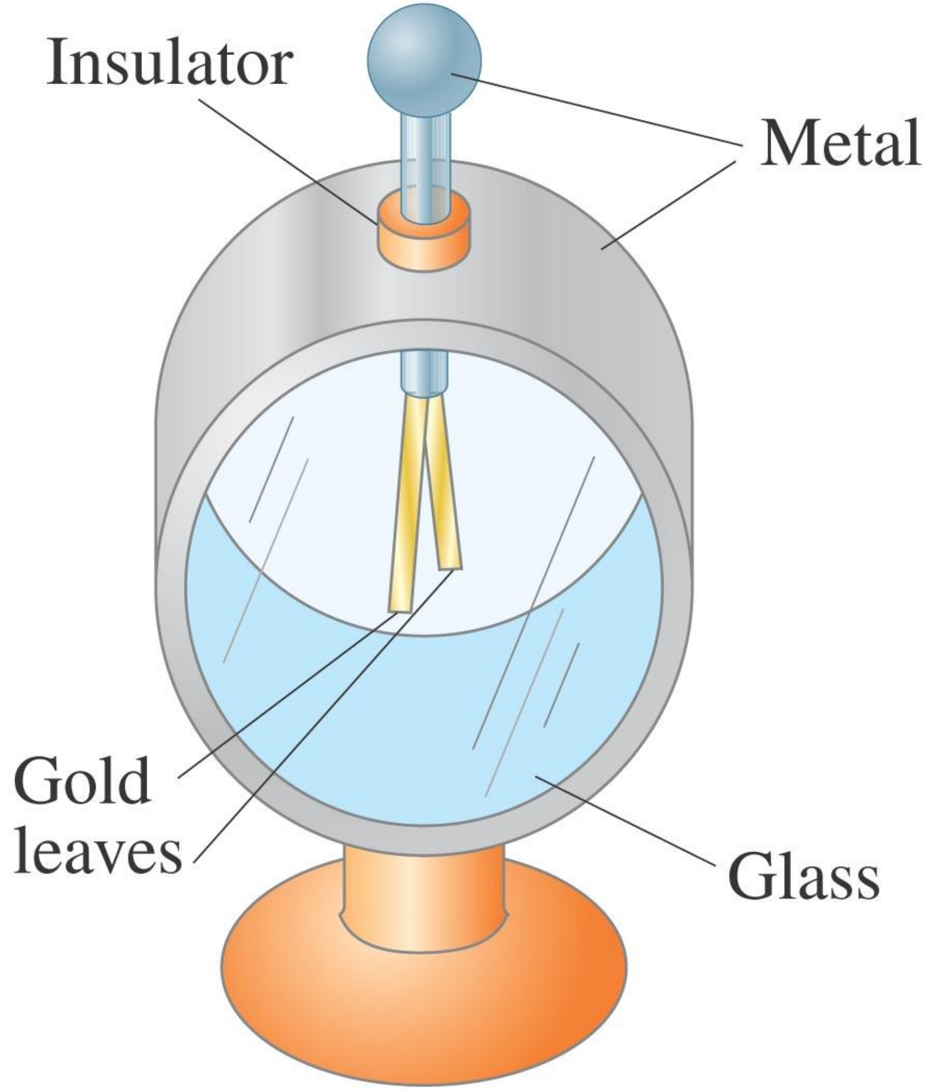
21-4 Επαγόμενο Φορτίο-Ηλεκτροσκόπιο

Οι μονωτές (διηλεκτρικά) δεν φορτίζοντα ούτε με αγωγιμότητα ούτε επαγωγικά. Βιώνουν μόνο διαχωρισμό φορτίου.



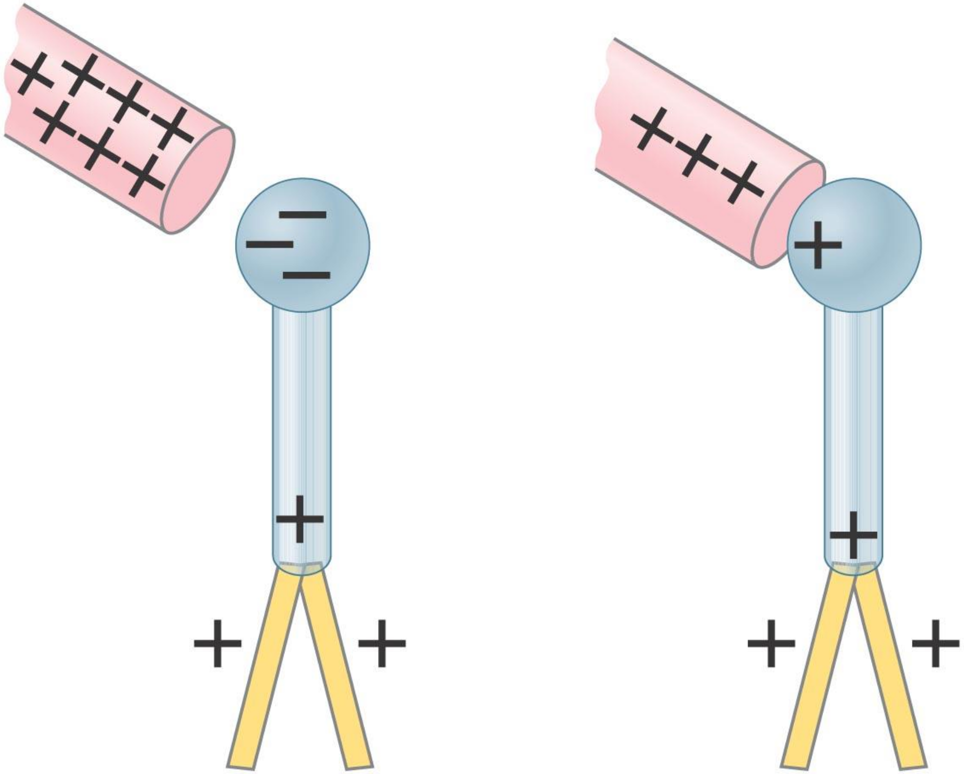
21-4 Επαγόμενο Φορτίο-Ηλεκτροσκόπιο

Το ηλεκτροσκόπιο μπορεί να μετρήσει φορτίο.



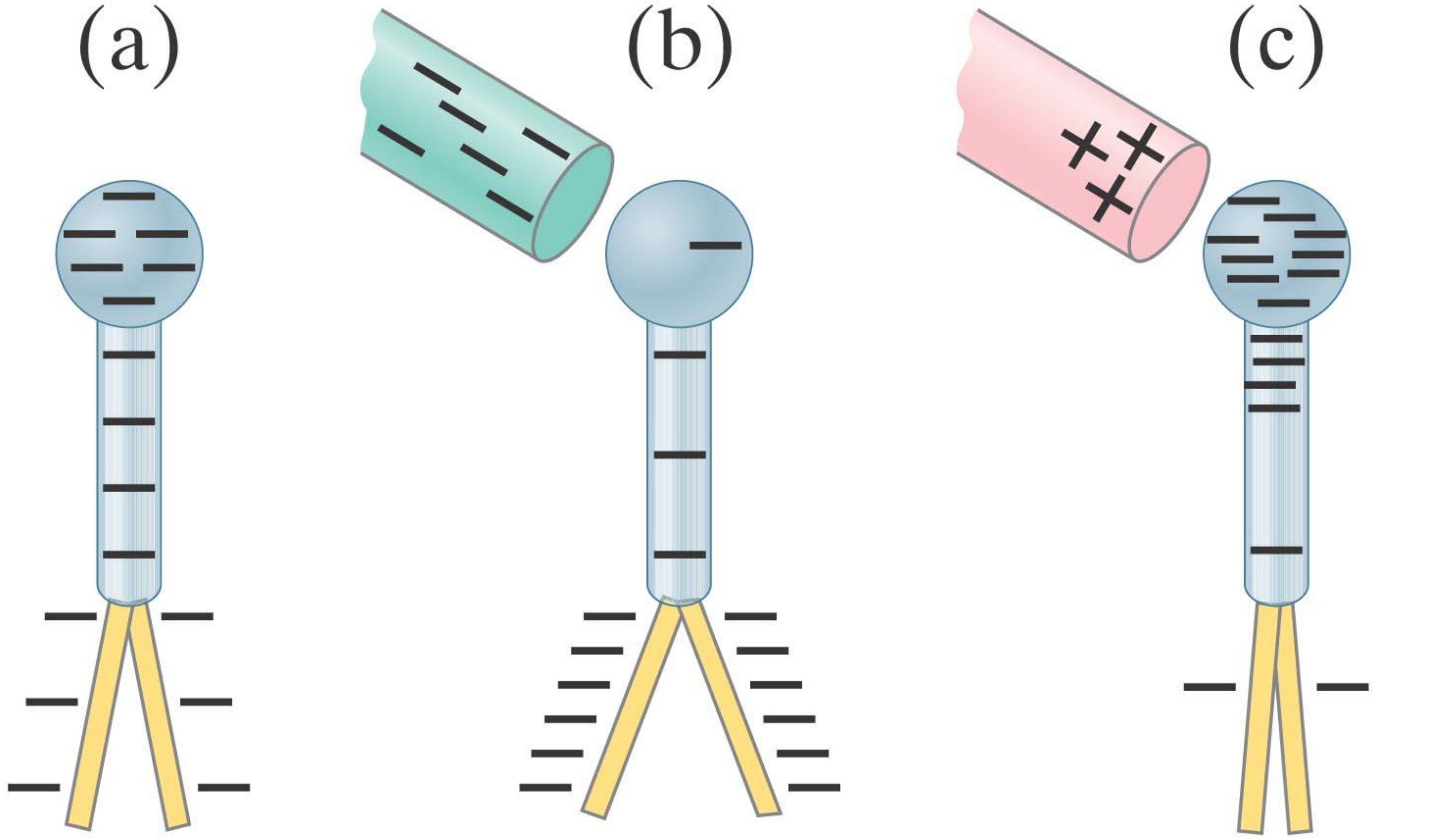
21-4 Επαγόμενο Φορτίο-Ηλεκτροσκόπιο

Το ηλεκτροσκόπιο μπορεί να φορτιστεί είτε με αγωγιμότητα είτε επαγωγικά.



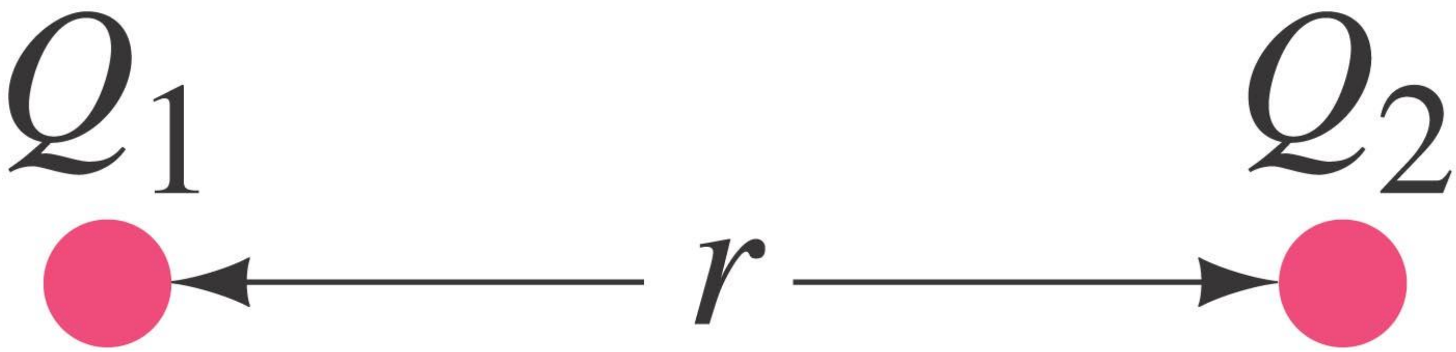
21-4 Επαγόμενο Φορτίο-Ηλεκτροσκόπιο

Ένα φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο μπορεί να προσδιορίσει το πρόσημο ενός άγνωστου φορτίου.



21-5 Νόμος του Coulomb

Πειραματικά βρίσκουμε ότι η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο φορτίων είναι ανάλογη του γινομένου των φορτίων του και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους



21-5 Νόμος του Coulomb

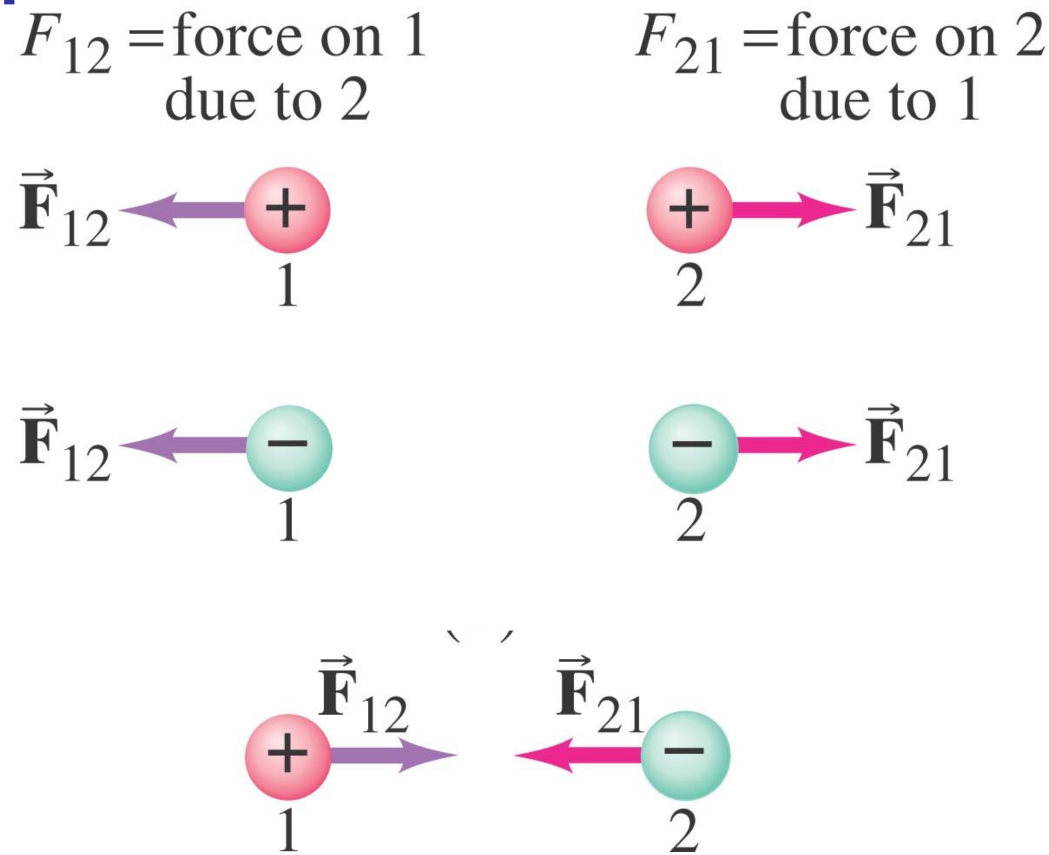
Coulomb’s law:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \qquad \text{[magnitudes]}$$

Η εξίσωση αυτή δίνει το μέγεθος της ηλεκτρικής δύναμης.

21-5 Νόμος του Coulomb

Η διεύθυνση της δύναμης είναι η ευθεία που ενώνει τα δύο φορτία και είναι ελκτική όταν τα φορτία είναι όμοια και απωστική όταν τα φορτία είναι ανόμοια.



21-5 Νόμος του Coulomb

Μονάδα Φορτίου: Coulomb, C.

Η σταθερά αναλογίας του νόμου του Coulomb είναι:

$$k = 8.99 \times 10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}.$$

Τα φορτία που αναπτύσσονται μέσω τριβής είναι της τάξης των microcoulomb:

$$1\ \mu\mathrm{C} = 10^{-6}\ \mathrm{C}.$$

21-5 Νόμος του Coulomb

Το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι:

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}.$$

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι «κβαντισμένο» σε πολλαπλάσια του φορτίου του ηλεκτρονίου.

21-5 Νόμος του Coulomb

Η σταθερά αναλογίας k συνδέεται με την ηλεκτρική διαπερατότητα του κενού ε_0:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

where

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/N \cdot m^2}.$$

21-5 Νόμος του Coulomb

Ποιο από τα δύο φορτία ασκεί μεγαλύτερη δύναμη;

Δύο θετικά σημειακά φορτία, $Q_1 = 50\ \mu\text{C}$ και $Q_2 = 1\ \mu\text{C}$, απέχουν μεταξύ τους ℓ . Ποια δύναμη είναι μεγαλύτερη, αυτή που ασκεί το Q_1 στο Q_2 ή το Q_2 στο Q_1;

RESPONSE From Coulomb's law, the force on Q_1 exerted by Q_2 is

$$F_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{\ell^2}.$$

The force on Q_2 exerted by Q_1 is

$$F_{21} = k\frac{Q_2 Q_1}{\ell^2}$$

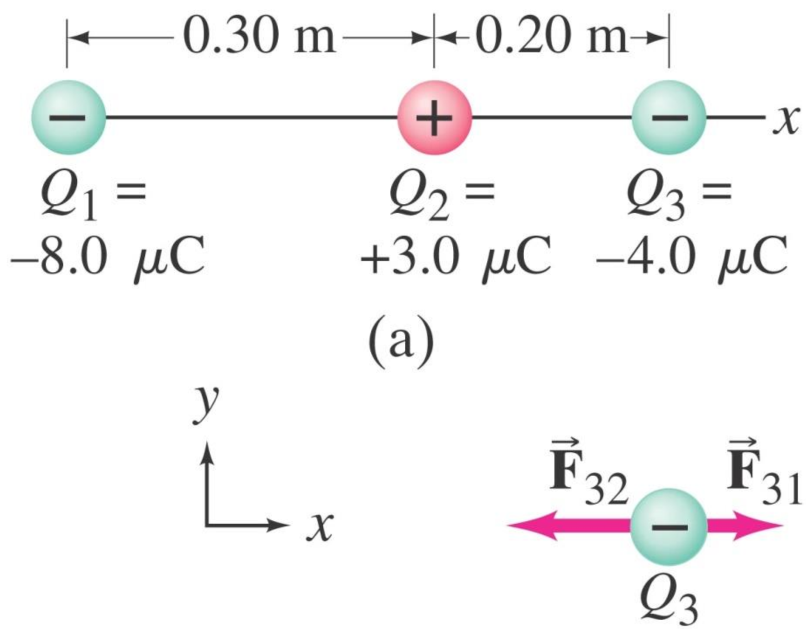
which is the same magnitude. The equation is symmetric with respect to the two charges, so $F_{21} = F_{12}$.

NOTE Newton's third law also tells us that these two forces must have equal magnitude.

EXERCISE B What is the magnitude of F_{12} (and F_{21}) in Example 21–1 if $\ell = 30\,\text{cm}$?

21-5 Ο Νόμος του Coulomb

Δίδονται τα τρία φορτία του σχήματος. Βρείτε την συνολική δύναμη στο Q3.



APPROACH The net force on particle 3 is the vector sum of the force $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ exerted on 3 by particle 1 and the force $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ exerted on 3 by particle 2: $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_{31} + \vec{\mathbf{F}}_{32}$.

SOLUTION The magnitudes of these two forces are obtained using Coulomb's law, Eq. 21–1:

$$F_{31} = k\frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2}$$
$$= \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(8.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.50\,\mathrm{m})^2} = 1.2\,\mathrm{N},$$

where $r_{31} = 0.50\,\mathrm{m}$ is the distance from Q_3 to Q_1. Similarly,

$$F_{32} = k\frac{Q_3 Q_2}{r_{32}^2}$$
$$= \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.20\,\mathrm{m})^2} = 2.7\,\mathrm{N}.$$

Since we were calculating the magnitudes of the forces, we omitted the signs of the charges. But we must be aware of them to get the direction of each force. Let the line joining the particles be the x axis, and we take it positive to the right. Then, because $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ is repulsive and $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ is attractive, the directions of the forces are as shown in Fig. 21–17b: F_{31} points in the positive x direction and F_{32} points in the negative x direction. The net force on particle 3 is then

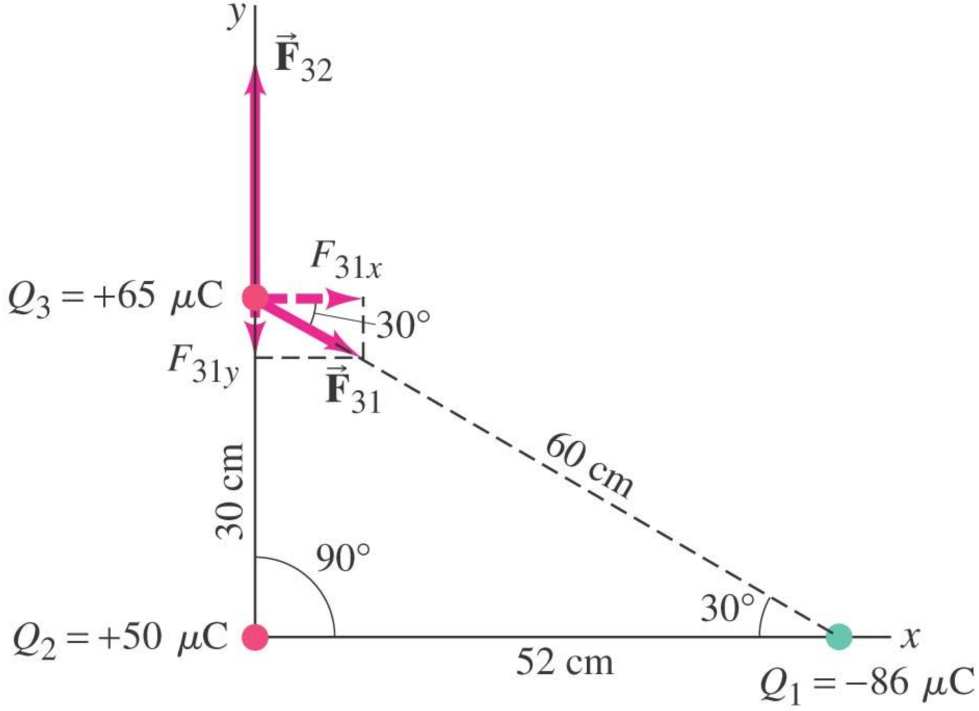
$$F = -F_{32} + F_{31} = -2.7\,\mathrm{N} + 1.2\,\mathrm{N} = -1.5\,\mathrm{N}.$$

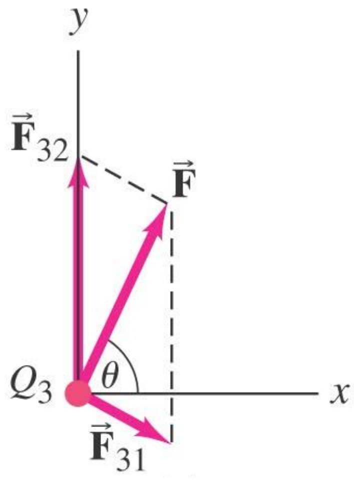
The magnitude of the net force is 1.5 N, and it points to the left.

NOTE Charge Q_1 acts on charge Q_3 just as if Q_2 were not there (this is the principle of superposition). That is, the charge in the middle, Q_2, in no way blocks the effect of charge Q_1 acting on Q_3. Naturally, Q_2 exerts its own force on Q_3.

21-5 Ο Νόμος του Coulomb

Βρείτε την συνολική δύναμη στο Q_3 του σχήματος λόγω των φορτίων Q_1 και Q_2.





APPROACH We use Coulomb's law to find the magnitudes of the individual forces. The direction of each force will be along the line connecting Q_3 to Q_1 or Q_2. The forces $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ have the directions shown in Fig. 21–18a, since Q_1 exerts an attractive force on Q_3, and Q_2 exerts a repulsive force. The forces $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ are *not* along the same line, so to find the resultant force on Q_3 we resolve $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ into x and y components and perform the vector addition.

SOLUTION The magnitudes of $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ are (ignoring signs of the charges since we know the directions)

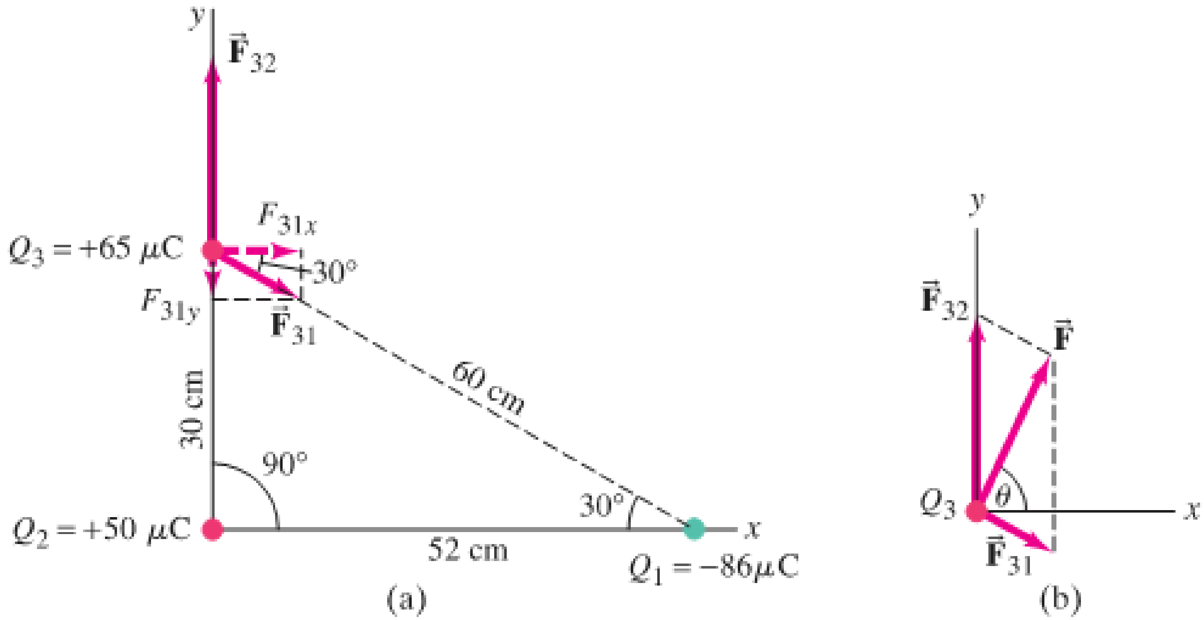
$$F_{31} = k\frac{Q_3Q_1}{r_{31}^2} = \frac{(9.0\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(6.5\times10^{-5}\,\mathrm{C})(8.6\times10^{-5}\,\mathrm{C})}{(0.60\,\mathrm{m})^2} = 140\,\mathrm{N},$$

$$F_{32} = k\frac{Q_3Q_2}{r_{32}^2} = \frac{(9.0\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(6.5\times10^{-5}\,\mathrm{C})(5.0\times10^{-5}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} = 330\,\mathrm{N}.$$

We resolve $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ into its components along the x and y axes, as shown in Fig. 21–18a:

$$F_{31x} = F_{31}\cos 30° = (140\,\mathrm{N})\cos 30° = 120\,\mathrm{N},$$

$$F_{31y} = -F_{31}\sin 30° = -(140\,\mathrm{N})\sin 30° = -70\,\mathrm{N}.$$



FIGU
for E:
the in
$\vec{F}_{32}$ is
direct
are bo
(Q_3 ar
towar
net fo

The force $\vec{F}_{32}$ has only a y component. So the net force $\vec{F}$ on Q_3 has components

$$F_x = F_{31x} = 120\ \text{N},$$
$$F_y = F_{32} + F_{31y} = 330\ \text{N} - 70\ \text{N} = 260\ \text{N}.$$

The magnitude of the net force is

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(120\ \text{N})^2 + (260\ \text{N})^2} = 290\ \text{N};$$

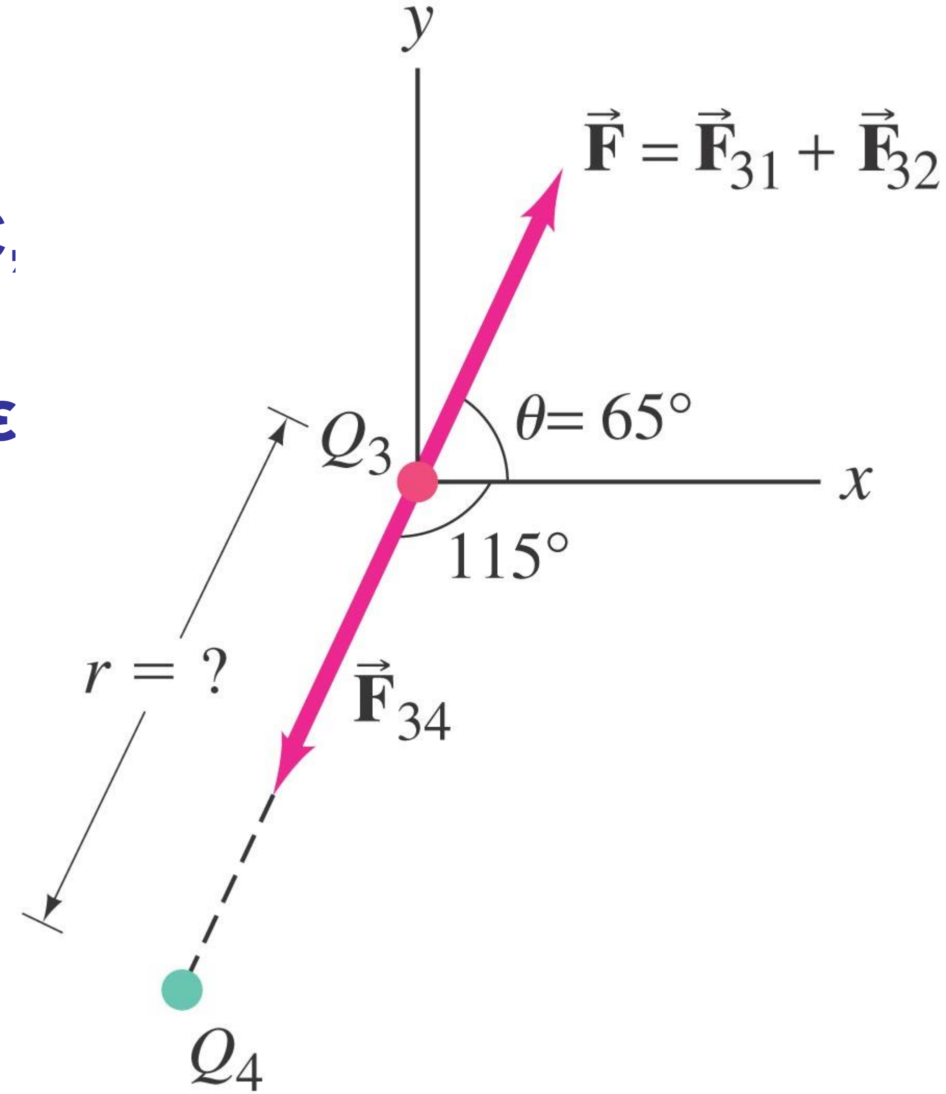
and it acts at an angle θ (see Fig. 21–18b) given by

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{260\ \text{N}}{120\ \text{N}} = 2.2,$$

so $\theta = \tan^{-1}(2.2) = 65°$.

NOTE Because $\vec{F}_{31}$ and $\vec{F}_{32}$ are not along the same line, the magnitude of $\vec{F}_3$ is not equal to the sum (or difference as in Example 21–2) of the separate magnitudes.

Στο σχήμα βρείτε που πρέπει να τοποθετηθεί το τέταρτο φορτίο, Q_4 = -50 μC, ώστε η συνολική δύναμη στο φορτίο Q_3 να μηδενιστε

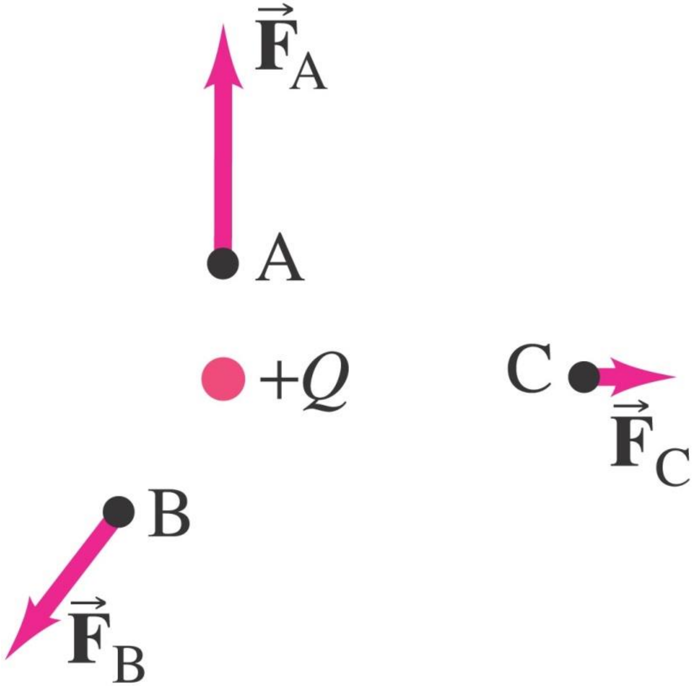


RESPONSE By the principle of superposition, we need a force in exactly the opposite direction to the resultant $\vec{F}$ due to Q_2 and Q_1 that we calculated in Example 21–3, Fig. 21–18b. Our force must have magnitude 290 N, and must point down and to the left of Q_3 in Fig. 21–18b. So Q_4 must be along this line. See Fig. 21–19.

21-6 Το Ηλεκτρικό Πεδίο

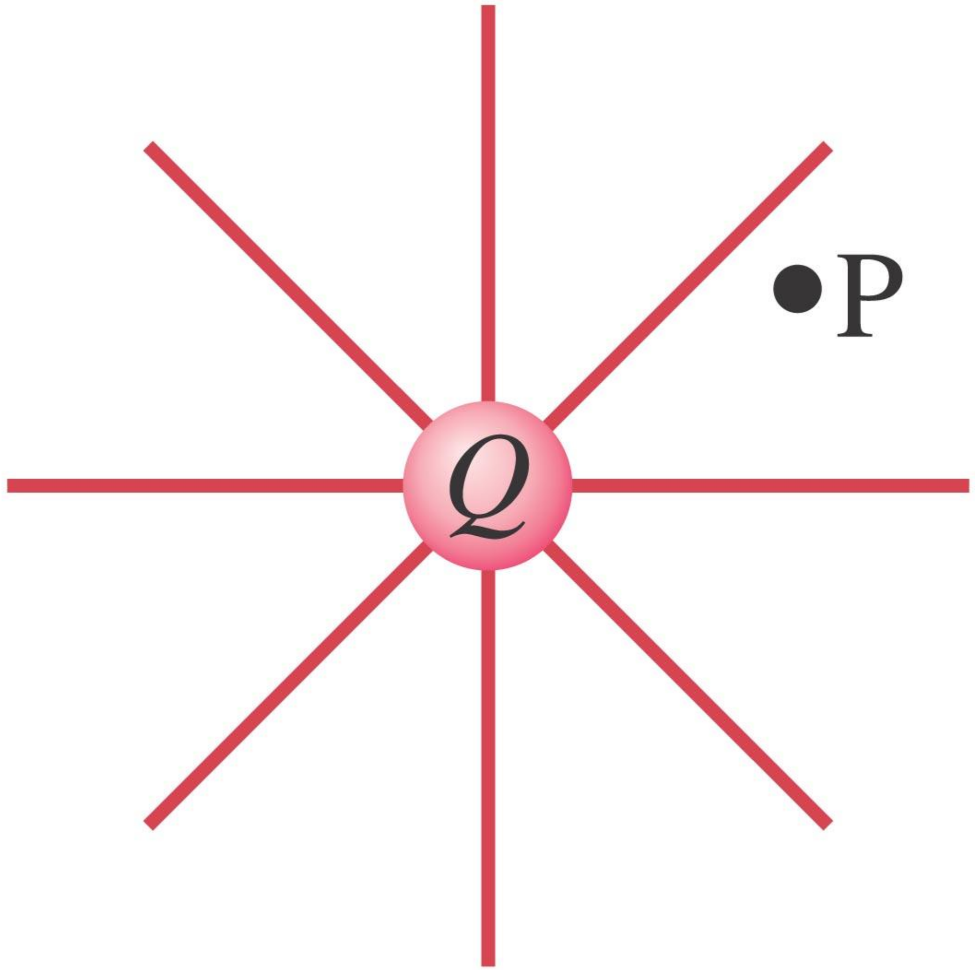
Το Ηλεκτρικό Πεδίο είναι ο λόγος της Ηλεκτρικής Δύναμης ως προς το φορτίο:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q}.$$



21-6 Ηλεκτρικό Πεδίο

Κάθε φορτίο έχει γύρω του (δημιουργεί) ένα ηλεκτρικό πεδίο



21-6 Ηλεκτρικό Πεδίο

Για σημειακό φορτίο:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{kqQ/r^2}{q}$$

$$E = k\frac{Q}{r^2}; \qquad \text{[single point charge]}$$

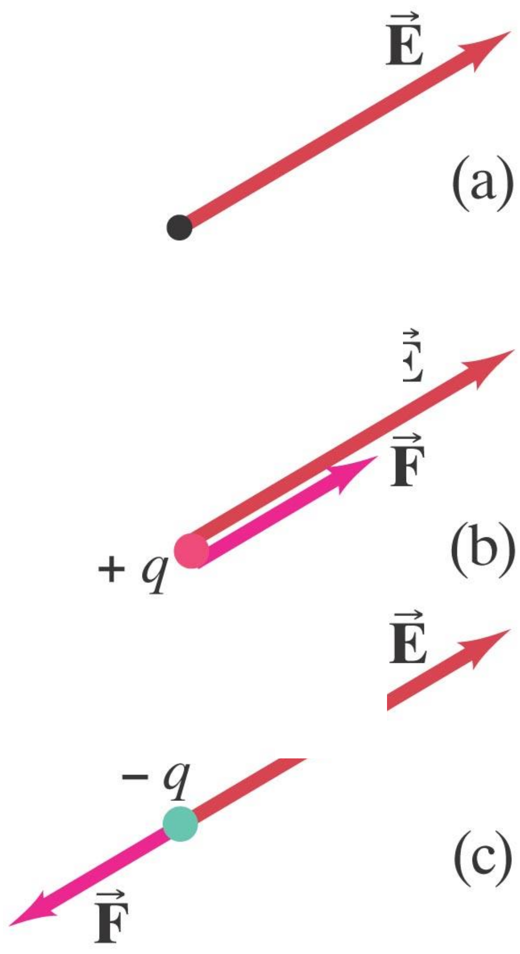
or, in terms of ϵ_0 as in Eq. 21–2 $\left(k = 1/4\pi\epsilon_0\right)$:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}. \qquad \text{[single point charge]}$$

21-6 Ηλεκτρικό Πεδίο

Η δύναμη που ασκείτε σε ένα φορτίο λόγω του Ηλεκτρικού Πεδίου είναι:

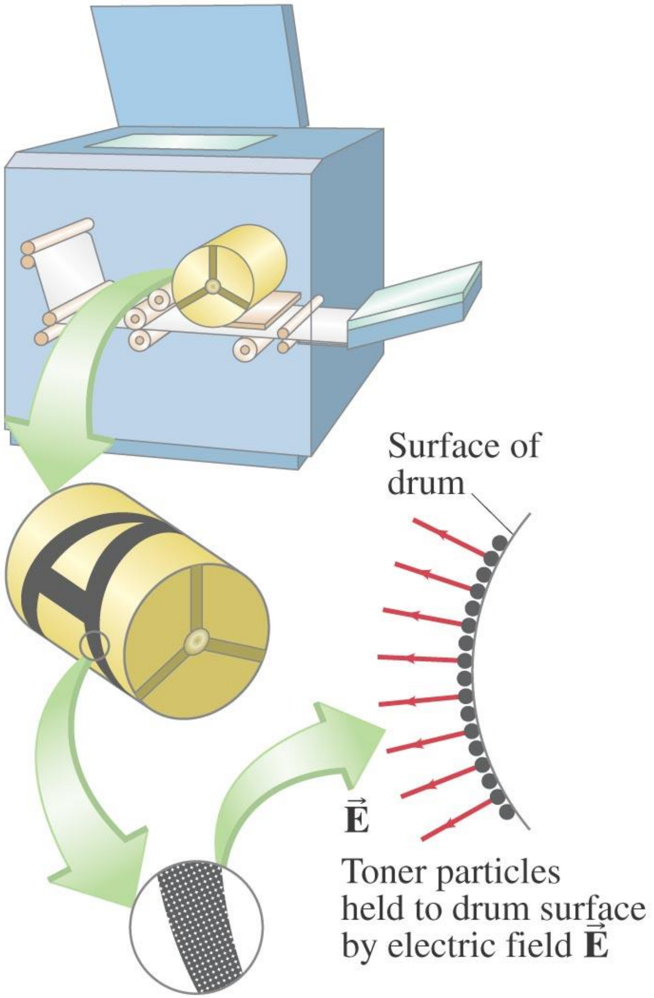
$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}.$$



21-6 Ηλεκτρικό Πεδίο

Το Φωτοτυπικό Μηχάνημα.

Η λειτουργία του φωτοτυπικού βασίζεται στην ευθυγράμμιση (διαρρύθμιση) θετικών φορτίων (σε κάποιο σχέδιο που επιθυμούμε να αντιγράψουμε) πάνω στην επιφάνεια ενός κυλίνδρου και στη συνέχεια την εναπόθεση αρνητικά φορτισμένων σταγονιδίων από μελάνι πάνω του. Τα σταγονίδια του μελανιού προσωρινά προσκολλιούνται στο σχέδιο του κυλίνδρου τα οποία στην συνέχεια εναποτίθενται πάνω στο χαρτί «λιώνοντάς τα». Εάν υποθέσουμε ότι η μάζα κάθε σταγονιδίου μελανιού είναι 9.0×10^{-16} kg και φέρει περί τα 20 ηλεκτρόνια περίσσια, και ότι η δύναμη πάνω στο σταγονίδιο πρέπει να είναι τουλάχιστον διπλάσια από το βάρος του, βρείτε την το μέγεθος του ηλεκτρικού πεδίου που απαιτείται κοντά στην επιφάνεια του κυλίνδρου.



APPROACH The electric force on a toner particle of charge $q = 20e$ is $F = qE$, where E is the needed electric field. This force needs to be at least as great as twice the weight (mg) of the particle.

SOLUTION The minimum value of electric field satisfies the relation

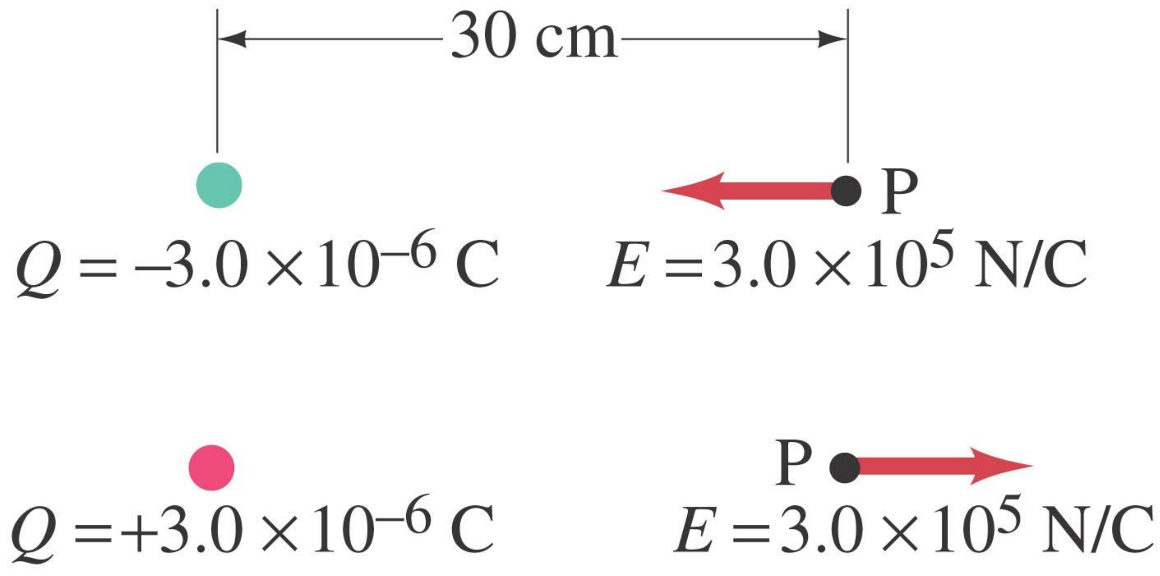
$$qE = 2mg$$

where $q = 20e$. Hence

$$E = \frac{2mg}{q} = \frac{2(9.0 \times 10^{-16}\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})}{20(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})} = 5.5 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}.$$

21-6 Ηλεκτρικό Πεδίο

Βρείτε το μέγεθος και διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P που απέχει 30 cm δεξιά από το φορτίο Q = -3.0 x 10^{-6} C.



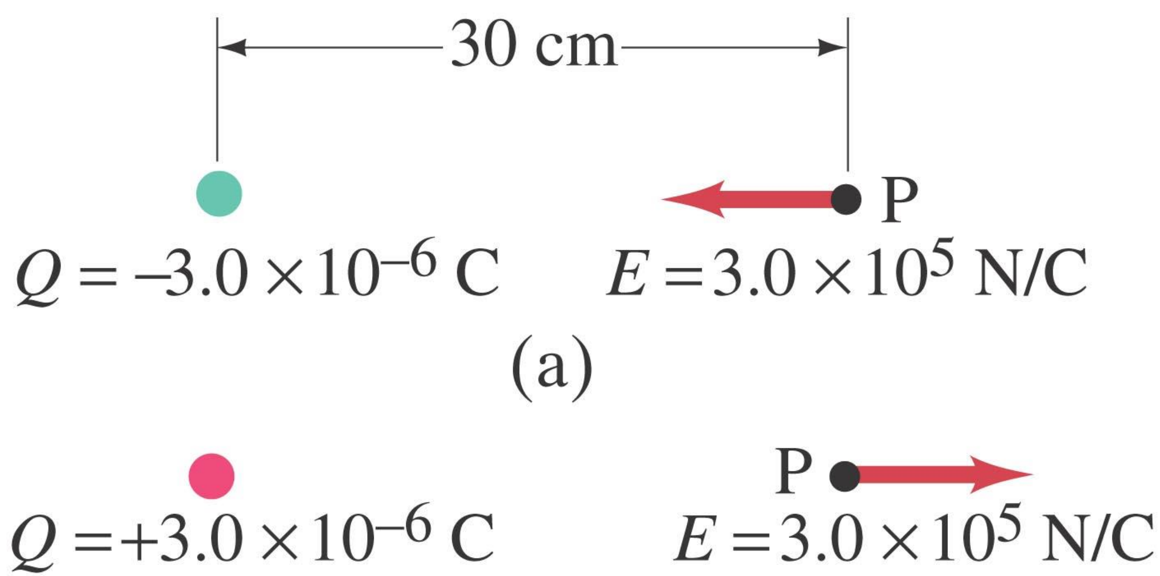
APPROACH The magnitude of the electric field due to a single point charge is given by Eq. 21–4. The direction is found using the sign of the charge Q.

SOLUTION The magnitude of the electric field is:

$$E = k\frac{Q}{r^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} = 3.0 \times 10^5\,\mathrm{N/C}.$$

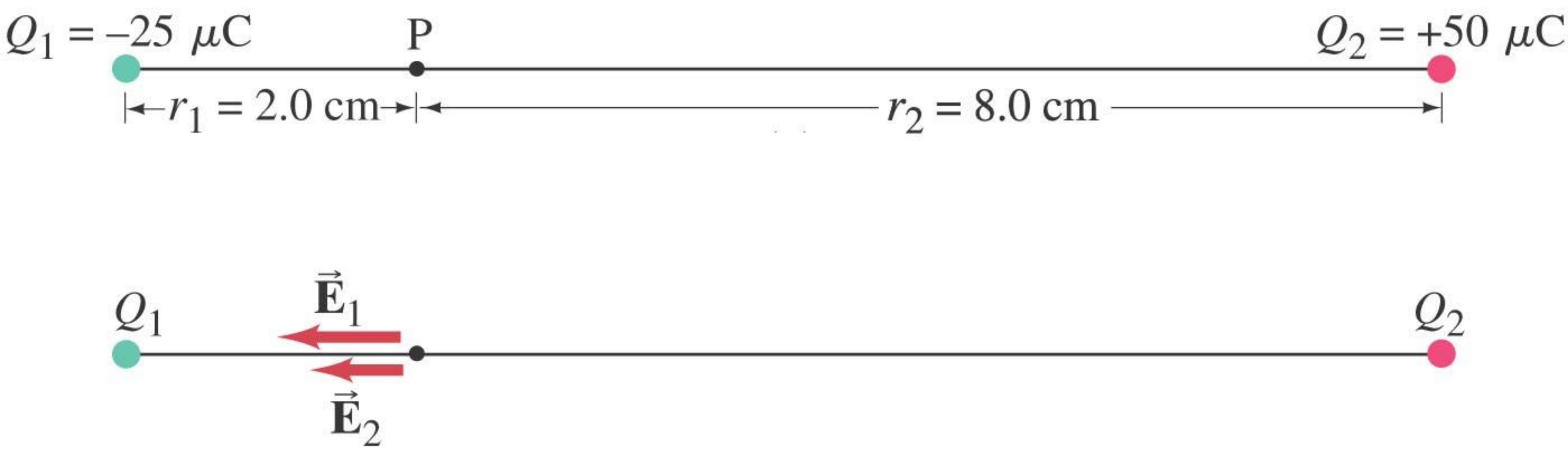
The direction of the electric field is *toward* the charge Q, to the left as shown in Fig. 21–25a, since we defined the direction as that of the force on a positive test charge which here would be attractive. If Q had been positive, the electric field would have pointed away, as in Fig. 21–25b.

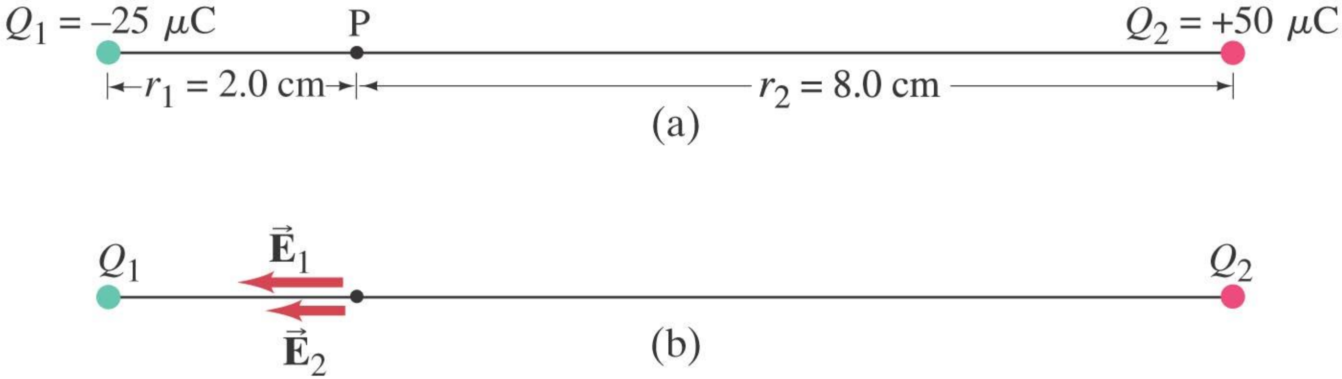
NOTE There is no electric charge at point P. But there is an electric field there. The only real charge is Q.



21-6 Το Ηλεκτρικό Πεδίο

Δύο φορτία απέχουν μεταξύ τους 10.0 cm. Το ένα έχει φορτίο -25 *μ*C και το άλλο +50 *μ*C. (a) Βρείτε την τιμή του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P που βρίσκεται 2.0 cm από το αρνητικό φορτίο. (b) Εάν ένα ηλεκτρόνιο (mass = 9.11 x 10^{-31} kg) βρεθεί ακίνητο στο σημείο P ποια θα είναι η αρχική του επιτάχυνση (μέτρο και διεύθυνση);





APPROACH The electric field at P will be the vector sum of the fields created separately by Q_1 and Q_2. The field due to the negative charge Q_1 points toward Q_1, and the field due to the positive charge Q_2 points away from Q_2. Thus both fields point to the left as shown in Fig. 21–26b and we can add the magnitudes of the two fields together algebraically, ignoring the signs of the charges. In (*b*) we use Newton's second law $(F = ma)$ to determine the acceleration, where $F = qE$ (Eq. 21–5).

SOLUTION (*a*) Each field is due to a point charge as given by Eq. 21–4, $E = kQ/r^2$. The total field is

$$\begin{aligned} E &= k\frac{Q_1}{r_1^2} + k\frac{Q_2}{r_2^2} = k\left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2}\right) \\ &= \left(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(\frac{25 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}}{\left(2.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2} + \frac{50 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}}{\left(8.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2}\right) \\ &= 6.3 \times 10^8\,\mathrm{N/C}. \end{aligned}$$

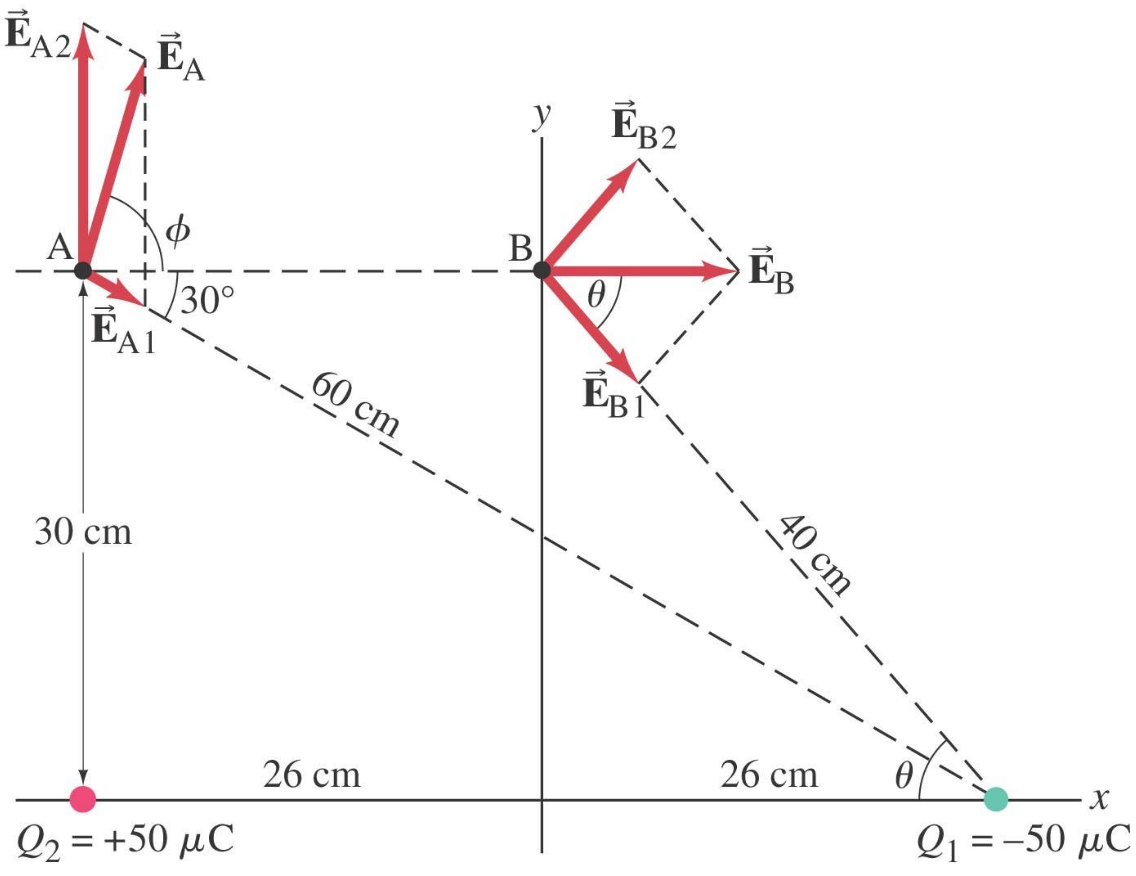
(*b*) The electric field points to the left, so the electron will feel a force to the *right* since it is negatively charged. Therefore the acceleration $a = F/m$ (Newton's second law) will be to the right. The force on a charge q in an electric field E is $F = qE$ (Eq. 21–5). Hence the magnitude of the acceleration is

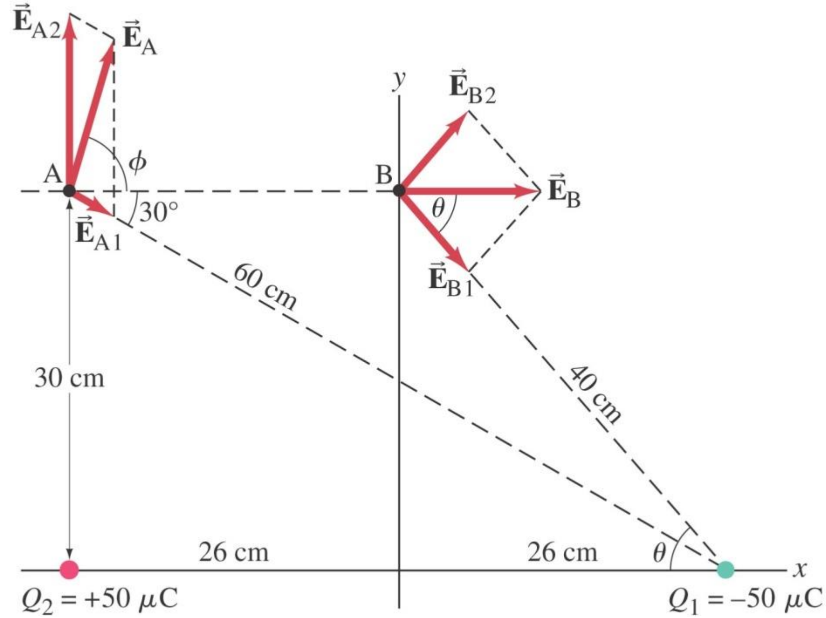
$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{\left(1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}\right)\left(6.3 \times 10^8\,\mathrm{N/C}\right)}{9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}} = 1.1 \times 10^{20}\,\mathrm{m/s^2}.$$

NOTE By carefully considering the directions of *each* field ($\vec{\mathbf{E}}_1$ and $\vec{\mathbf{E}}_2$) before doing any calculations, we made sure our calculation could be done simply and correctly.

21-6 Το Ηλεκτρικό πεδίο

Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ για (a) στο σημείο A και (b) στο σημείο B του σχήματος εξ αιτίας των φορτίων, Q_1 και Q_2.





EXAMPLE 21–8 **$\vec{E}$ above two point charges.** Calculate the total electric field (*a*) at point A and (*b*) at point B in Fig. 21–27 due to both charges, Q_1 and Q_2.

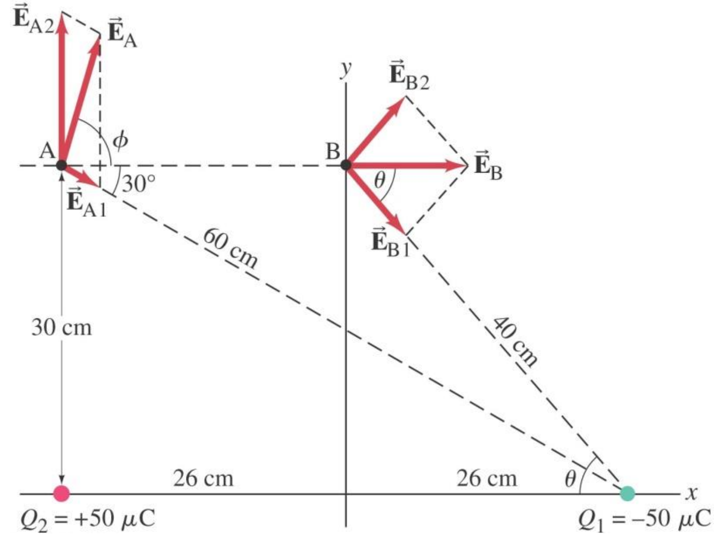
APPROACH The calculation is much like that of Example 21–3, except now we are dealing with electric fields instead of force. The electric field at point A is the vector sum of the fields $\vec{E}_{A1}$ due to Q_1, and $\vec{E}_{A2}$ due to Q_2. We find the magnitude of the field produced by each point charge, then we add their components to find the total field at point A. We do the same for point B.

SOLUTION (*a*) The magnitude of the electric field produced at point A by each of the charges Q_1 and Q_2 is given by $E = kQ/r^2$, so

$$E_{A1} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2})(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.60\,\mathrm{m})^2} = 1.25 \times 10^6\,\mathrm{N/C},$$

$$E_{A2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2})(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} = 5.0 \times 10^6\,\mathrm{N/C}.$$

The direction of E_{A1} points from A toward Q_1 (negative charge), whereas E_{A2} points



from A away from Q_2, as shown; so the total electric field at A, $\vec{E}_A$, has components

$$E_{Ax} = E_{A1}\cos 30° = 1.1 \times 10^6\ \text{N/C},$$
$$E_{Ay} = E_{A2} - E_{A1}\sin 30° = 4.4 \times 10^6\ \text{N/C}.$$

Thus the magnitude of $\vec{E}_A$ is

$$E_A = \sqrt{(1.1)^2 + (4.4)^2} \times 10^6\ \text{N/C} = 4.5 \times 10^6\ \text{N/C},$$

and its direction is ϕ given by $\tan\phi = E_{Ay}/E_{Ax} = 4.4/1.1 = 4.0$, so $\phi = 76°$.

(*b*) Because B is equidistant from the two equal charges (40 cm by the Pythagorean theorem), the magnitudes of E_{B1} and E_{B2} are the same; that is,

$$E_{B1} = E_{B2} = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(50 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.40\ \text{m})^2}$$
$$= 2.8 \times 10^6\ \text{N/C}.$$

Also, because of the symmetry, the y components are equal and opposite, and so cancel out. Hence the total field E_B is horizontal and equals $E_{B1}\cos\theta + E_{B2}\cos\theta = 2E_{B1}\cos\theta$. From the diagram, $\cos\theta = 26\ \text{cm}/40\ \text{cm} = 0.65$. Then

$$E_B = 2E_{B1}\cos\theta = 2(2.8 \times 10^6\ \text{N/C})(0.65)$$
$$= 3.6 \times 10^6\ \text{N/C},$$

and the direction of $\vec{E}_B$ is along the $+x$ direction.

NOTE We could have done part (*b*) in the same way we did part (*a*). But symmetry allowed us to solve the problem with less effort.

21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

Μια συνεχής κατανομή φορτίων μπορεί να θεωρηθεί ως άθροισμα απειροελάχιστων (σημειακών) φορτίων. Το συνολικό πεδίο είναι το ολοκλήρωμα των πεδίων κάθε σημειακού φορτίου:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2}.$$

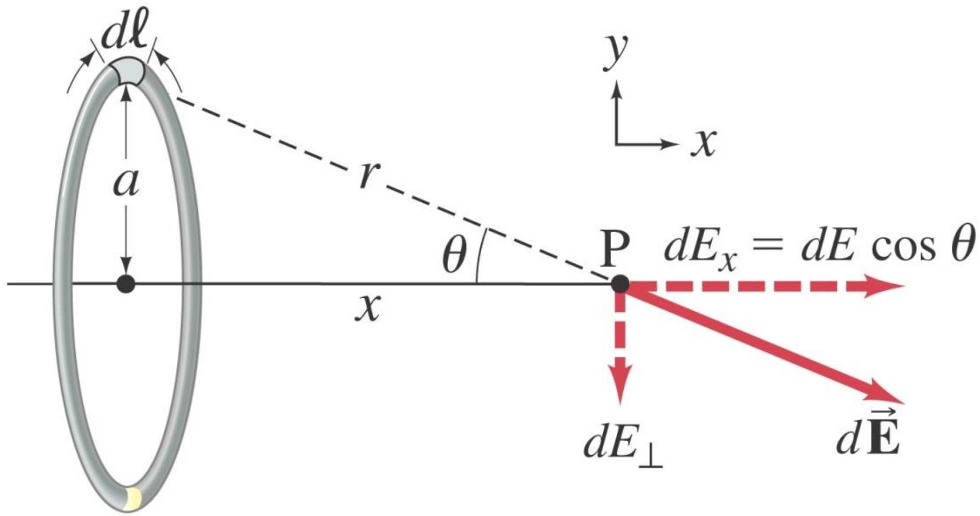
$$\vec{\mathbf{E}} = \int d\vec{\mathbf{E}}.$$

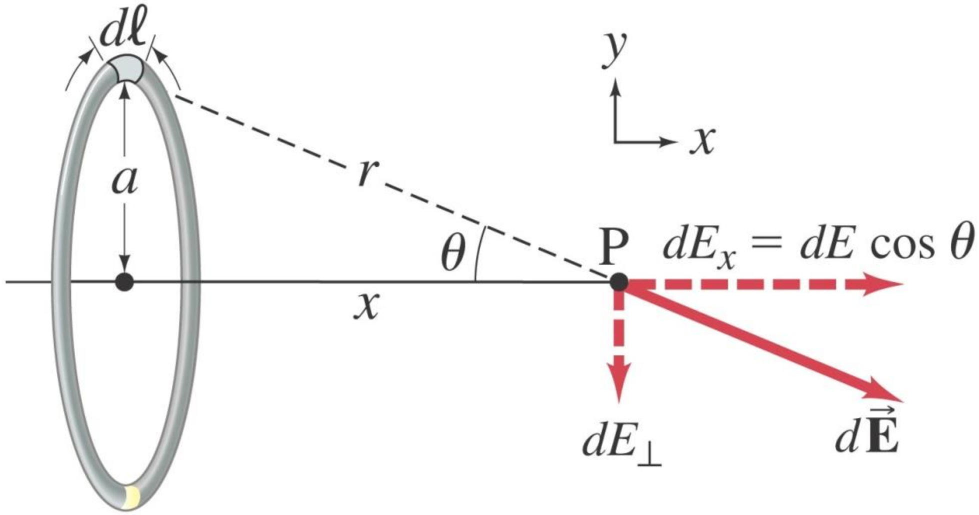
Προσοχή! Το πεδίο είναι διανυσματική ποσότητα και επομένως το ολοκλήρωμα είναι πολλαπλό, ένα για κάθε διάσταση.

21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

Example 21-9: Φορτισμένο Δακτυλίδι.

Ένα λεπτό δακτυλίδι με ακτίνα a έχει συνολικό φορτίο $+Q$ κατανεμημένο ομοιόμορφα. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P πάνω στο άξονα συμμετρίας του σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλιδιού. Ορίζουμε λ το φροτίο ανά μονάδα μήκους (C/m).





APPROACH AND SOLUTION We explicitly follow the steps of the Problem Solving Strategy on page 571.

1. **Draw** a careful **diagram**. The **direction** of the electric field due to one infinitesimal length $d\ell$ of the charged ring is shown in Fig. 21–28.
2. **Apply Coulomb's law**. The electric field, $d\vec{\mathbf{E}}$, due to this particular segment of the ring of length $d\ell$ has magnitude

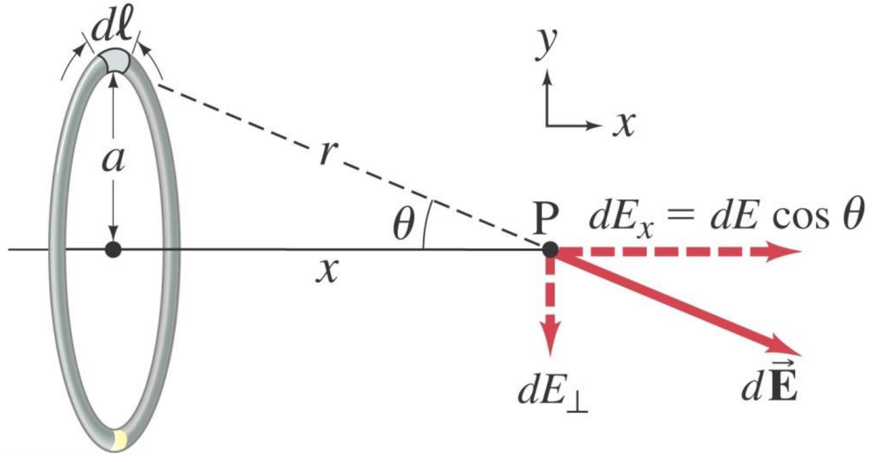
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2}.$$

The whole ring has length (circumference) of $2\pi a$, so the charge on a length $d\ell$ is

$$dQ = Q\left(\frac{d\ell}{2\pi a}\right) = \lambda\, d\ell$$

where $\lambda = Q/2\pi a$ is the charge per unit length. Now we write dE as

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, d\ell}{r^2}.$$



3. Add **vectorially** and use **symmetry**: The vector $d\vec{\mathbf{E}}$ has components dE_x along the x axis and $dE_\perp$ perpendicular to the x axis (Fig. 21–28). We are going to sum (integrate) around the entire ring. We note that an equal-length segment diametrically opposite the $d\ell$ shown will produce a $d\vec{\mathbf{E}}$ whose component perpendicular to the x axis will just cancel the $dE_\perp$ shown. This is true for all segments of the ring, so by symmetry $\vec{\mathbf{E}}$ will have zero y component, and so we need only sum the x components, dE_x. The total field is then

$$E = E_x = \int dE_x = \int dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\lambda\int\frac{d\ell}{r^2}\cos\theta.$$

Since $\cos\theta = x/r$, where $r = (x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}$, we have

$$E = \frac{\lambda}{(4\pi\epsilon_0)}\frac{x}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi a} d\ell = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda x(2\pi a)}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

4. To **check reasonableness**, note that at great distances, $x \gg a$, this result reduces to $E = Q/(4\pi\epsilon_0 x^2)$. We would expect this result because at great distances the ring would appear to be a point charge ($1/r^2$ dependence). Also note that our result gives $E = 0$ at $x = 0$, as we might expect because all components will cancel at the center of the circle.

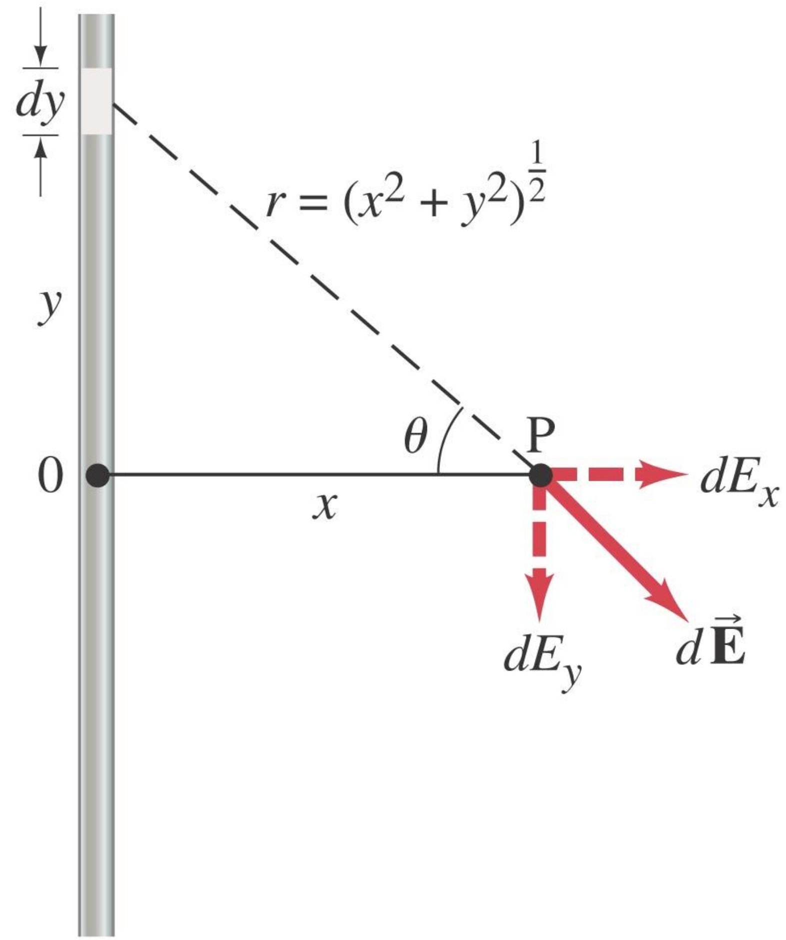
21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

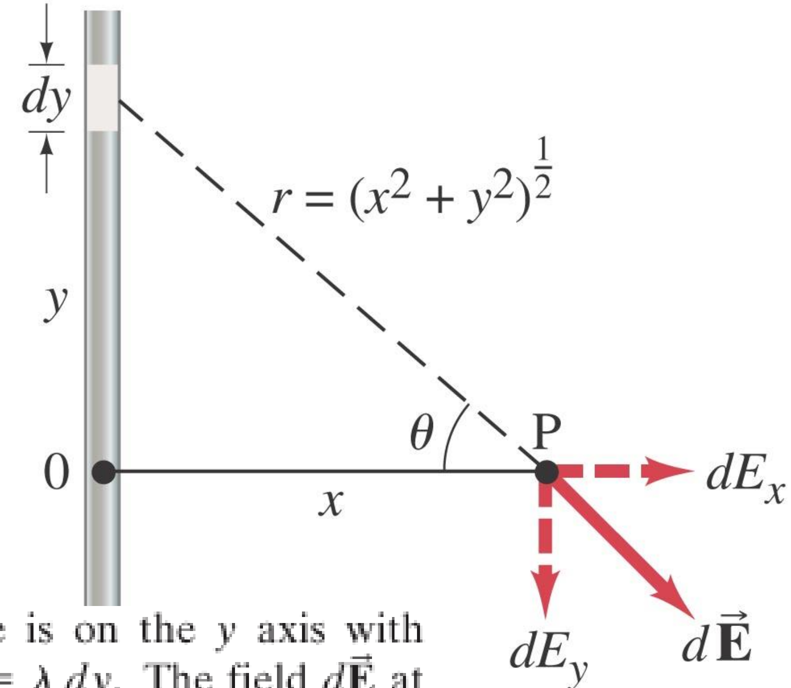
Φανταστείτε ένα μικρό θετικό φορτίο στο κέντρο ενός πλαστικού δακτυλιδιού που φέρει ομοιόμορφο αρνητικό φορτίο. Βρίσκεται σε ισορροπία; Τι θα συμβεί εάν το μετατοπίσουμε ελάχιστα από το κέντρο; Τι αλλάζει εάν το φορτίο είναι αρνητικό; (αγνοήστε την βαρύτητα)

RESPONSE The positive charge is in equilibrium because there is no net force on it, by symmetry. If the positive charge moves away from the center of the ring along the axis in either direction, the net force will be back towards the center of the ring and so the charge is in *stable* equilibrium. A negative charge at the center of the ring would feel no net force, but is in *unstable* equilibrium because if it moved along the ring's axis, the net force would be away from the ring and the charge would be pushed farther away.

21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο P σε απόσταση x από ένα μακρύ καλώδιο με ομοιόμορφο φορτίο. Υποθέτουμε ότι η απόσταση x είναι πολύ μικρότερη από το μήκος του καλωδίου και ότι λ είναι το φορτίο ανά μονάδα μήκους (C/m).





APPROACH We set up a coordinate system so the wire is on the y axis with origin 0 as shown. A segment of wire dy has charge $dQ = \lambda\, dy$. The field $d\vec{\mathbf{E}}$ at point P due to this length dy of wire (at y) has magnitude

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, dy}{(x^2 + y^2)},$$

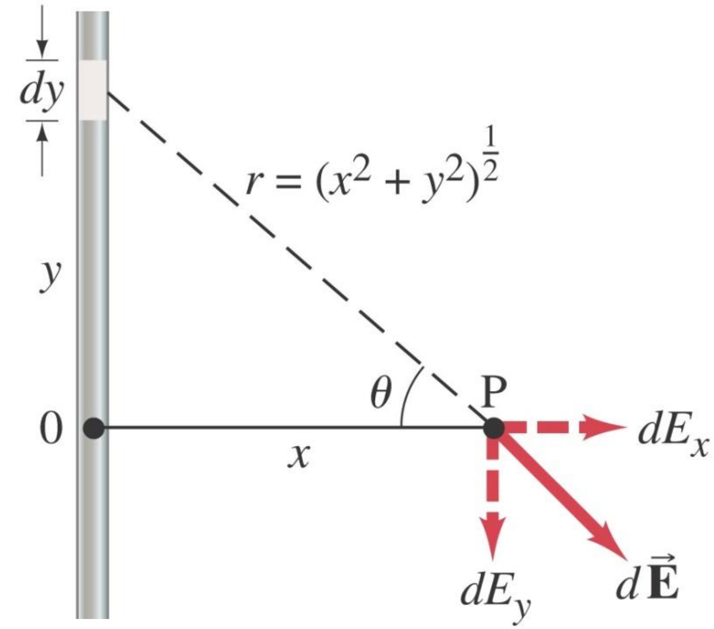
where $r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ as shown in Fig. 21–29. The vector $d\vec{\mathbf{E}}$ has components dE_x and dE_y as shown where $dE_x = dE\cos\theta$ and $dE_y = dE\sin\theta$.

SOLUTION Because 0 is at the midpoint of the wire, the y component of $\vec{\mathbf{E}}$ will be zero since there will be equal contributions to $E_y = \int dE_y$ from above and below point 0:

$$E_y = \int dE\sin\theta = 0.$$

Thus we have

$$E = E_x = \int dE\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\cos\theta\, dy}{x^2 + y^2}.$$



The integration here is over y, along the wire, with x treated as constant. We must now write θ as a function of y, or y as a function of θ. We do the latter: since $y = x\tan\theta$, then $dy = x\,d\theta/\cos^2\theta$. Furthermore, because $\cos\theta = x/\sqrt{x^2+y^2}$, then $1/(x^2+y^2) = \cos^2\theta/x^2$ and our integrand above is $(\cos\theta)(x\,d\theta/\cos^2\theta)(\cos^2\theta/x^2) = \cos\theta\,d\theta/x$. Hence

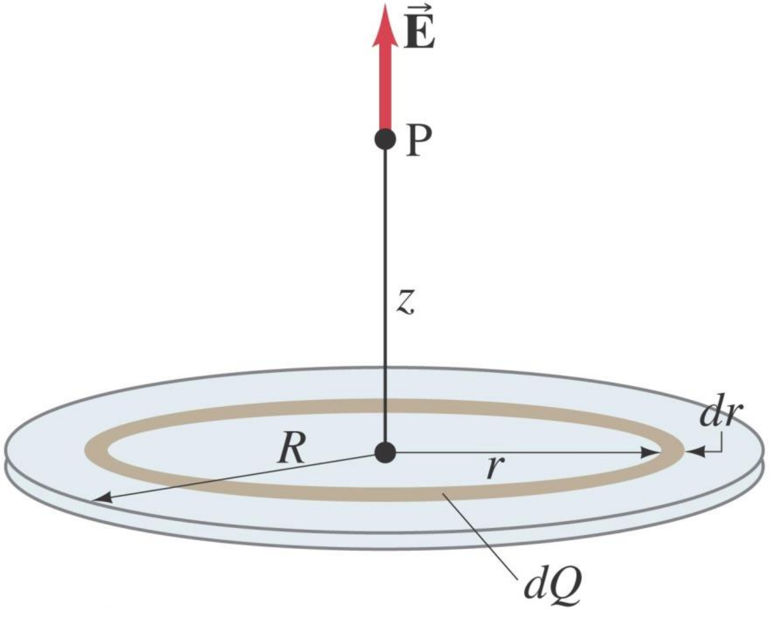
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 x}(\sin\theta)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{x},$$

where we have assumed the wire is extremely long in both directions ($y \to \pm\infty$) which corresponds to the limits $\theta = \pm\pi/2$. Thus the field near a long straight wire of uniform charge decreases inversely as the first power of the distance from the wire.

NOTE This result, obtained for an infinite wire, is a good approximation for a wire of finite length as long as x is small compared to the distance of P from the ends of the wire.

21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

Ένας δίσκος με ακτίνα R έχει ομοιόμορφο φορτίο. Το φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας C/m²) είναι σ. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P πάνω στο άξονα συμμετρίας που βρίσκεται σε απόσταση z από το κέντρο του δίσκου.



APPROACH We can think of the disk as a set of concentric rings. We can then apply the result of Example 21–9 to each of these rings, and then sum over all the rings.

SOLUTION For the ring of radius r shown in Fig. 21–30, the electric field has magnitude (see result of Example 21–9)

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{z\,dQ}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

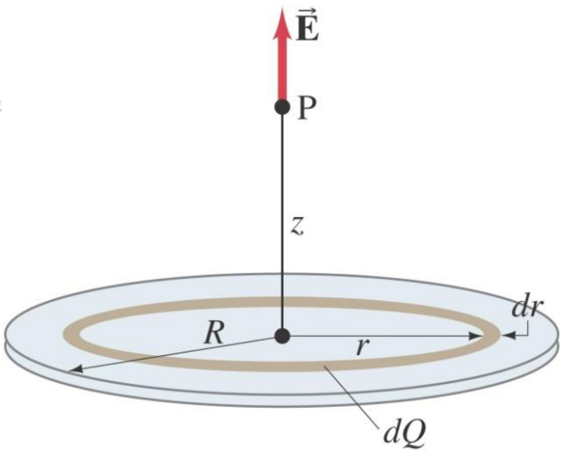
where we have written dE (instead of E) for this thin ring of total charge dQ. The ring has area $(dr)(2\pi r)$ and charge per unit area $\sigma = dQ/(2\pi r\,dr)$. We solve this for dQ ($= \sigma\,2\pi r\,dr$) and insert it in the equation above for dE:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{z\sigma 2\pi r\,dr}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z\sigma r\,dr}{2\epsilon_0(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Now we sum over all the rings, starting at $r = 0$ out to the largest with $r =$

$$E = \frac{z\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z\sigma}{2\epsilon_0}\left[-\frac{1}{(z^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^R$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$



This gives the magnitude of $\vec{\mathbf{E}}$ at any point z along the axis of the disk. The direction of each $d\vec{\mathbf{E}}$ due to each ring is along the z axis (as in Example 21–9), and therefore the direction of $\vec{\mathbf{E}}$ is along z. If Q (and σ) are positive, $\vec{\mathbf{E}}$ points away from the disk; if Q (and σ) are negative, $\vec{\mathbf{E}}$ points toward the disk.

$$\frac{z}{\sqrt{z^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{z^2}+1}}$$ **Εάν** $$\frac{1}{z^2} = x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)' = -\frac{1}{(x+1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$Taylor\ f(x) = f(0) + f'(0)\cdot x + \cdots$$

$$f(x) = 1 - x + \cdots = 1 - \frac{1}{z^2}$$

Έτσι το πεδίο λαμβάνει την μορφή

$$\mathbf{E} \sim \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(1 - 1 + \frac{1}{z^2}\right) = \frac{A}{z^2}$$

21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

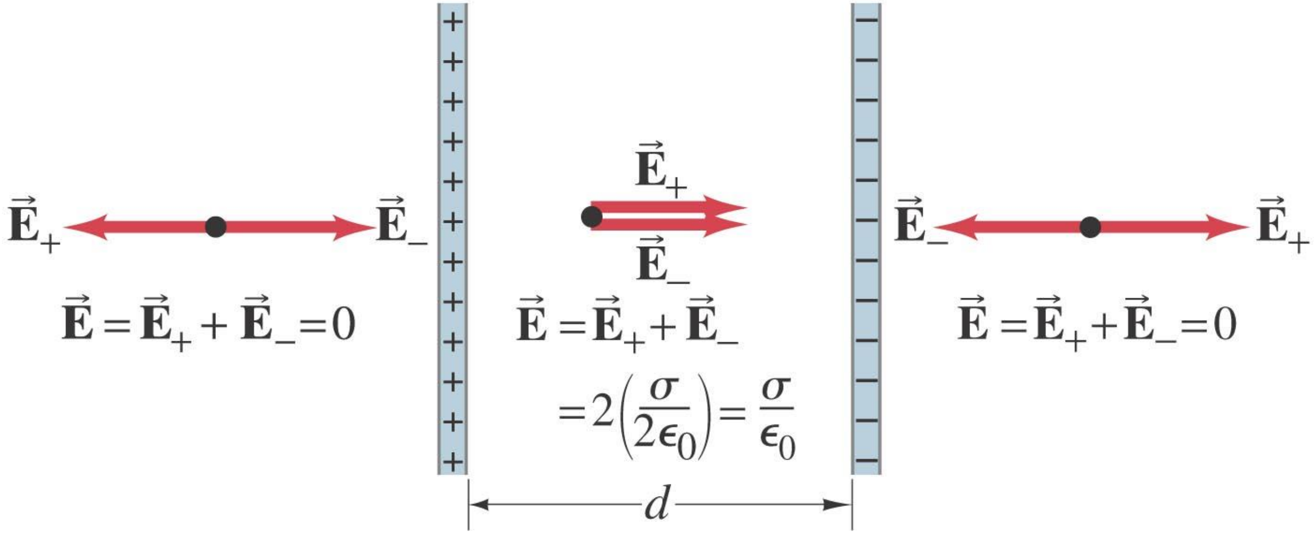
Στο προηγούμενο παράδειγμα εάν $z << R$, δηλ. πολύ κοντά στο δίσκο το ηλεκτρικό πεδίο είναι :

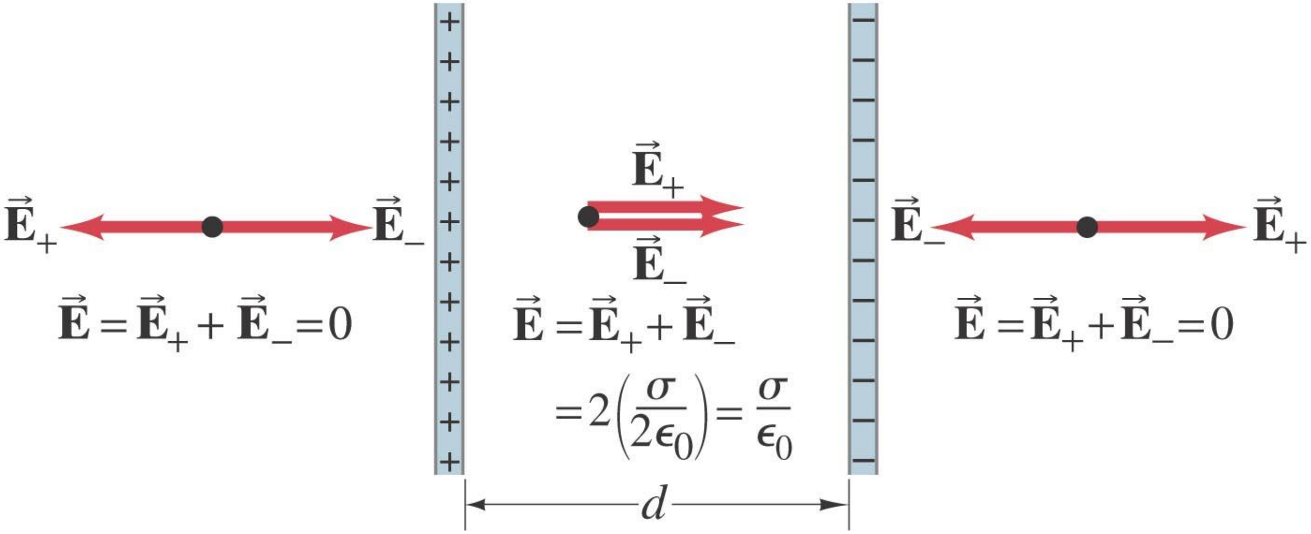
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \qquad \text{[infinite plane]}$$

Το αποτέλεσμα είναι το πεδίο ενός επιπέδου «άπειρων» διαστάσεων.

21-7 Υπολογισμός Ηλεκτρικού Πεδίου για Συνεχή Κατανομή Φορτίων

Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο που σχηματίζουν δύο παράλληλες πλάκες (πολύ λεπτές) που απέχουν d μεταξύ τους, απόσταση η οποία είναι πολύ μικρότερη από τις διαστάσεις των πλακών (οπλισμών). Η μια πλάκα έχει ομοιόμορφο φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας *σ* και η άλλη –*σ*.





SOLUTION In the region between the plates, the fields add together as shown:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

The field is uniform, since the plates are very large compared to their separation, so this result is valid for any point, whether near one or the other of the plates, or midway between them as long as the point is far from the ends. Outside the plates, the fields cancel,

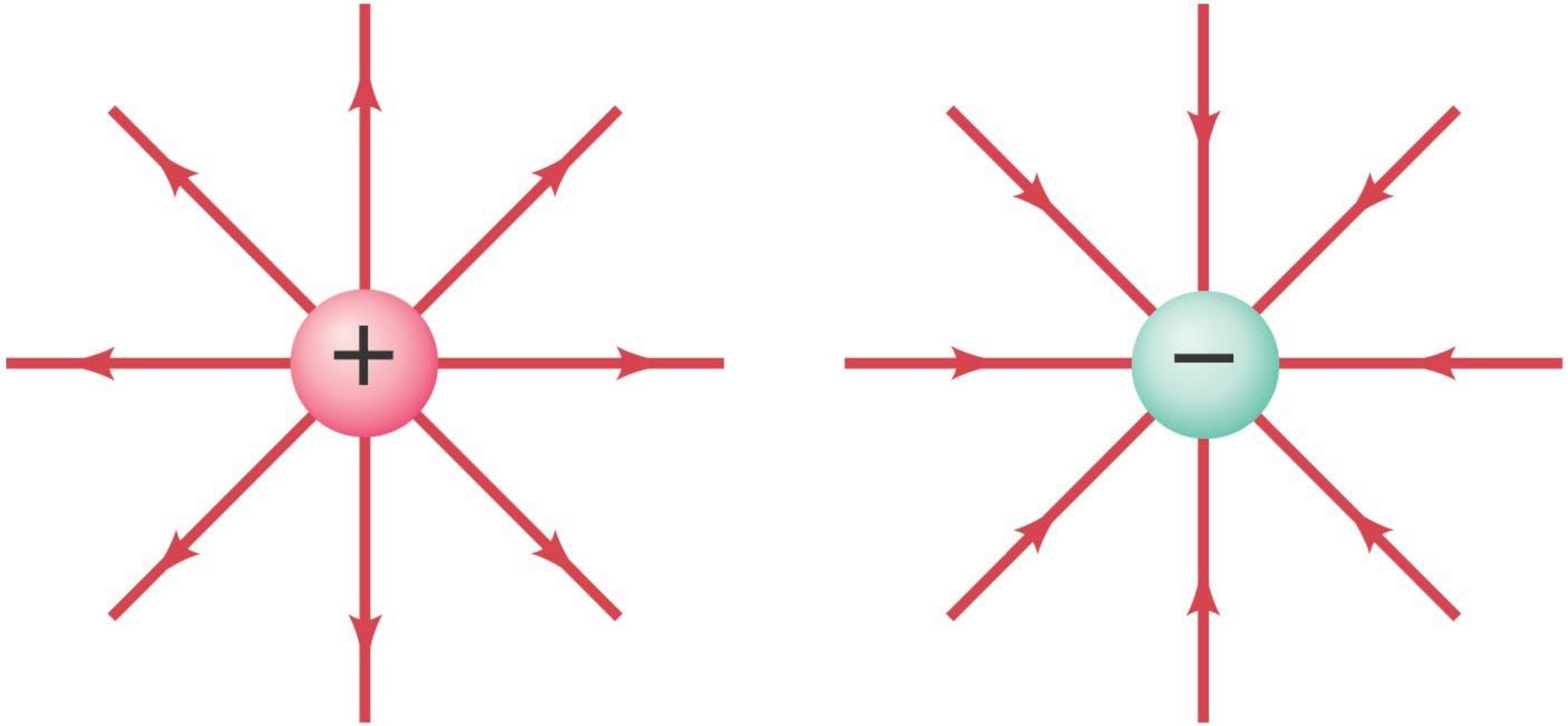
$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0,$$

as shown in Fig. 21–31. These results are valid ideally for infinitely large plates; they are a good approximation for finite plates if the separation is much less than the dimensions of the plate and for points not too close to the edge.

NOTE: These useful and extraordinary results illustrate the principle of superposition and its great power.

21-8 Γραμμές πεδίου

Ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να αντιπροσωπευτεί από τις γραμμές του πεδίου. Οι γραμμές αυτές ξεκινούν στα θετικά φορτία και καταλήγουν στα αρνητικά .



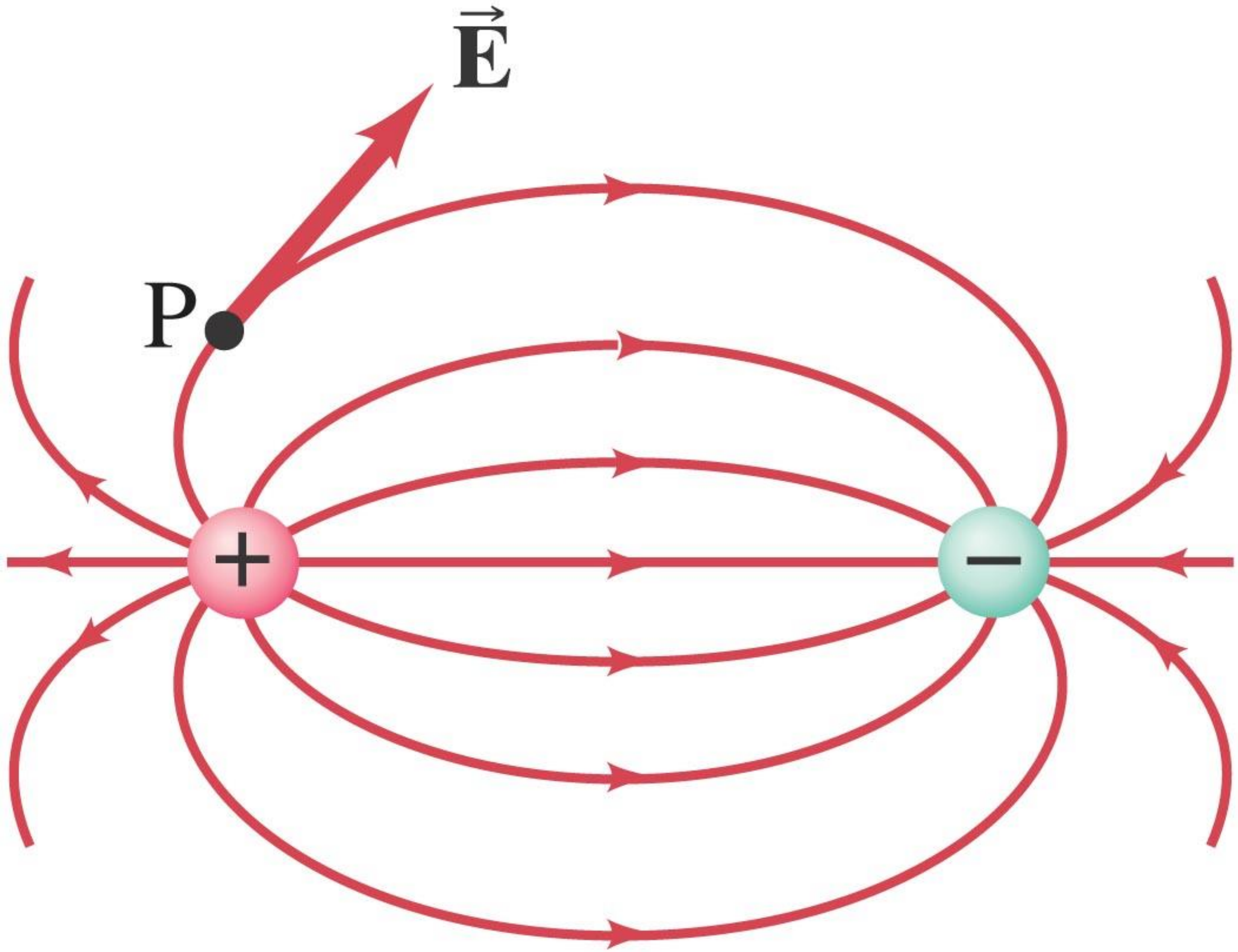
21-8 Γραμμές Πεδίου

Το πλήθος των γραμμών που πηγάζει (ή καταλήγει) σε ένα φορτίο είναι ανάλογο του μεγέθους του φορτίου.

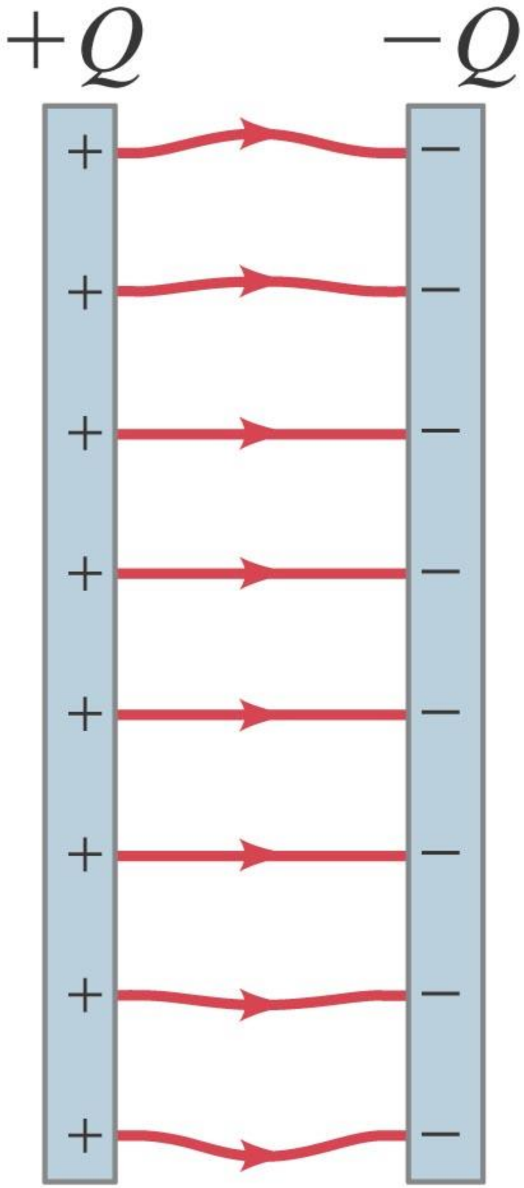
Η πυκνότητα των γραμμών του πεδίου ορίζει και την ένταση: πυκνές γραμμές ισχυρό πεδίο.

21-8 Γραμμές Πεδίου

Ηλεκτρικό Δίπολο: δύο ΑΝΤΙΘΕΤΑ (ετερώνυμα) φορτία με το ίδιο μέγεθος :



21-8 Γραμμές πεδίου



Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ δύο παράλληλων πλακών που είναι αντίθετα φορτισμένες, είναι σταθερό (ΟΜΟΓΕΝΕΣ).

Παρατηρείστε ότι όσο πλησιάζουμε στις άκρες των πλακών οι γραμμές καμπυλώνουν

21-8 Γραμμές πεδίου

Σύνοψη Γραμμών Ηλεκτρικού Πεδίου:

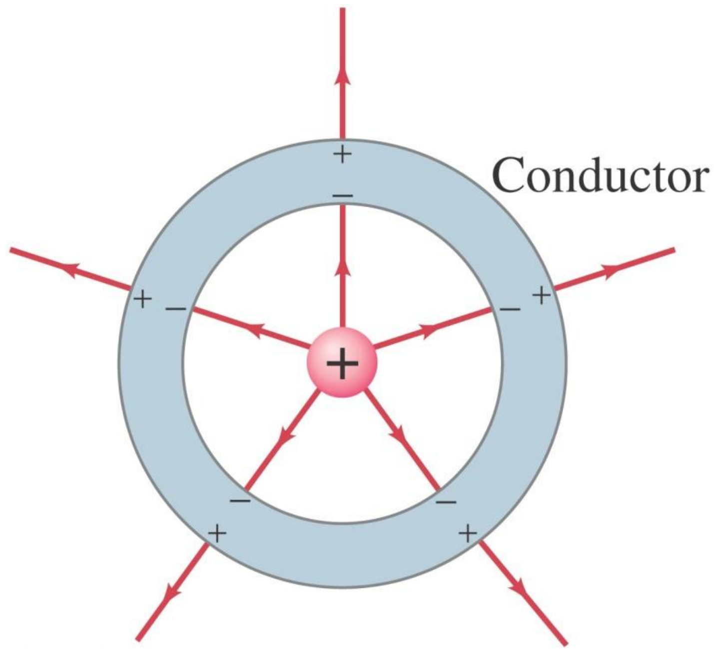
1. Οι γραμμές του πεδίου δηλώνουν και την διεύθυνση του πεδίου. Το πεδίο εφάπτεται στις γραμμές.

2. Η πυκνότητα των γραμμών είναι ανάλογη του πεδίου.

3. Οι γραμμές πηγάζουν από τα θετικά πεδία και καταλήγουν στα αρνητικά. Το πλήθος τους είναι ανάλογο του μεγέθους του φορτίου.

21-9 Ηλεκτρικά Πεδία και Αγωγοί

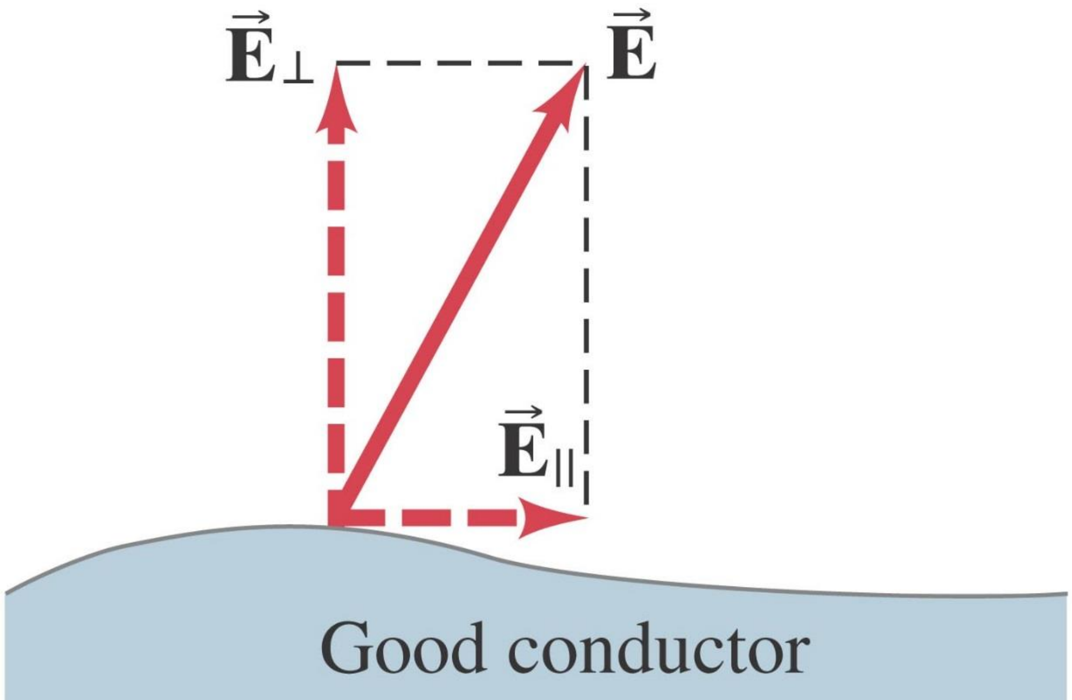
Το ηλεκτρικό πεδίο εντός των αγωγών είναι ΜΗΔΕΝ-διαφορετικά τα φορτία θα μπορούσαν να μετακινηθούν ώστε να το αναιρέσουν.



Το φορτίο ενός αγωγού κατανέμεται στην επιφάνια του αγωγού και μόνο.

21-9 Ηλεκτρικά Πεδία και Αγωγοί

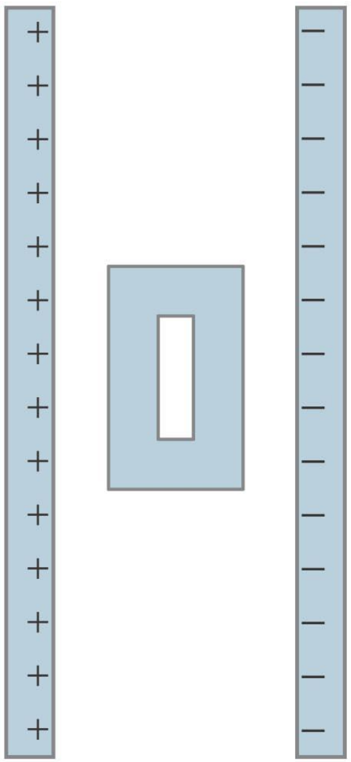
Για τους αγωγούς, το πεδίο στην επιφάνεια του αγωγού είναι ΚΑΘΕΤΟ σε αυτήν-διαφορετικά, η παράλληλη συνιστώσα θα προκαλούσε μετακίνηση φορτίου ώστε να το αναιρέσει.



21-9 Ηλεκτρικά πεδία και Αγωγοί

Ηλεκτρική Θωράκιση

Ένας κλωβός (κούφιο μεταλλικό κλειστό κουτί) εισάγεται μεταξύ δύο παράλληλων οπλισμών του σχήματος. Πως αλλάζει το πεδίο και πως μοιάζουν οι γραμμές του;



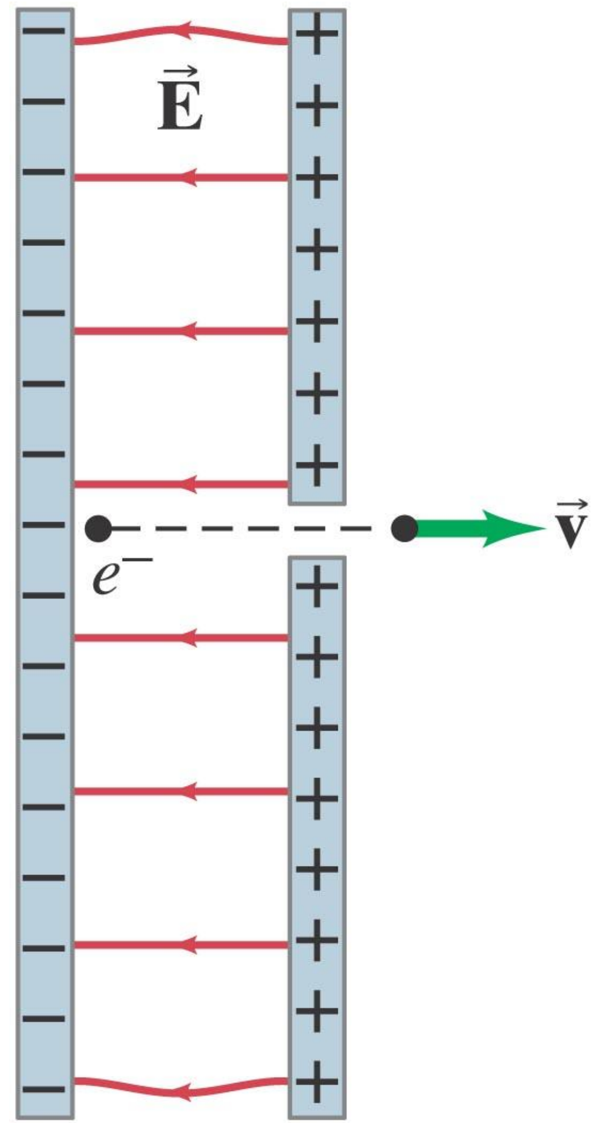
21-10 Κίνηση Φορτισμένων Σωματιδίων σε ηλεκτρικό πεδίο

Η δύναμη που ασκείται σε ένα σωματίδιο με φορτίο q που βρίσκεται σε πεδίο Ε:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Εάν γνωρίζουμε την μάζα του σωματιδίου τότε εφαρμόζοντας του νόμους της μηχανικής μπορούμε να περιγράψουμε την κίνησή του, λόγο του πεδίου.

Ένα ηλεκτρόνιο (μάζα m = 9.11 x 10^{-31} kg=5,5x10^{-4} amu) επιταχύνεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (*E* = 2.0 x 10^4 N/C) μεταξύ των οπλισμών. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι 1.5 cm. Το ηλεκτρόνιο είναι αρχικά ακίνητο πάνω στην επιφάνεια του αρνητικά φορτισμένου οπλισμού και εξέρχεται μετά την επιτάχυνσή τους από μια μικρή οπή στον θετικά φορτισμένο οπλισμό. (α) Ποια είναι η ταχύτητα του ηλεκτρονίου κατά την έξοδο από το πεδίο (β) Δείξτε ότι το βαρυτικό πεδίο μπορεί να αγνοηθεί. Υποθέτουμε ότι η οπή εξόδου είναι επαρκώς μικρή ώστε να μην δεν διαταράσσει τις γραμμές του πεδίου.



APPROACH We can obtain the electron's velocity using the kinematic equations of Chapter 2, after first finding its acceleration from Newton's second law, $F = ma$. The magnitude of the force on the electron is $F = qE$ and is directed to the right.

SOLUTION (*a*) The magnitude of the electron's acceleration is

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

Between the plates $\vec{\mathbf{E}}$ is uniform so the electron undergoes uniformly accelerated motion with acceleration

$$a = \frac{(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{N/C})}{(9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})} = 3.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m/s^2}.$$

It travels a distance $x = 1.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$ before reaching the hole, and since its initial speed was zero, we can use the kinematic equation, $v^2 = v_0^2 + 2ax$ (Eq. 2–12c), with $v_0 = 0$:

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2(3.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m/s^2})(1.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})} = 1.0 \times 10^{7}\,\mathrm{m/s}.$$

There is no electric field outside the plates, so after passing through the hole, the electron moves with this speed, which is now constant.

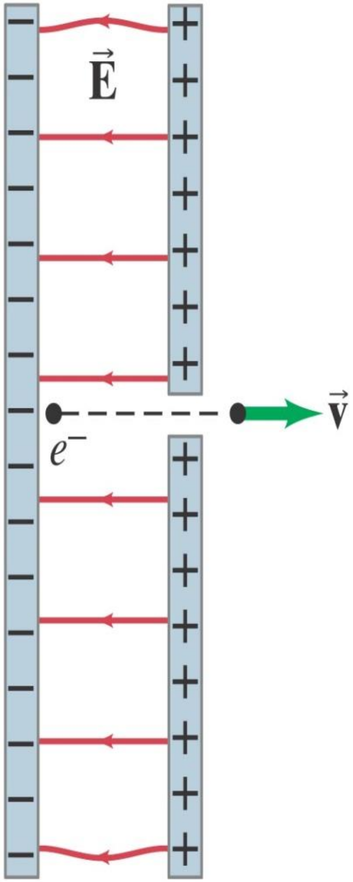
(*b*) The magnitude of the electric force on the electron is

$$qE = (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{N/C}) = 3.2 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}.$$

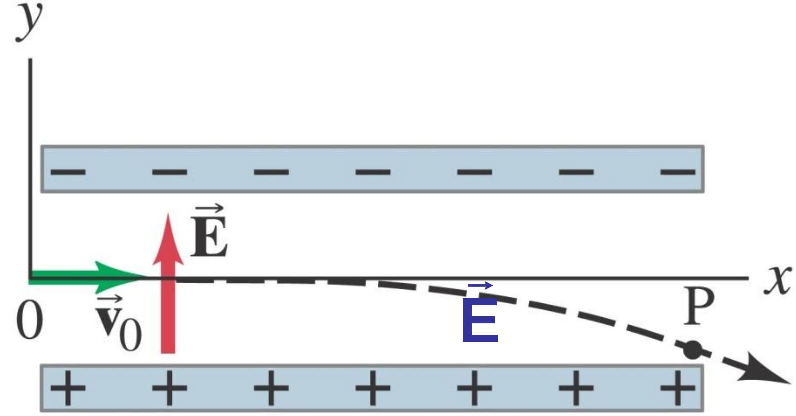
The gravitational force is

$$mg = (9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 8.9 \times 10^{-30}\,\mathrm{N},$$

which is 10^{14} times smaller! Note that the electric field due to the electron does not enter the problem (since a particle cannot exert a force on itself).



Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα v_0 = 1.0 x 10^7 m/s και εισέρχεται σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αγνοώντας την βαρύτητα περιγράψτε την κίνηση του ηλεκτρονίου.



SOLUTION When the electron enters the electric field (at $x = y = 0$) it has velocity $\vec{v}_0 = v_0\hat{i}$ in the x direction. The electric field $\vec{E}$, pointing vertically upward, imparts a uniform vertical acceleration to the electron of

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = -\frac{eE}{m},$$

where we set $q = -e$ for the electron.

The electron's vertical position is given by Eq. 2–12b,

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{eE}{2m}t^2$$

since the motion is at constant acceleration. The horizontal position is given by

$$x = v_0 t$$

since $a_x = 0$. We eliminate t between these two equations and obtain

$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2}x^2,$$

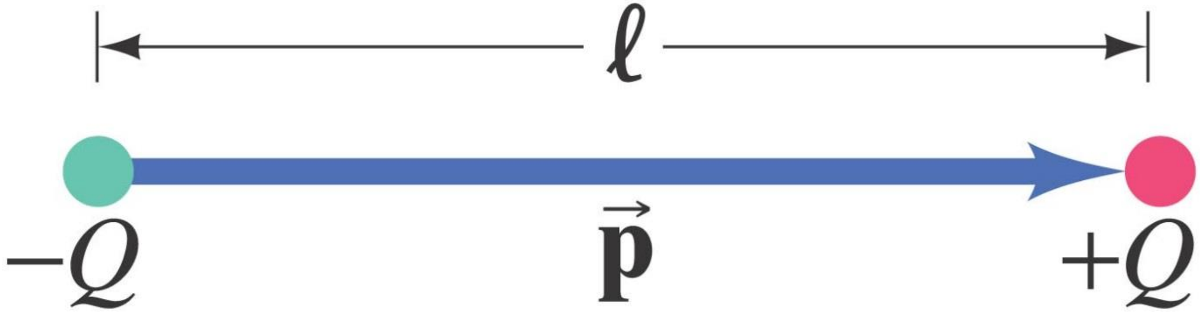
which is the equation of a parabola (just as in projectile motion, Section 3–7).

21-11 Ηλεκτρικά Δίπολα

Ένα ηλεκτρικό δίπολο αποτελείται από δύο φορτία Q, ίσου μεγέθους αλλά αντίθετα σε πρόσημο, που βρίσκονται σε μια σταθερή απόσταση ℓ. Η διπολική ροπή ορίζεται ως το διάνυσμα

$$\vec{p} = Q\vec{\ell}$$

με φορά από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο.

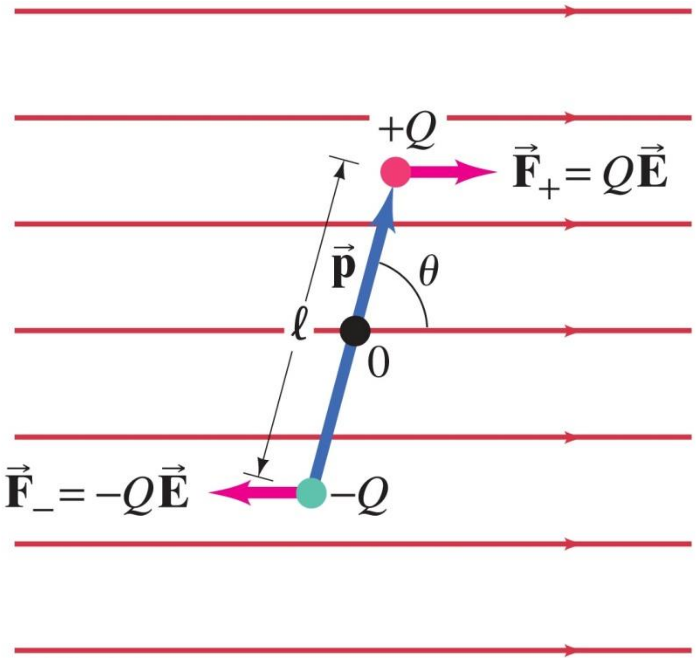


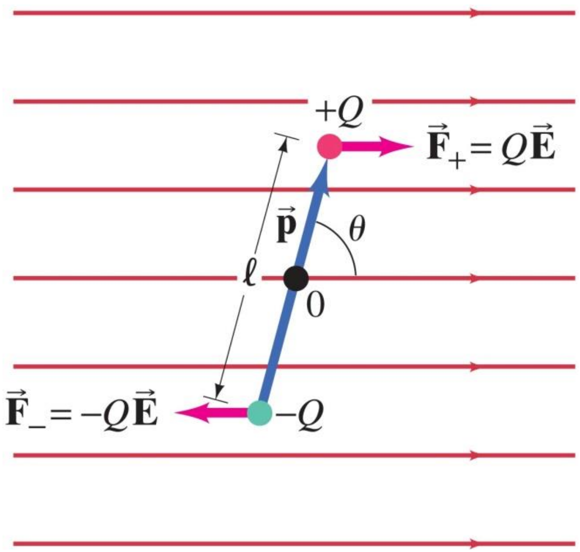
21-11 Ηλεκτρικά Δίπολα

Η ροπή που ασκείται σε ένα δίπολο που βρίσκεται σε ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από την σχέση:

$$\tau = QE\frac{\ell}{2}\sin\theta + QE\frac{\ell}{2}\sin\theta = pE\sin\theta.$$

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{p}} \times \vec{\mathbf{E}}.$$





The effect of the torque is to try to turn the dipole so $\vec{\mathbf{p}}$ is parallel to $\vec{\mathbf{E}}$. The work done on the dipole by the electric field to change the angle θ from θ_1 to θ_2 is (see Eq. 10–22)

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta.$$

We need to write the torque as $\tau = -pE\sin\theta$ because its direction is opposite to the direction of increasing θ (right-hand rule). Then

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta = -pE\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta = pE\cos\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1).$$

Positive work done by the field decreases the potential energy, U, of the dipole in this field. (Recall the relation between work and potential energy, Eq. 8–4, $\Delta U = -W$.) If we choose $U = 0$ when $\vec{\mathbf{p}}$ is perpendicular to $\vec{\mathbf{E}}$ (that is, choosing $\theta_1 = 90°$ so $\cos\theta_1 = 0$), and setting $\theta_2 = \theta$, then

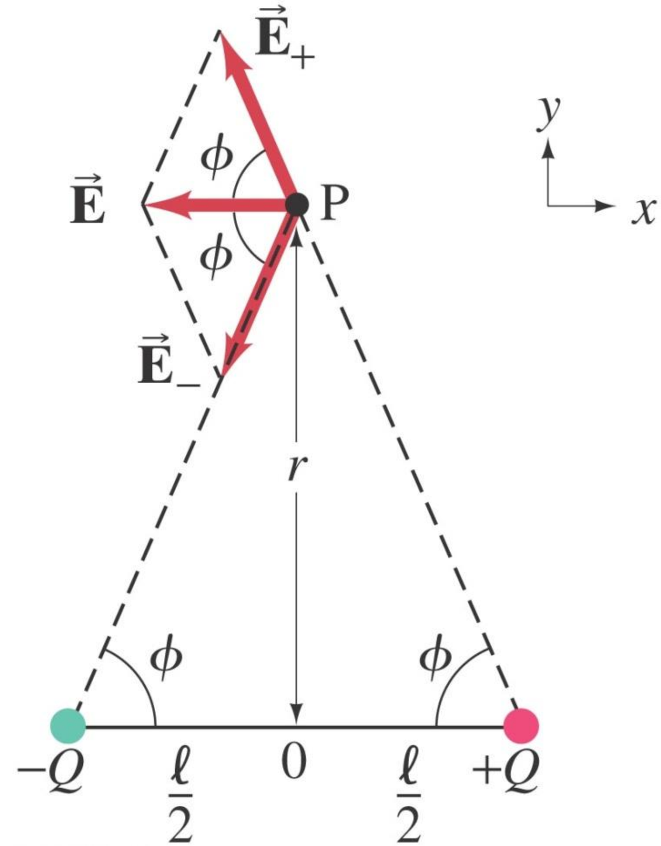
$$U = -W = -pE\cos\theta = -\vec{\mathbf{p}}\cdot\vec{\mathbf{E}}. \qquad \textbf{(21–10)}$$

21-11 Electric Dipoles

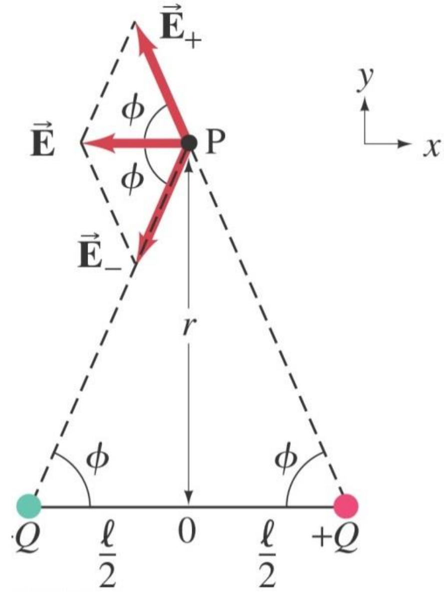
Ένα δίπολο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο που είναι το άθροισμα των πεδίων που δημιουργούν τα δύο φορτία του. Σε μεγάλες αποστάσεις (σε σχέση με τις διαστάσεις του διπόλου) το πεδίο είναι ανάλογο του $1/r^3$ όπου *r* είναι η απόσταση:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{\left(r^2 + \ell^2/4\right)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{on perpendicular bisector}\\ \text{of dipole}\end{array}\right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{on perpendicular bisector}\\ \text{of dipole; } r \gg \ell\end{array}\right]$$



$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_+ + \vec{\mathbf{E}}_-,$$



where $\vec{\mathbf{E}}_+$ and $\vec{\mathbf{E}}_-$ are the fields due to the + and − charges respectively. The magnitudes E_+ and E_- are equal:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2 + \ell^2/4}.$$

Their y components cancel at point P (symmetry again), so the magnitude of the total field $\vec{\mathbf{E}}$ is

$$E = 2E_+\cos\phi = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2 + \ell^2/4}\right)\frac{\ell}{2(r^2 + \ell^2/4)^{\frac{1}{2}}}$$

or, setting $Q\ell = p$,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{(r^2 + \ell^2/4)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{on perpendicular bisector}\\ \text{of dipole}\end{array}\right] \quad \textbf{(21–11)}$$

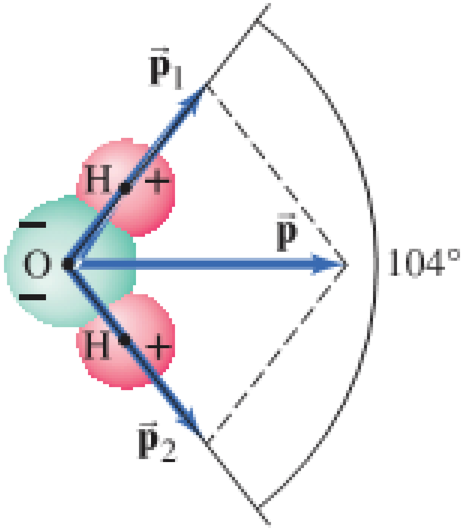
Far from the dipole, $r \gg \ell$, this reduces to

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{on perpendicular bisector}\\ \text{of dipole; } r \gg \ell\end{array}\right] \quad \textbf{(21–12)}$$

So the field decreases more rapidly for a dipole than for a single point charge ($1/r^3$ versus $1/r^2$), which we expect since at large distances the two opposite charges appear so close together as to neutralize each other. This $1/r^3$ dependence also applies for points not on the perpendicular bisector (see Problem 67).

Η διπολική ροπή του νερού είναι 6.1 x 10^{-30} C·m. Ένα μόριο νερού βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με ένταση 2.0 x 10^{5} N/C. (α) Ποια είναι η μέγιστη ροπή που μπορεί να ασκήσει το πεδίο στο μόριο του νερού; (β) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια όταν η ροπή είναι μέγιστη; (γ) Σε ποια θέση λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της η δυναμική ενέργεια και γιατί αυτή είναι διαφορετική από την θέση στην οποία μεγιστοποιείται η ροπή;

FIGURE 21–43 In the water molecule (H_2O), the electrons spend more time around the oxygen atom than around the two hydrogen atoms. The net dipole moment $\vec{\mathbf{p}}$ can be considered as the vector sum of two dipole moments $\vec{\mathbf{p}}_1$ and $\vec{\mathbf{p}}_2$ that point from the O toward each H as shown: $\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2$.



SOLUTION (*a*) From Eq. 21–9 we see that τ is maximized when θ is 90°. Then $\tau = pE = (6.1 \times 10^{-30}\,\mathrm{C\cdot m})(2.0 \times 10^5\,\mathrm{N/C}) = 1.2 \times 10^{-24}\,\mathrm{N\cdot m}$.

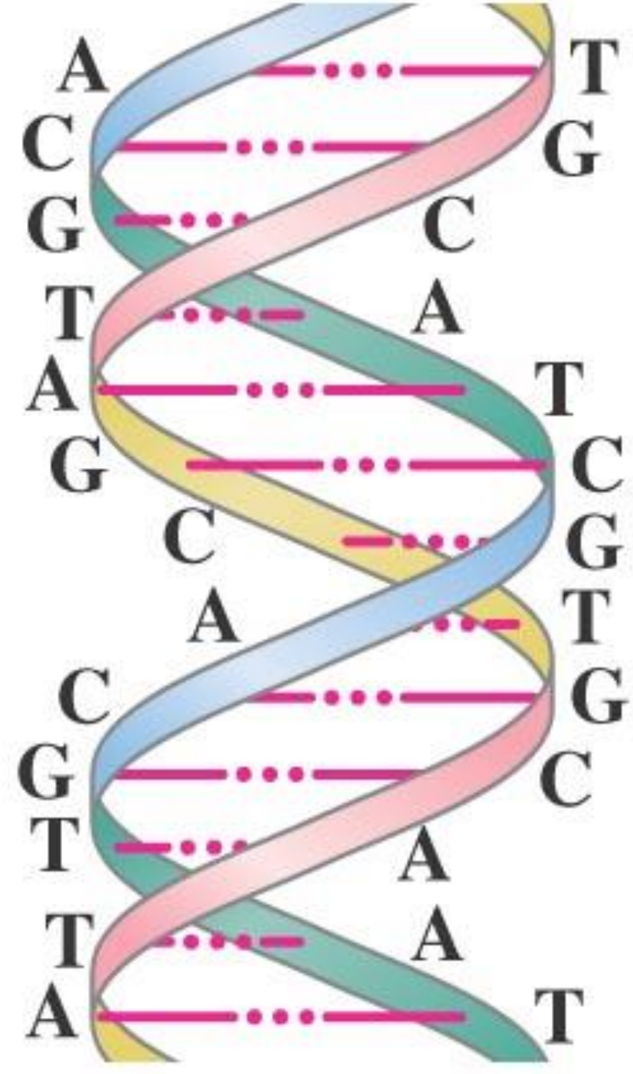
(*b*) The potential energy for $\theta = 90°$ is zero (Eq. 21–10). Note that the potential energy is negative for smaller values of θ, so U is not a minimum for $\theta = 90°$.

(*c*) The potential energy U will be a maximum when $\cos\theta = -1$ in Eq. 21–10, so $\theta = 180°$, meaning $\vec{\mathbf{E}}$ and $\vec{\mathbf{p}}$ are antiparallel. The potential energy is maximized when the dipole is oriented so that it has to rotate through the largest angle, 180°, to reach the equilibrium position at $\theta = 0°$. The torque on the other hand is maximized when the electric forces are perpendicular to $\vec{\mathbf{p}}$.

21-12 Ηλεκτρικές Δυνάμεις στη Μοριακή Βιολογία: DNA

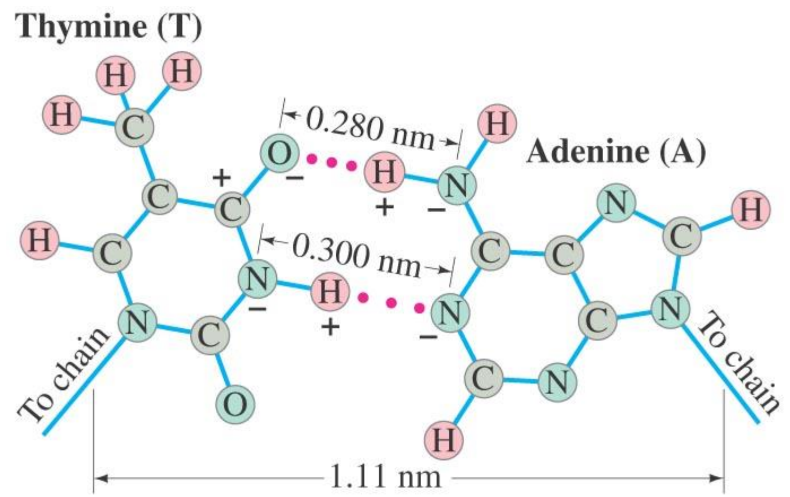
Η Μοριακή βιολογία προσπαθεί να κατανοήσει την δομή και δραστικότητα των κυττάρων σε μοριακό επίπεδο.

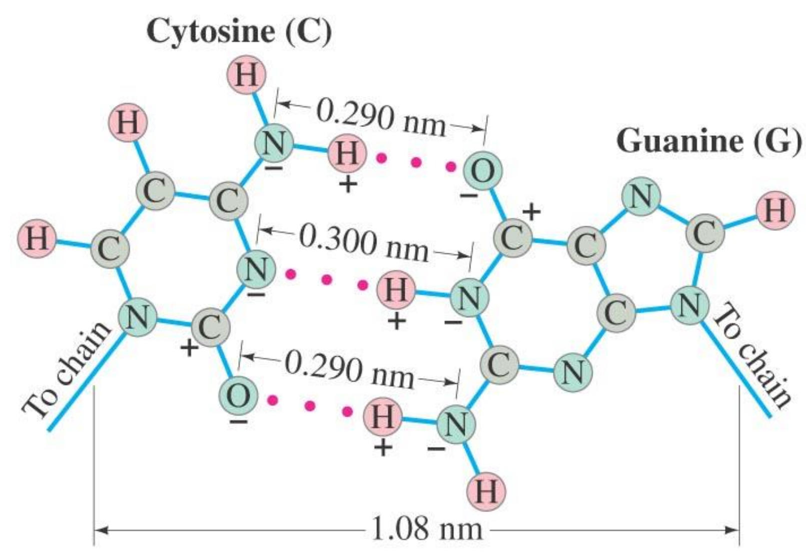
Το μόριο του DNA είναι μια διπλή έλικα :



21-12 Ηλεκτρικές Δυνάμεις στη Μοριακή Βιολογία: DNA

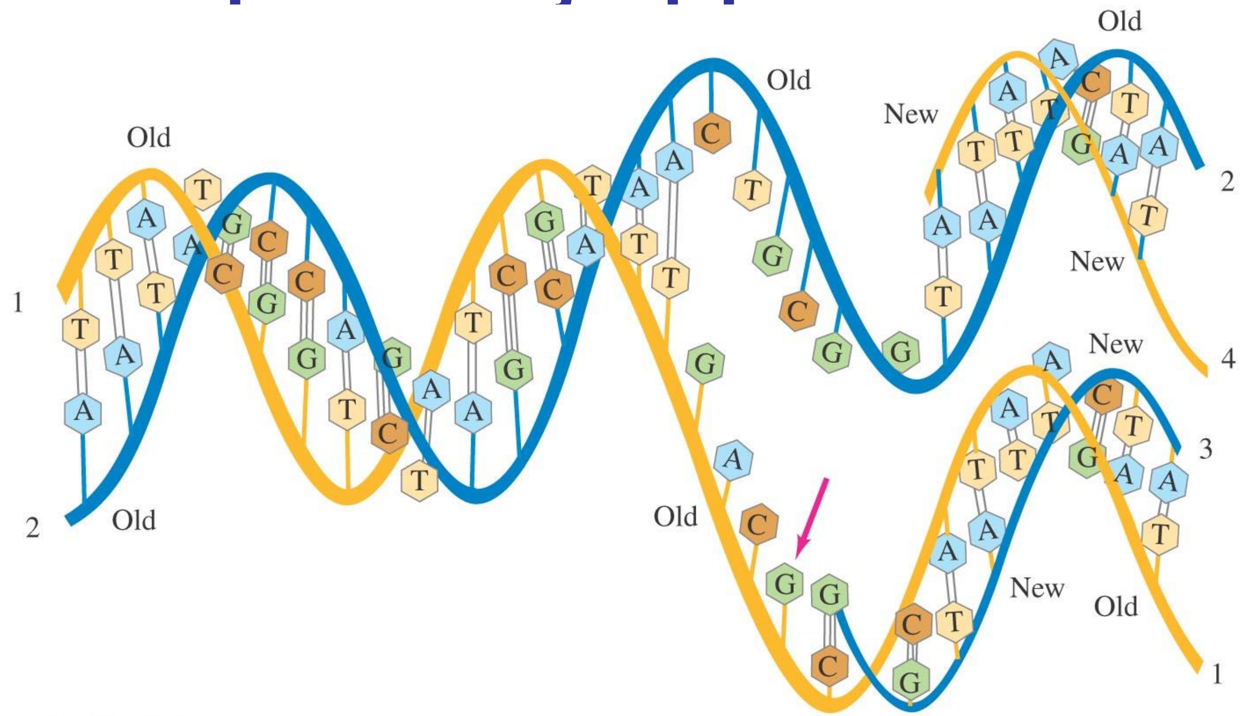
Οι βάσεις A-T και G-C έλκονται μέσω ηλεκτροστατικών δυνάμεων

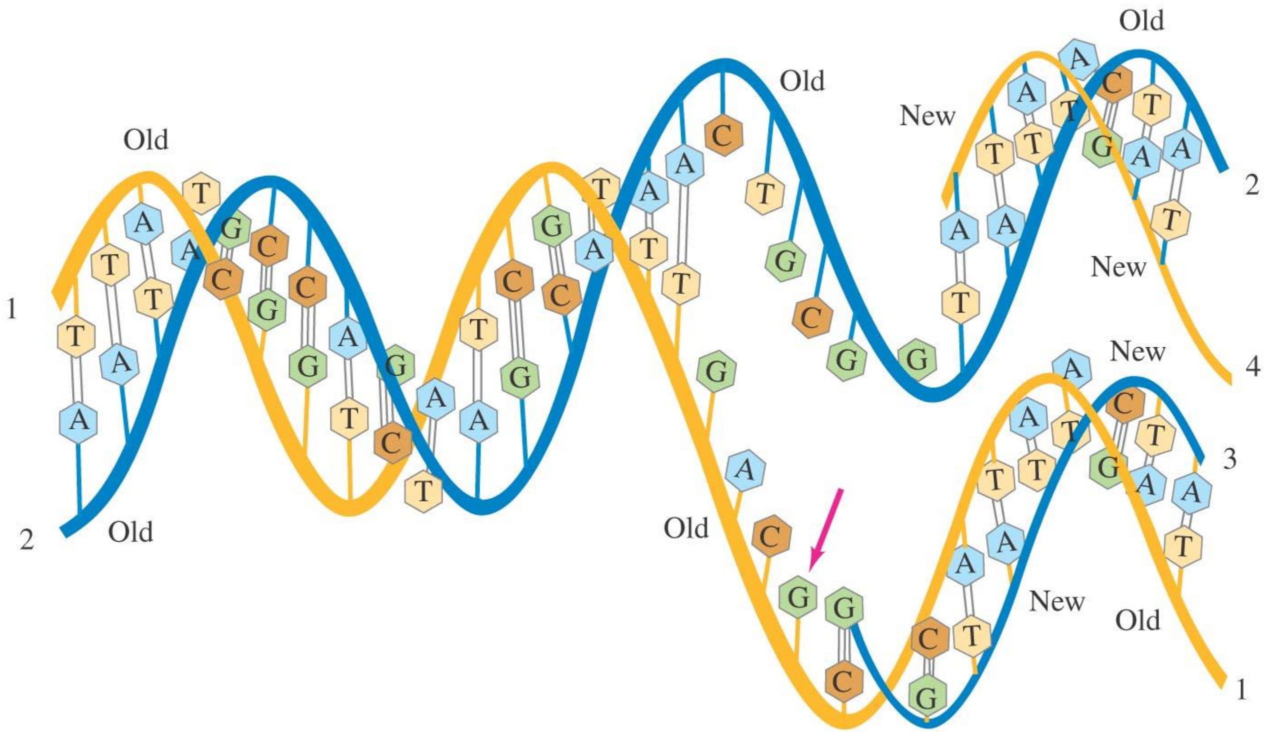




21-12 Ηλεκτρικές Δυνάμεις στη Μοριακή Βιολογία: DNA

Replication: Το DNA βρίσκεται σε μια «σούπα» A, C, G, και T μέσα στο κύτταρο. Κατά την διάρκεια τυχαίων κρούσεων, τα ζεύγη (A,T) καθώς και (G,C) έλκονται μεταξύ τους, ενώ αυτό δεν συμβαίνει για άλλα ζεύγη.





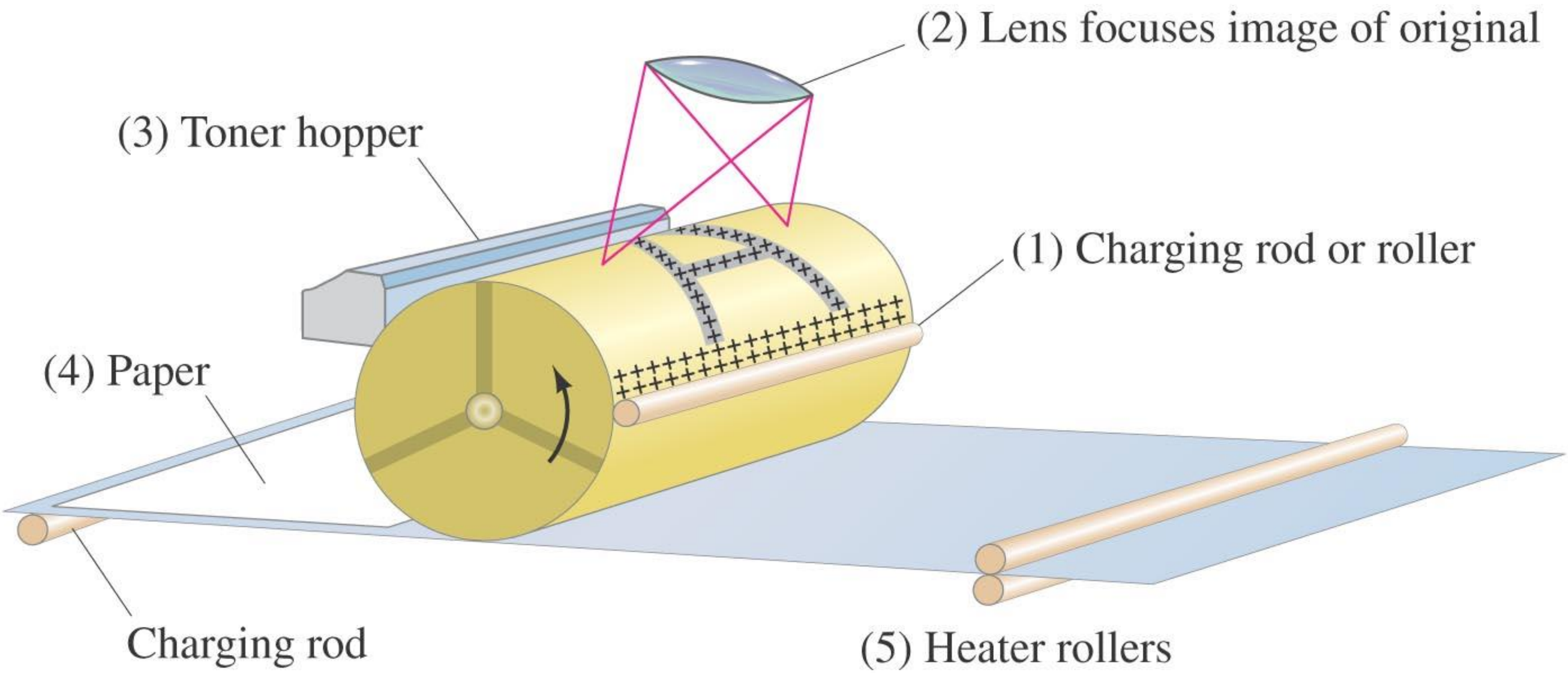
This process of DNA replication is often presented as if it occurred in clockwork fashion—as if each molecule knew its role and went to its assigned place. But this is not the case. The forces of attraction are rather weak, and if the molecular shapes are not just right, there is almost no electrostatic attraction, which is why there are few mistakes. Thus, out of the random motion of the molecules, the electrostatic force acts to bring order out of chaos.

21-13 Φωτοτυπικά και Εκτυπωτές

Φωτοτυπικό:

- **Ο κύλινδρος είναι θετικά φορτισμένος.**
- **Το είδωλο εστιάζεται πάνω στο κύλινδρο.**
- **Μόνο οι μαύρες περιοχές παραμένουν φορτισμένες και «έλκουν» τα αρνητικά φορτισμένα μόρια του μελανιού.**
- **Το είδωλο μεταφέρεται στο χαρτί όπου σταθεροποιείται («ψήνεται») με θερμότητα.**

21-13 Photocopy Machines and Computer Printers Use Electrostatics



21-13 Photocopy Machines and Computer Printers Use Electrostatics

Στην περίπτωση του εκτυπωτή με laser, ο υπολογιστής ελέγχει την ένταση του laser που «γράφει» το είδωλο πάνω στον κύλινδρο.