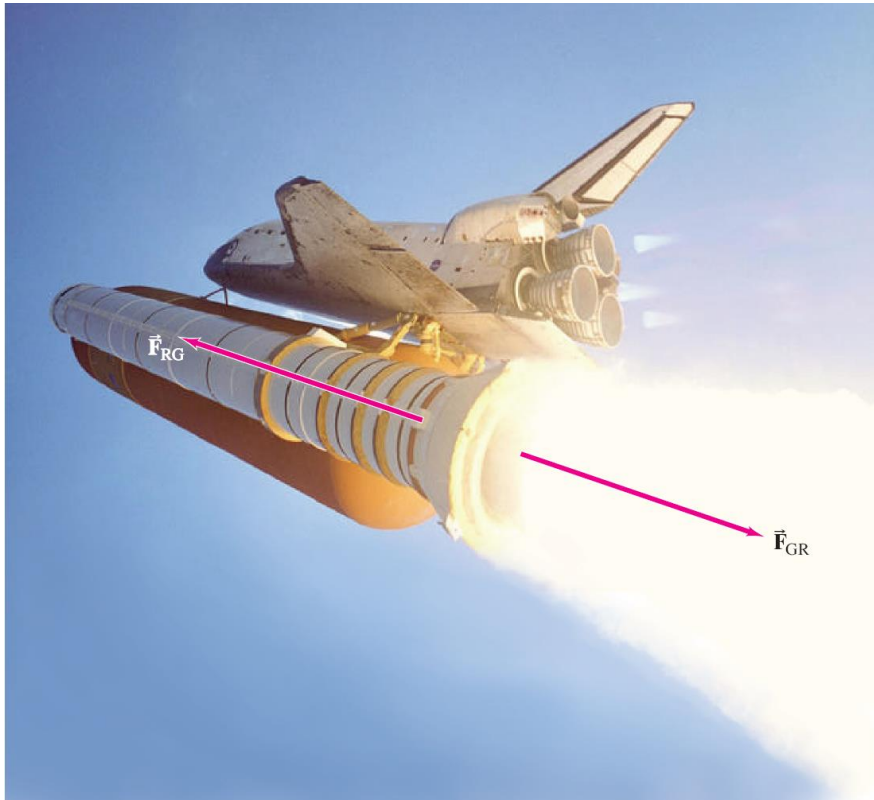


Κεφάλαιο 4

Δυναμική: Νόμοι Κίνησης του Νεύτωνα



Isaac Newton (1642–1727).



Περιεχόμενα Κεφαλαίου 4

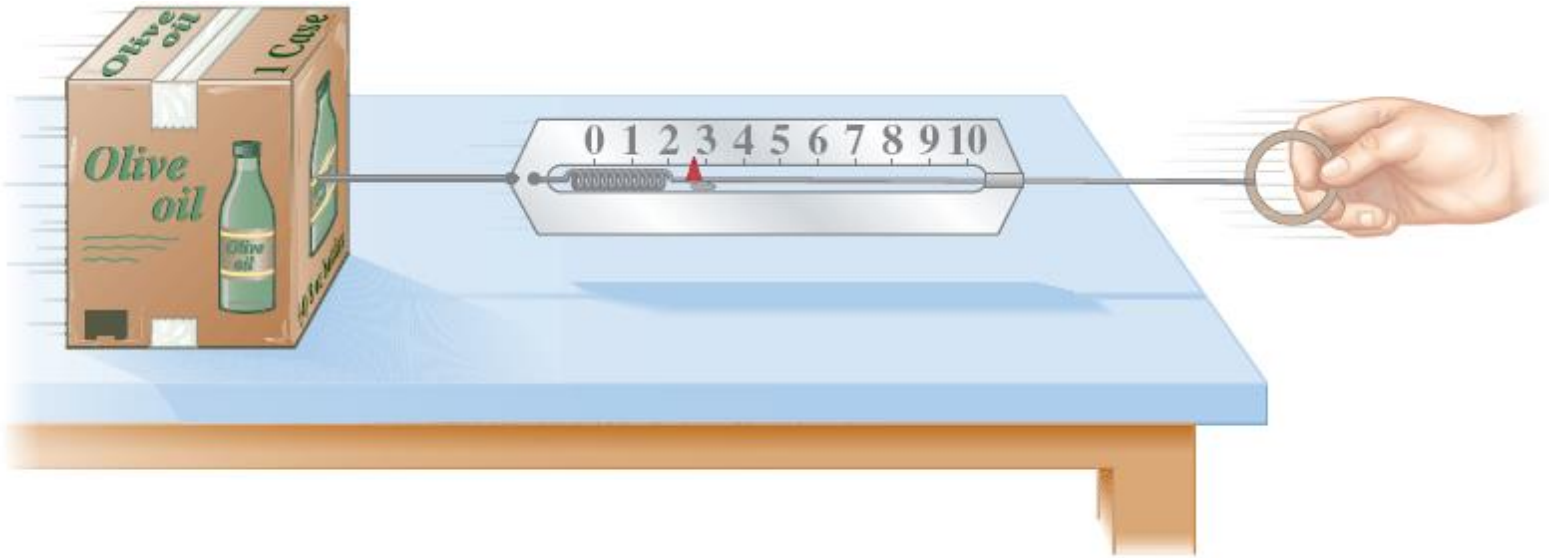
- Δύναμη
- 1^{ος} Νόμος Κίνησης του Νεύτωνα
- Μάζα
- 2^{ος} Νόμος Κίνησης του Νεύτωνα
- 3^{ος} Νόμος Κίνησης του Νεύτωνα
- Βάρος-Η Δύναμη της Βαρύτητας και Κάθετη Δύναμη
- Πως Λύνουμε Προβλήματα Δυναμικής

4-1 Δύναμη



Η δύναμη είναι μια έλξη ή άπωση. Ένα αντικείμενο για να **κινηθεί** ή **για τη μεταβολή της ταχύτητάς του (μέτρο ή διεύθυνση)** πρέπει να ασκηθεί πάνω του κάποια δύναμη.

4-1 Δύναμη



Η Δύναμη είναι διάνυσμα και επομένως έχει και μέγεθος και διεύθυνση. Το μέγεθος μπορεί («δύναται») να μετρηθεί με ένα ελατήριο

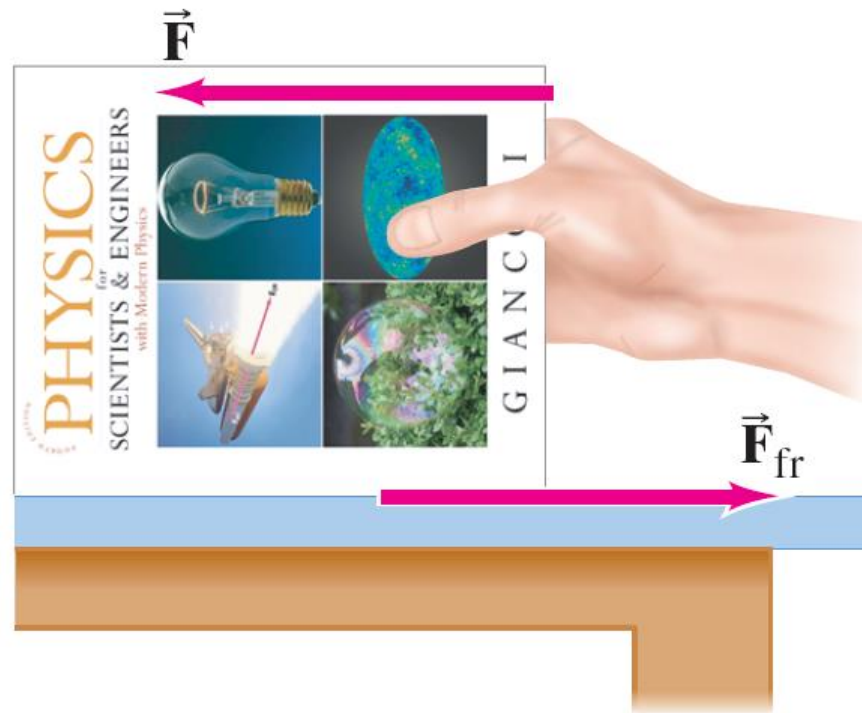
4-2 1^{ος} Νόμος Κίνησης

- Σε πρώτη θεώρηση μοιάζει να απαιτείται μια δύναμη για να κινηθεί ένα αντικείμενο. Σπρώχνουμε ένα βιβλίο πάνω στην έδρα και αυτό κινείται. Σταματάμε να του ασκούμε δύναμη, και αυτό σταματάει να κινείται.
- Πετάμε όμως μια μπάλα, η μπάλα συνεχίζει να κινείται ακόμα και όταν φύγει από το χέρι μας. Γιατί;
- **Δεν απαιτείται δύναμη για να συνεχίσει την κίνησή του ένα αντικείμενο σε κάποια κατεύθυνση, απαιτείται δύναμη για να αλλάξει η ταχύτητά του (μέτρο ή διεύθυνση ή και τα δύο). Το βιβλίο στο 1^ο παράδειγμα φρενάρει λόγω τριβής.**

4-2 1^{ος} Νόμος Κίνησης

Ο 1^{ος} νόμος του Νεύτωνα συχνά αποκαλείται και νόμος της αδράνειας. :

Κάθε αντικείμενο διατηρεί την κίνησή του (δηλ. παραμένει ακίνητο ή συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα) εφόσον δεν ασκείται πάνω του κάποια δύναμη.



4-2 1ος Νόμος Κίνησης

Γιατί οι επιβάτες ενός λεωφορείου «πέφτουν» μπροστά όταν ο οδηγός φρενάρει απότομα;
Ποια δύναμη ασκείται πάνω τους;

Δεν ασκείται καμιά δύναμη και επομένως οι επιβάτες σύμφωνα με το 1^ο νόμο του Νεύτωνα προσπαθούν να διατηρήσουν την κίνησή τους.

4-2 1^{ος} Νόμος Κίνησης

Αδρανειακό συστήματα αναφοράς:

Ο 1^{ος} Νόμος του Νεύτωνα δεν εφαρμόζεται σε όλα τα συστήματα αναφοράς, π.χ. όταν το σύστημα αναφοράς περιστρέφεται ή επιταχύνει.

Ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς είναι αυτό στο οποίο ο 1^{ος} νόμος του Νεύτωνα ισχύει.

Έτσι αποκλείονται συστήματα που περιστρέφονται ή επιταχύνονται.

Πως αναγνωρίζουμε ένα τέτοιο αδρανειακό σύστημα αναφοράς;

Ελέγχουμε εάν ισχύει ο 1^{ος} Νόμος!

4-3 Μάζα

Η **Μάζα** είναι μονάδα μέτρησης της αδράνειας ενός αντικείμενου που εκφράζει την «ποσότητα» του αντικειμένου. Στο σύστημα SI, η μονάδα μάζας είναι το χιλιόγραμμα (kg).

Η **Μάζα** δεν είναι **Βάρος**.

Η Μάζα είναι ιδιότητα του αντικειμένου. Το Βάρος είναι η δύναμη που ασκείται πάνω στο αντικείμενο λόγω βαρύτητας.

Στο Φεγγάρι όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $1/6 g$, η μάζα παραμένει ίδια αλλά το βάρος μας μειώνεται κατά $1/6$ σε σχέση με την Γη.

2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

Ο 2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα εκφράζει την σχέση μεταξύ της δύναμης και της επιτάχυνσης. Η επιτάχυνση είναι ανάλογη της δύναμης και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$



Απαιτείται δύναμη για την μεταβολή στο μέτρο ή την διεύθυνση της ταχύτητας.

Περισσότερη δύναμη σημαίνει περισσότερη επιτάχυνση. Όταν η ίδια δύναμη ασκείται σε πολλά αντικείμενα το «ελαφρύτερο» επιταχύνει περισσότερο.

2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

Η δύναμη είναι διάνυσμα και επομένως ισχύει για κάθε συνιστώσα του συστήματος αναφοράς (αξόνων)

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

TABLE 4-1
Units for Mass and Force

System	Mass	Force
SI	kilogram (kg)	newton (N) (= kg · m/s ²)
cgs	gram (g)	dyne (= g · cm/s ²)
British	slug	pound (lb)

Conversion factors: 1 dyne = 10⁻⁵ N;
1 lb ≈ 4.45 N.

Στο σύστημα SI η μονάδα μέτρησης είναι το **Newton (N)**.

Βρείτε την δύναμη που απαιτείται για να επιταχυνθεί (α) ένα αυτοκίνητο 1000-kg σε περιβάλλον $\frac{1}{2} g$; (β) ένα μήλο 200-g.

SOLUTION (a) The car's acceleration is $a = \frac{1}{2}g = \frac{1}{2}(9.8 \text{ m/s}^2) \approx 5 \text{ m/s}^2$. We use Newton's second law to get the net force needed to achieve this acceleration:

$$\Sigma F = ma \approx (1000 \text{ kg})(5 \text{ m/s}^2) = 5000 \text{ N.}$$

(If you are used to British units, to get an idea of what a 5000-N force is, you can divide by 4.45 N/lb and get a force of about 1000 lb.)

(b) For the apple, $m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$, so

$$\Sigma F = ma \approx (0.2 \text{ kg})(5 \text{ m/s}^2) = 1 \text{ N.}$$

Πόση είναι η μέση δύναμη που απαιτείται για να σταματήσει στα 55 m ένα αυτοκίνητο 1500-kg που κινείται με ταχύτητα 100 km/h :

SOLUTION We assume the motion is along the $+x$ axis (Fig. 4–6). We are given the initial velocity $v_0 = 100 \text{ km/h} = 27.8 \text{ m/s}$ (Section 1–5), the final velocity $v = 0$, and the distance traveled $x - x_0 = 55 \text{ m}$. From Eq. 2–12c, we have

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0),$$

so

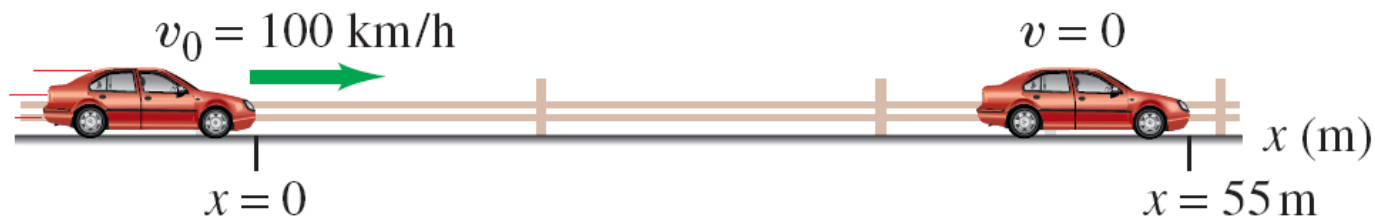
$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{0 - (27.8 \text{ m/s})^2}{2(55 \text{ m})} = -7.0 \text{ m/s}^2.$$

The net force required is then

$$\Sigma F = ma = (1500 \text{ kg})(-7.1 \text{ m/s}^2) = -1.1 \times 10^4 \text{ N}.$$

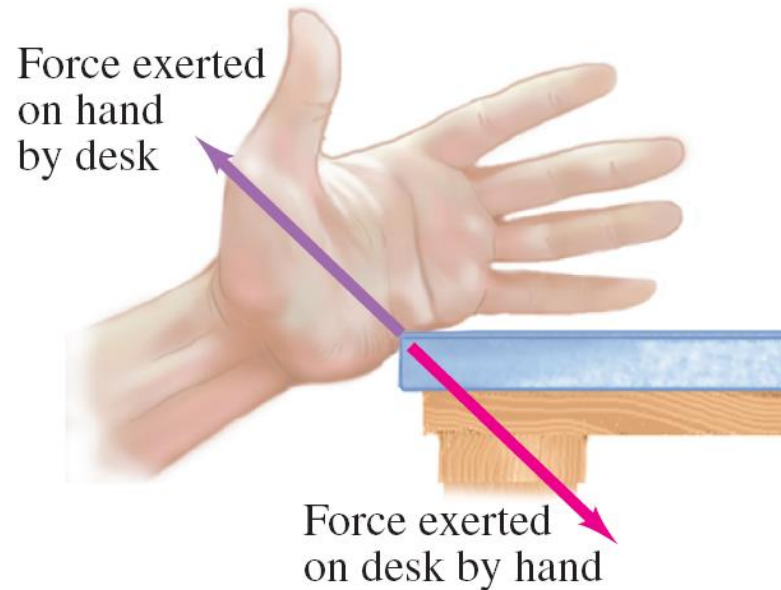
The force must be exerted in the direction *opposite* to the initial velocity, which is what the negative sign means.

NOTE If the acceleration is not precisely constant, then we are determining an “average” acceleration and we obtain an “average” net force.

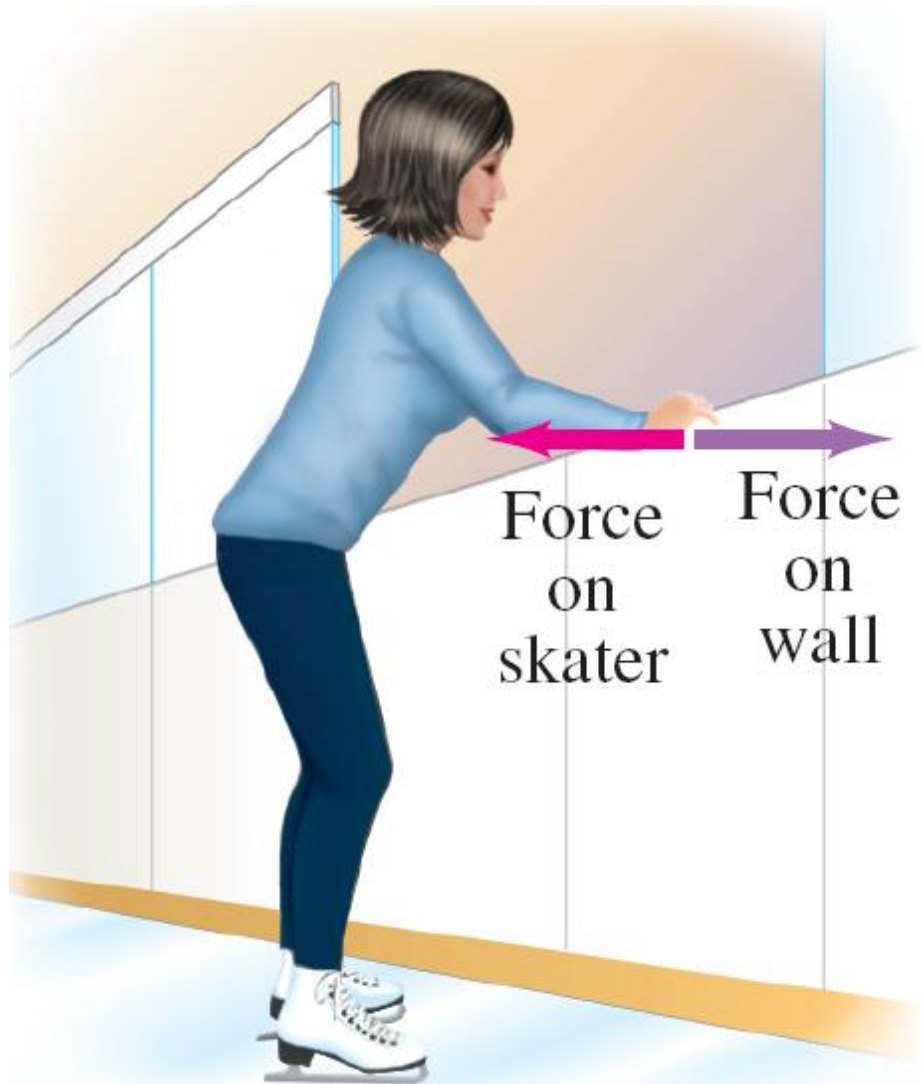


Ο 3^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

Όταν ένα αντικείμενο **ασκεί** δύναμη πάνω σε ένα δεύτερο αντικείμενο, το δεύτερο αντικείμενο **ασκεί ίση δύναμη** αλλά σε αντίθετη διεύθυνση με το πρώτο (δράση και αντίδραση)



Ο 3^{ος} Νόμος του Νεύτωνα



Η εφαρμογή του 3^{ου} Νόμου έγκειται στο γεγονός ότι οι δυνάμεις ασκούνται σε διαφορετικά αντικείμενα.

Σιγουρευτείτε πάντα ότι δεν εφαρμόζετε τις δυνάμεις στο ίδιο αντικείμενο

Ο 3^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

Η προώθηση πυραύλων μπορεί να εξηγηθεί με βάση τον 3^ο Νόμο: τα καυτά αέρια από την καύση του υδρογόνου, εκτοξεύονται από την «ουρά» του πυραύλου με τεράστιες ταχύτητες. Η δύναμη αντίδρασης είναι αυτή που ωθεί τον πύραυλο.



Προσέξτε ότι δεν υπάρχει ανάγκη για τον πύραυλο να «σπρώξει» κάποιο άλλο αντικείμενο.

Ο 3^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

Ποια δύναμη κινεί το αυτοκίνητο?

Η συνηθισμένη απάντηση είναι ότι η μηχανή κινεί το αυτοκίνητο.

Αλλά δεν είναι τόσο απλό.

Η μηχανή κινεί τους τροχούς και τους αναγκάζει να περιστραφούν.

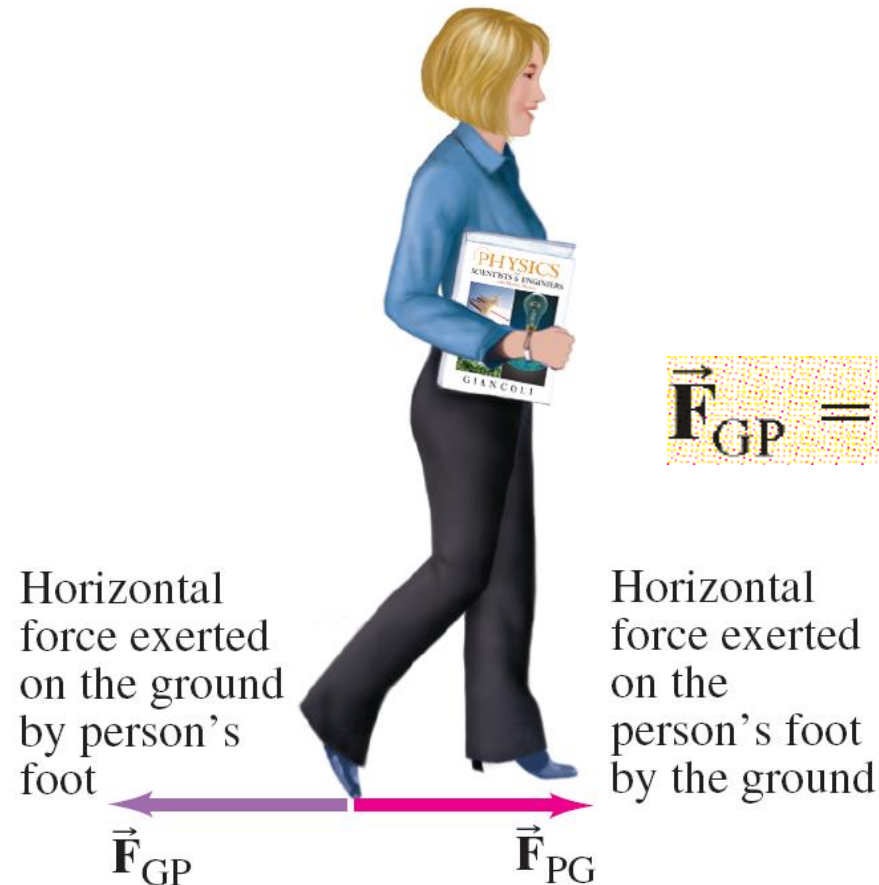
Εάν όμως οι τροχοί πατούν πάνω σε **πάγο ή λάσπη** τότε απλά περιστρέφονται και το αυτοκίνητο παραμένει στη θέση του.

Απαιτείται Τριβή. Σε σταθερό έδαφος, οι τροχοί ασκούν δύναμη πάνω στο έδαφος λόγω τριβής.

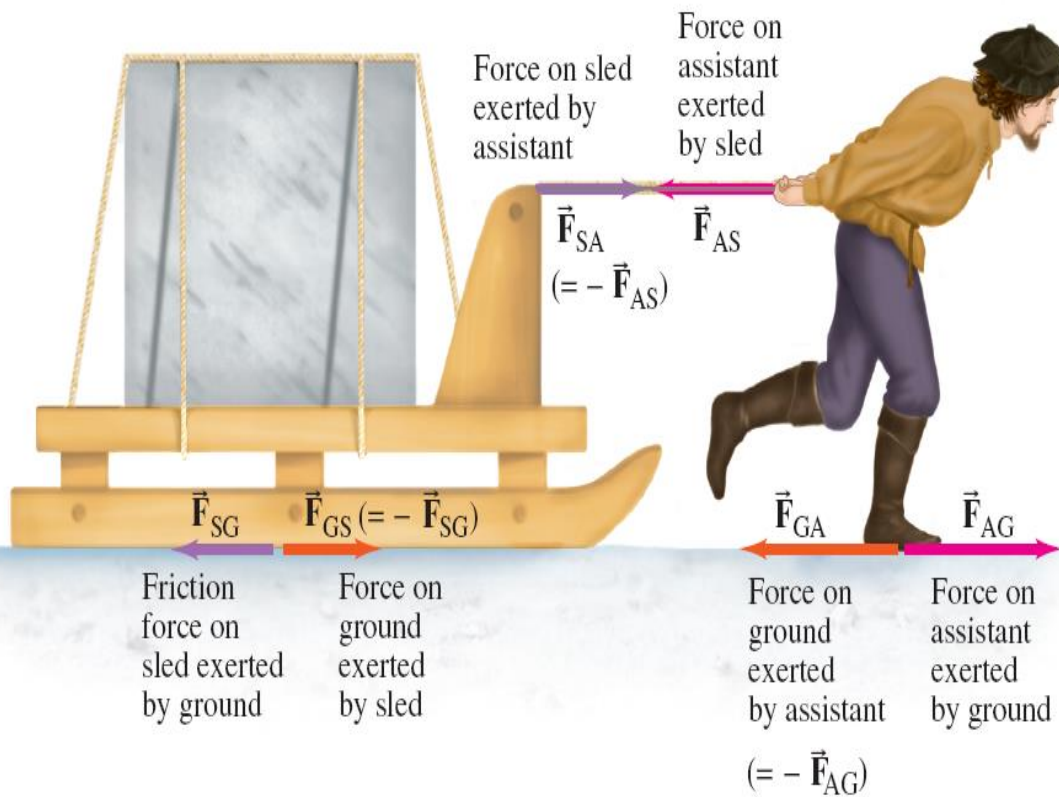
Εξ αιτίας του 3^{ου} νόμου, το έδαφος ασκεί δύναμη πάνω στο αυτοκίνητο στην αντίθετη κατεύθυνση και έτσι το αυτοκίνητο κινείται.

Ο 3^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

Συμβολισμοί: Ο **πρώτος δείκτης** δηλώνει το αντικείμενο πάνω στο οποίο **ασκείτε η δύναμη** (θύμα) και ο **δεύτερος δείκτης** την πηγή (θύτης) .



Ο βοηθός του Michelangelo πρέπει να μεταφέρει ένα κομμάτι μαρμάρου πάνω σε ένα έλκηθρο. Ο πονηρός τεμπελάκος βοηθός λέει το αφεντικό του: «όταν τραβάω το έλκηθρο, αυτό ασκεί μια δύναμη ίση με την έλξη μου αλλά στην αντίθετη κατεύθυνση. Πως θα καταφέρω λοιπόν να το «ξεκολλήσω» αφού όση δύναμη και να βάλω αυτό ασκεί την ίδια αντίσταση. Χαμένος χρόνος λοιπόν είναι αδύνατον να μετακινηθεί το μάρμαρο».



Το εάν θα μετακινηθεί ή όχι το έλκηθρο εξαρτάται από το εάν η δύναμη που θα ασκήσει ο βοηθός πάνω στο έδαφος είναι μεγαλύτερη από την αντίσταση του έλκηθρου.

4-6 Βάρος—Η δύναμη της βαρύτητας και η κάθετη δύναμη

Βάρος είναι η δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα αντικείμενο λόγω βαρύτητας. Κοντά στην επιφάνεια της γης η βαρυτική επιτάχυνση \vec{g} είναι σχεδόν σταθερή. Για μάζα m το βάρος είναι:

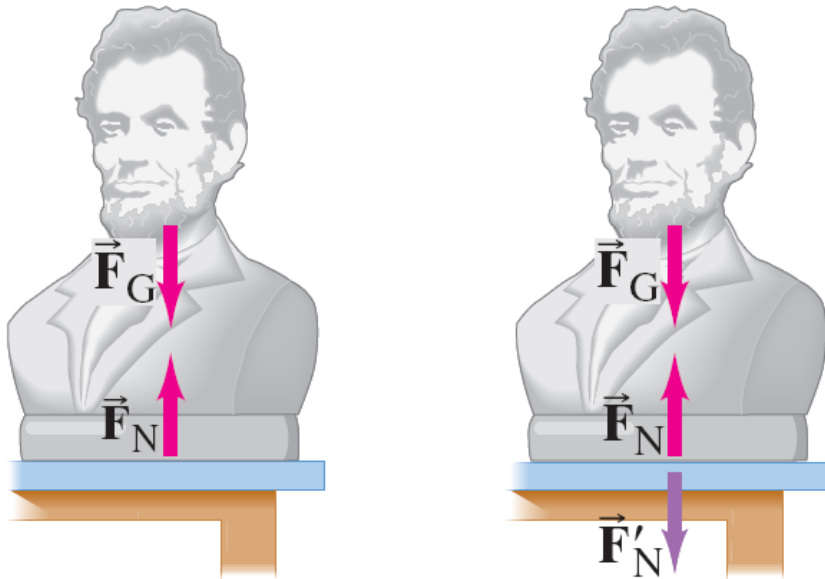
$$\vec{F}_G = m\vec{g},$$

όπου

$$g = 9.80 \text{ m/s}^2.$$

Βάρος—Η δύναμη της βαρύτητας και η κάθετη δύναμη

Ένα σώμα για να παραμένει ακίνητο, πρέπει η συνολική δύναμη που ασκείται πάνω του να είναι μηδέν. Ποιές δυνάμεις ασκούνται πάνω σε ένα άγαλμα που κάθεται πάνω σε ένα τραπέζι;



Οι δυνάμεις είναι το βάρος του αγάλματος και η κάθετη δύναμη που είναι αντίθετη και ίση με το βάρος αφού το άγαλμα παραμένει ακίνητο.

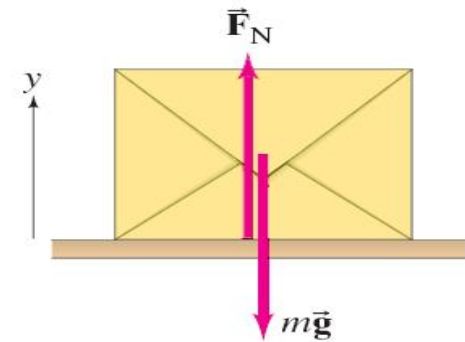
Βάρος—Η δύναμη της βαρύτητας και η κάθετη δύναμη

Λαμβάνεται ένα ιδιαίτερο δώρο από κάποιον φίλο σας που είναι ένα δέμα 10.0 kg. Το δέμα είναι ακίνητο πάνω στην επιφάνεια ενός οριζοντίου τραπέζιού χωρίς τριβή.

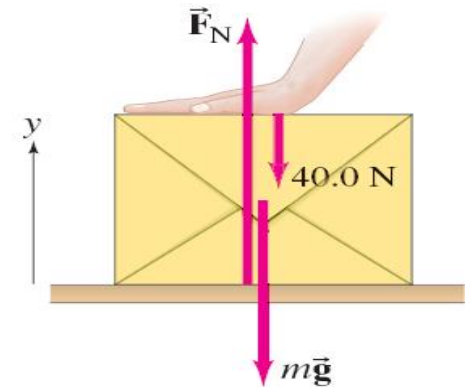
(α) Βρείτε το βάρος του δέματος και την κάθετη δύναμη που ασκεί πάνω του το τραπέζι.

(β) Ο φίλος σας τώρα ασκεί δύναμη 40,0 N προς τα κάτω πάνω στο δέμα. Πόση είναι τώρα η κάθετη δύναμη;

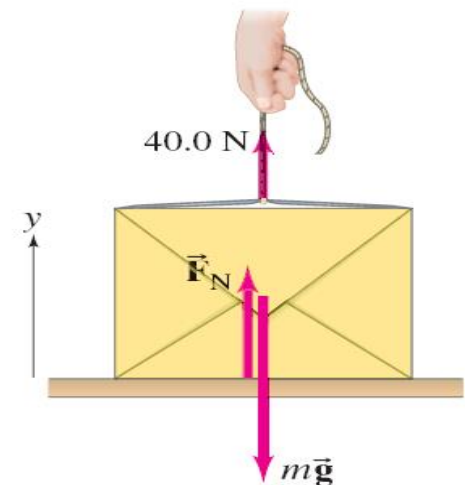
(γ) Εάν ο φίλος σας τραβάει το κουτί προς τα πάνω με δύναμη 40,0 N, πόση είναι η κάθετη δύναμη;



$$(a) \Sigma F_y = F_N - mg = 0$$



$$(b) \Sigma F_y = F_N - mg - 40.0 \text{ N} = 0$$



$$(c) \Sigma F_y = F_N - mg + 40.0 \text{ N} = 0$$

SOLUTION (a) The weight of the box is $mg = (10.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 98.0 \text{ N}$, and this force acts downward. The only other force on the box is the normal force exerted upward on it by the table, as shown in Fig. 4–15a. We chose the upward direction as the positive y direction; then the net force ΣF_y on the box is $\Sigma F_y = F_N - mg$; the minus sign means mg acts in the negative y direction (m and g are magnitudes). The box is at rest, so the net force on it must be zero (Newton's second law, $\Sigma F_y = ma_y$, and $a_y = 0$). Thus

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= ma_y \\ F_N - mg &= 0,\end{aligned}$$

so we have

$$F_N = mg.$$

The normal force on the box, exerted by the table, is 98.0 N upward, and has magnitude equal to the box's weight.

(b) Your friend is pushing down on the box with a force of 40.0 N . So instead of only two forces acting on the box, now there are three forces acting on the box, as shown in Fig. 4–15b. The weight of the box is still $mg = 98.0 \text{ N}$. The net force is $\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0 \text{ N}$, and is equal to zero because the box remains at rest ($a = 0$). Newton's second law gives

$$\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0 \text{ N} = 0.$$

We solve this equation for the normal force:

$$F_N = mg + 40.0 \text{ N} = 98.0 \text{ N} + 40.0 \text{ N} = 138.0 \text{ N},$$

which is greater than in (a). The table pushes back with more force when a person pushes down on the box. The normal force is not always equal to the weight!

(c) The box's weight is still 98.0 N and acts downward. The force exerted by your friend and the normal force both act upward (positive direction), as shown in Fig. 4–15c. The box doesn't move since your friend's upward force is less than the weight. The net force, again set to zero in Newton's second law because $a = 0$, is

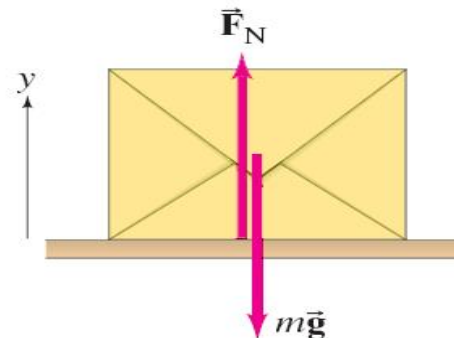
$$\Sigma F_y = F_N - mg + 40.0 \text{ N} = 0,$$

so

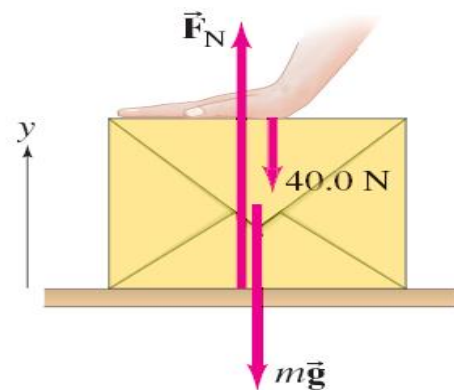
$$F_N = mg - 40.0 \text{ N} = 98.0 \text{ N} - 40.0 \text{ N} = 58.0 \text{ N}.$$

The table does not push against the full weight of the box because of the upward pull exerted by your friend.

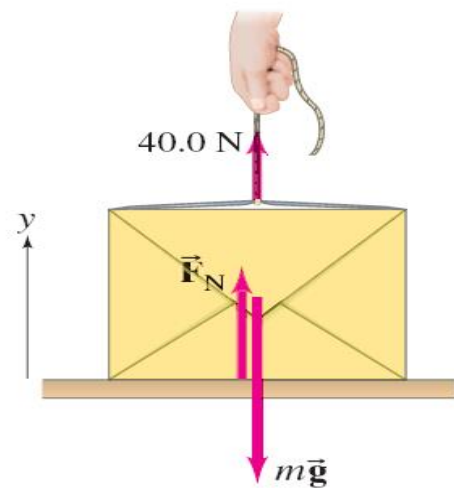
NOTE The weight of the box ($= mg$) does not change as a result of your friend's push or pull. Only the normal force is affected.



$$(a) \Sigma F_y = F_N - mg = 0$$



$$(b) \Sigma F_y = F_N - mg - 40.0 \text{ N} = 0$$



$$(c) \Sigma F_y = F_N - mg + 40.0 \text{ N} = 0$$

Τι θα συμβεί εάν στο προηγούμενο παράδειγμα κάποιος τραβήξει προς τα πάνω το δέμα με δύναμη 100,0 N?

SOLUTION The net force on the box is

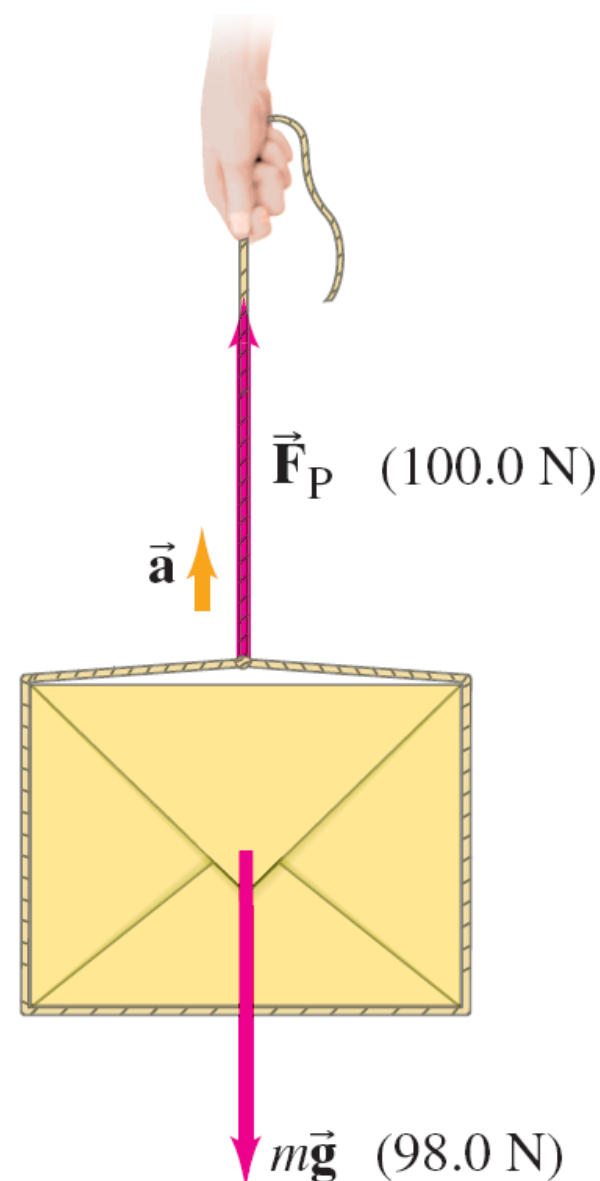
$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_N - mg + F_P \\ &= F_N - 98.0 \text{ N} + 100.0 \text{ N},\end{aligned}$$

and if we set this equal to zero (thinking the acceleration might be zero), we would get $F_N = -2.0 \text{ N}$. This is nonsense, since the negative sign implies points downward, and the table surely cannot *pull* down on the box (unless there's glue on the table). The least F_N can be is zero, which it will be in this case. What really happens here is that the box accelerates upward because the force is not zero. The net force (setting the normal force $F_N = 0$) is

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_P - mg = 100.0 \text{ N} - 98.0 \text{ N} \\ &= 2.0 \text{ N}\end{aligned}$$

upward. See Fig. 4-16. We apply Newton's second law and see that the box moves upward with an acceleration

$$\begin{aligned}a_y &= \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{2.0 \text{ N}}{10.0 \text{ kg}} \\ &= 0.20 \text{ m/s}^2.\end{aligned}$$



Μία φοιτήτρια 65-kg κατεβαίνει με το ασανσέρ το οποίο στιγμιαία επιταχύνει με $0,20g$. Κάθετε πάνω σε μια ζυγαριά:

(α) Κατά την επιτάχυνση πόσο είναι το βάρος της και ποια είναι η ένδειξη της ζυγαριάς;

(β) Ποια είναι η ένδειξη της ζυγαριάς όταν το ασανσέρ κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα $2,0 \text{ m/s}$?

SOLUTION (a) From Newton's second law,

$$\Sigma F = ma$$

$$mg - F_N = m(0.20g).$$

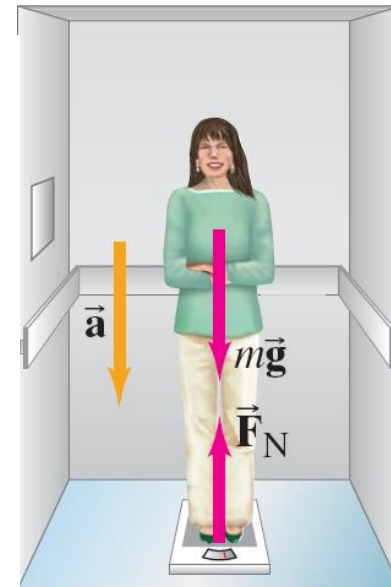
We solve for F_N :

$$F_N = mg - 0.20mg = 0.80mg,$$

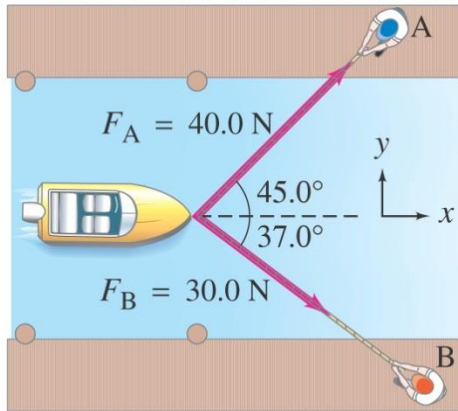
and it acts upward. The normal force \vec{F}_N is the force the scale exerts on the person, and is equal and opposite to the force she exerts on the scale: $F'_N = 0.80mg$ downward. Her weight (force of gravity on her) is still $mg = (65 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 640 \text{ N}$. But the scale, needing to exert a force of only $0.80mg$, will give a reading of $0.80m = 52 \text{ kg}$.

(b) Now there is no acceleration, $a = 0$, so by Newton's second law, $mg - F_N = 0$ and $F_N = mg$. The scale reads her true mass of 65 kg.

NOTE The scale in (a) may give a reading of 52 kg (as an "apparent mass"), but her mass doesn't change as a result of the acceleration: it stays at 65 kg.

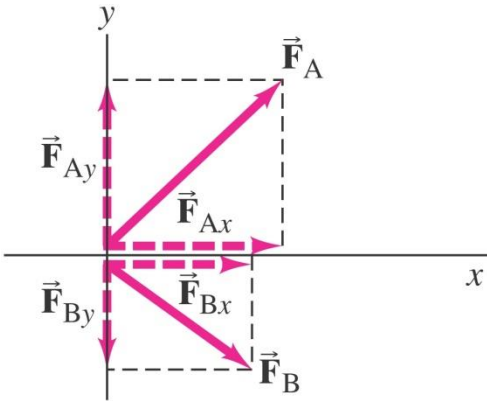


Διαγράμματα Απελευθερωμένου Σώματος



1. Κάντε ένα σχέδιο.

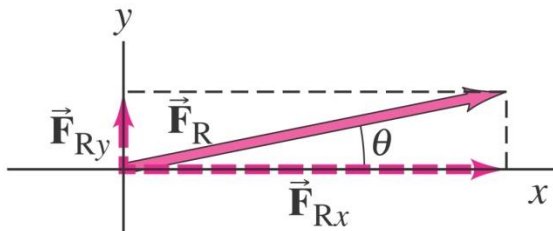
2. Για κάθε αντικείμενο σχεδιάστε ένα διάγραμμα που να δείχνει όλες τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του. Τα μέτρα και οι διευθύνσεις των δυνάμεων να είναι ακριβής. Δηλώστε κάθε δύναμη. Εάν υπάρχουν περισσότερα του ενός αντικείμενα κάντε ξεχωριστά διαγράμματα για κάθε αντικείμενο.



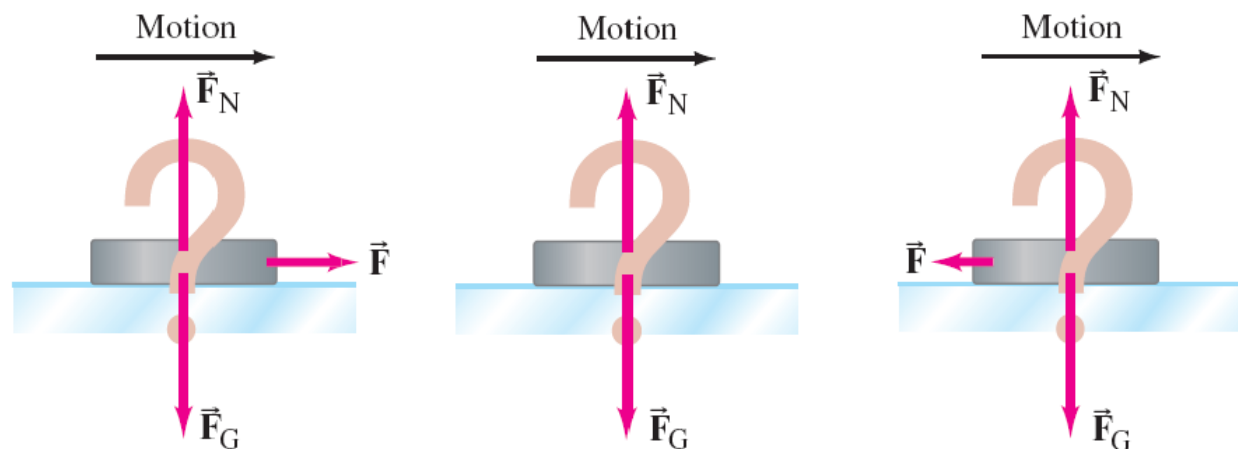
3. Αναλύστε τα διανύσματα σε συνιστώσες.

4. Εφαρμόστε το 2^ο νόμο σε κάθε συνιστώσα.

5. Λύστε την άσκηση.



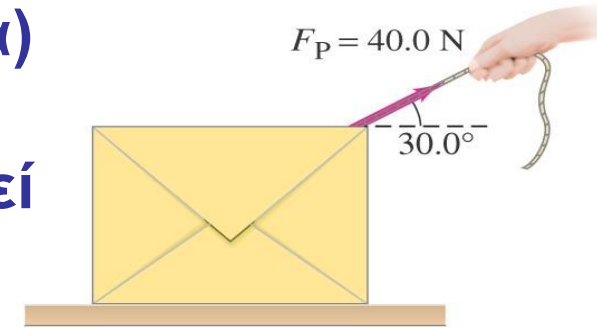
Το «μπαλάκι» του χόκεϋ επί πάγου γλιστράει πάνω σε οριζόντια επιφάνεια πάγου με σταθερή ταχύτητα, άνευ τριβής. Ποια από τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος απεικονίζουν την κίνηση που περιγράψαμε; Ποιο διάγραμμα θα απεικόνιζε την σωστή κίνηση εάν το μπαλάκι επιβράδυνε;



RESPONSE Did you choose (a)? If so, can you answer the question: what exerts the horizontal force labeled \vec{F} on the puck? If you say that it is the force needed to maintain the motion, ask yourself: what exerts this force? Remember that another object must exert any force—and there simply isn't any possibility here. Therefore, (a) is wrong. Besides, the force \vec{F} in Fig. 4–20a would give rise to an acceleration by Newton's second law. It is (b) that is correct. No net force acts on the puck, and the puck slides at constant velocity across the ice.

In the real world, where even smooth ice exerts at least a tiny friction force, then (c) is the correct answer. The tiny friction force is in the direction opposite to the motion, and the puck's velocity decreases, even if very slowly.

Πάνω σε ένα δέμα 10.0-kg ασκείτε δύναμη $F_P = 40,0$ N, και με κατεύθυνση $30,0^\circ$. Βρείτε (α) την επιτάχυνση του δέματος και (β) το μέγεθος της κάθετης δύναμης F_N που ασκεί το τραπέζι στο κουτί.

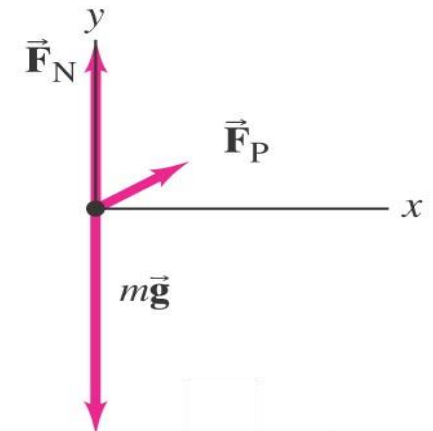
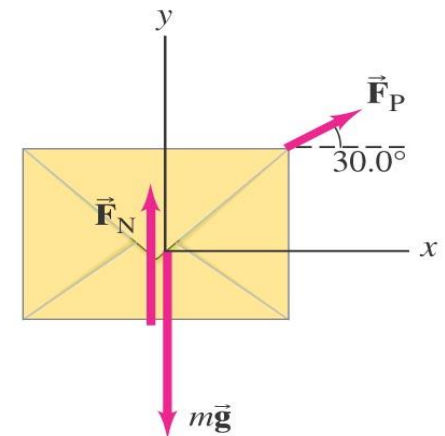


- 1. Draw a sketch:** The situation is shown in Fig. 4–21a; it shows the box and the force applied by the person, F_P .
- 2. Free-body diagram:** Figure 4–21b shows the free-body diagram of the box. To draw it correctly, we show *all* the forces acting on the box and *only* the forces acting on the box. They are: the force of gravity $m\vec{g}$; the normal force exerted by the table \vec{F}_N ; and the force exerted by the person \vec{F}_P . We are interested only in translational motion, so we can show the three forces acting at a point, Fig. 4–21c.
- 3. Choose axes and resolve vectors:** We expect the motion to be horizontal, so we choose the x axis horizontal and the y axis vertical. The pull of 40.0 N has components

$$F_{Px} = (40.0 \text{ N})(\cos 30.0^\circ) = (40.0 \text{ N})(0.866) = 34.6 \text{ N},$$

$$F_{Py} = (40.0 \text{ N})(\sin 30.0^\circ) = (40.0 \text{ N})(0.500) = 20.0 \text{ N}.$$

In the horizontal (x) direction, \vec{F}_N and $m\vec{g}$ have zero components. Thus the horizontal component of the net force is F_{Px} .



4. (a) Apply Newton's second law to determine the x component of the acceleration:

$$F_{Px} = ma_x.$$

5. (a) Solve:

$$a_x = \frac{F_{Px}}{m} = \frac{(34.6 \text{ N})}{(10.0 \text{ kg})} = 3.46 \text{ m/s}^2.$$

The acceleration of the box is 3.46 m/s^2 to the right.

(b) Next we want to find F_N .

4. (b) Apply Newton's second law to the vertical (y) direction, with upward as positive:

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$F_N - mg + F_{Py} = ma_y.$$

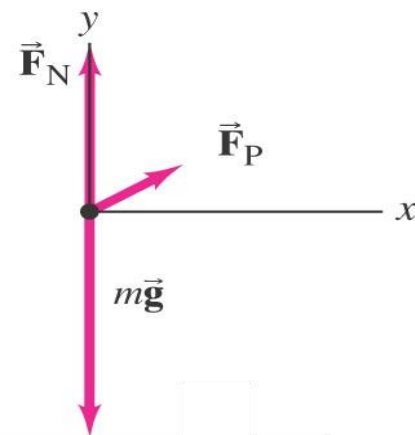
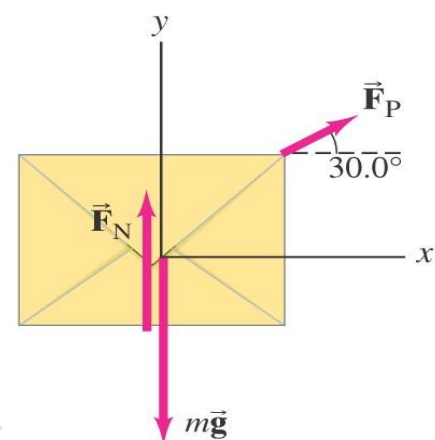
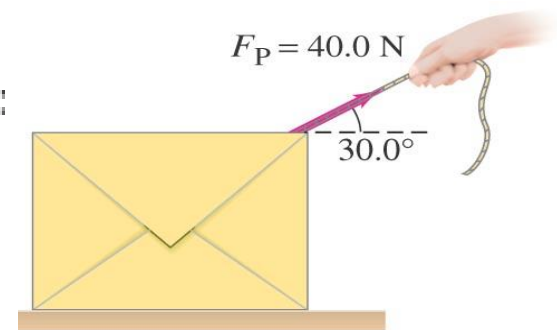
5. (b) Solve: We have $mg = (10.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 98.0 \text{ N}$ and, from point 3 above, $F_{Py} = 20.0 \text{ N}$. Furthermore, since $F_{Py} < mg$, the box does not move vertically, so $a_y = 0$. Thus

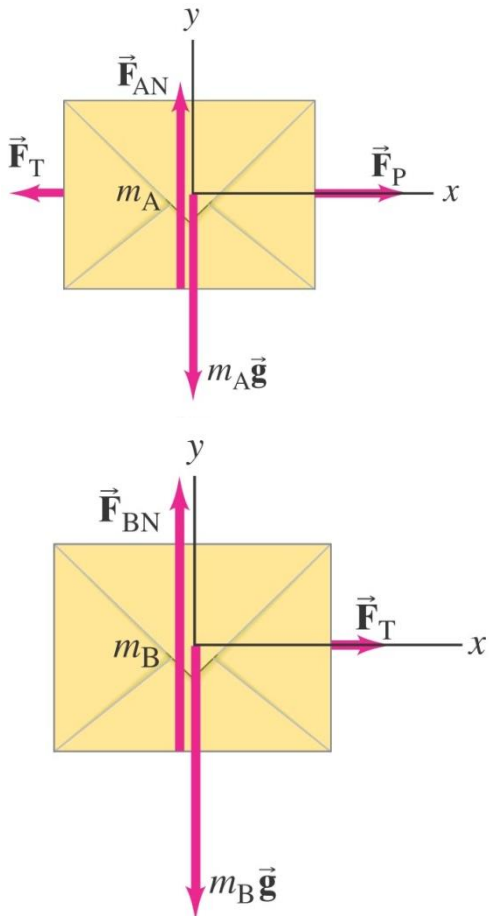
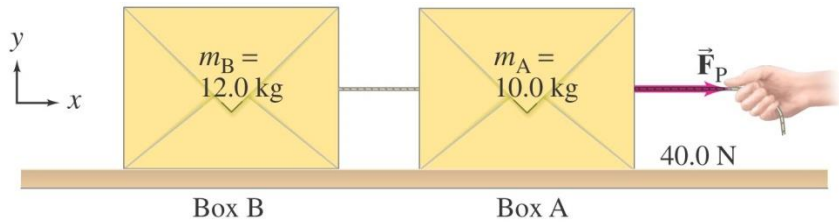
$$F_N - 98.0 \text{ N} + 20.0 \text{ N} = 0,$$

so

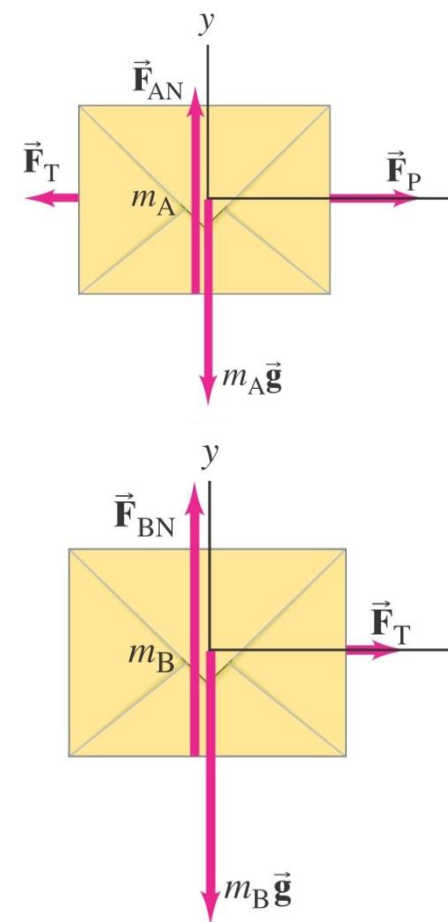
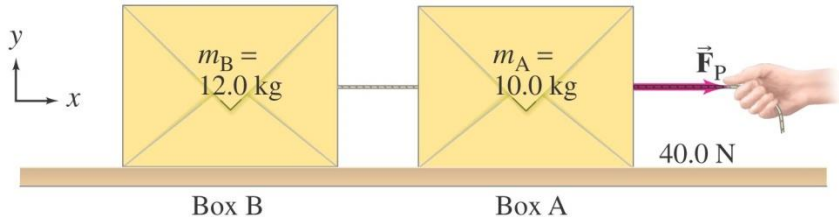
$$F_N = 78.0 \text{ N}.$$

NOTE F_N is less than mg : the table does not push against the full weight of the box because part of the pull exerted by the person is in the upward direction.





Δύο κουτιά A και B συνδέονται με ένα σκοινί και παραμένουν ακίνητα πάνω σε ένα λείο τραπέζι. Τα κουτιά έχουν μάζες $12,0 \text{ kg}$ και $10,0 \text{ kg}$. Μία οριζόντια δύναμη $40,0 \text{ N}$ εφαρμόζεται στο κουτί των 10.0-kg . Βρείτε (α) την επιτάχυνση του κάθε κουτιού και (β) την τάση του σκοινιού που συνδέει τα δύο κουτιά.



APPROACH We streamline our approach by not listing each step. We have two boxes so we draw a free-body diagram for each. To draw them correctly, we must consider the forces on *each* box by itself, so that Newton's second law can be applied to each. The person exerts a force F_P on box A. Box A exerts a force F_T on the connecting cord, and the cord exerts an opposite but equal magnitude force F_T back on box A (Newton's third law). These two horizontal forces on box A are shown in Fig. 4–22b, along with the force of gravity $m_A \vec{g}$ downward and the normal force \vec{F}_{AN} exerted upward by the table. The cord is light, so we neglect its mass. The tension at each end of the cord is thus the same. Hence the cord exerts a force F_T on the second box. Figure 4–22c shows the forces on box B, which are \vec{F}_T , $m_B \vec{g}$, and the normal force \vec{F}_{BN} . There will be only horizontal motion. We take the positive x axis to the right.

SOLUTION (a) We apply $\Sigma F_x = ma_x$ to box A:

$$\Sigma F_x = F_P - F_T = m_A a_A. \quad [\text{box A}]$$

For box B, the only horizontal force is F_T , so

$$\Sigma F_x = F_T = m_B a_B. \quad [\text{box B}]$$

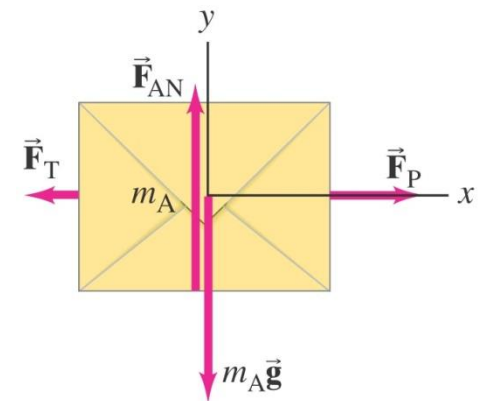
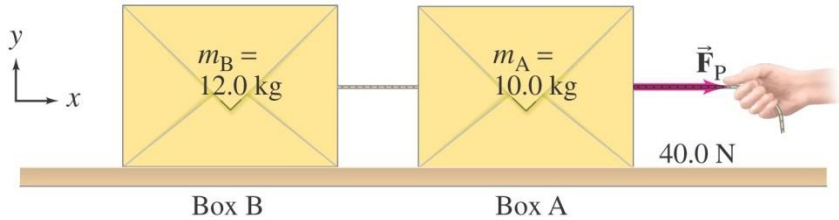
The boxes are connected, and if the cord remains taut and doesn't stretch, then the two boxes will have the same acceleration a . Thus $a_A = a_B = a$. We are given $m_A = 10.0 \text{ kg}$ and $m_B = 12.0 \text{ kg}$. We can add the two equations above to eliminate an unknown (F_T) and obtain

$$(m_A + m_B)a = F_P - F_T + F_T = F_P$$

or

$$a = \frac{F_P}{m_A + m_B} = \frac{40.0 \text{ N}}{22.0 \text{ kg}} = 1.82 \text{ m/s}^2.$$

This is what we sought.

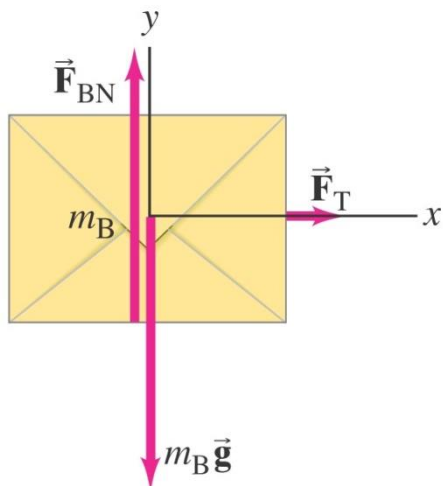


(b) From the equation above for box B ($F_T = m_B a_B$), the tension in the cord is

$$F_T = m_B a = (12.0 \text{ kg})(1.82 \text{ m/s}^2) = 21.8 \text{ N}.$$

Thus, F_T is less than F_P ($= 40.0 \text{ N}$), as we expect, since F_T acts to accelerate only m_B .

NOTE It might be tempting to say that the force the person exerts, F_P , acts not only on box A but also on box B. It doesn't. F_P acts only on box A. It affects box B via the tension in the cord, F_T , which acts on box B and accelerates it.



Αντίβαρο, η μηχανή του Atwood

Ένα σύστημα με δύο αντικείμενα που συνδέονται με ένα ιμάντα και κρέμονται από τροχαλία ονομάζεται και μηχανή του Atwood's. Το αντίβαρο ζυγίζει 1000 kg. Εάν υποθέσουμε ότι το άδειο ασανσέρ ζυγίζει 850 kg, και έχει μάζα 1150 kg όταν επιβιβάζονται 4 άτομα. Βρείτε (α) την επιτάχυνση του ασανσέρ και (β) την τάση του ιμάντα.

SOLUTION (α) To find F_T as well as the acceleration a , we apply Newton's second law, $\Sigma F = ma$, to each object. We take upward as the positive y direction for both objects. With this choice of axes, $a_C = a$ because m_C accelerates upward, and $a_E = -a$ because m_E accelerates downward. Thus

$$F_T - m_E g = m_E a_E = -m_E a$$

$$F_T - m_C g = m_C a_C = +m_C a.$$

We can subtract the first equation from the second to get

$$(m_E - m_C)g = (m_E + m_C)a,$$

where a is now the only unknown. We solve this for a :

$$a = \frac{m_E - m_C}{m_E + m_C} g = \frac{1150 \text{ kg} - 1000 \text{ kg}}{1150 \text{ kg} + 1000 \text{ kg}} g = 0.070g = 0.68 \text{ m/s}^2.$$

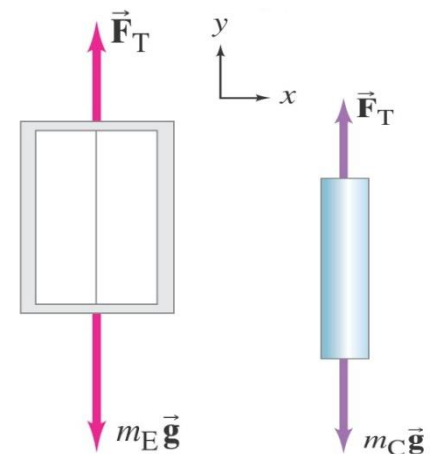
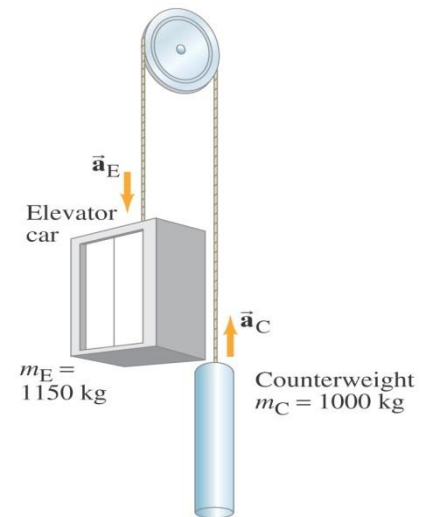
The elevator (m_E) accelerates downward (and the counterweight m_C upward) at $a = 0.070g = 0.68 \text{ m/s}^2$.

(b) The tension in the cable F_T can be obtained from either of the two $\Sigma F = ma$ equations, setting $a = 0.070g = 0.68 \text{ m/s}^2$:

$$\begin{aligned} F_T - m_E g - m_E a &= m_E (g - a) \\ &= 1150 \text{ kg} (9.80 \text{ m/s}^2 - 0.68 \text{ m/s}^2) = 10,500 \text{ N}, \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} F_T - m_C g + m_C a &= m_C (g + a) \\ &= 1000 \text{ kg} (9.80 \text{ m/s}^2 + 0.68 \text{ m/s}^2) = 10,500 \text{ N}, \end{aligned}$$

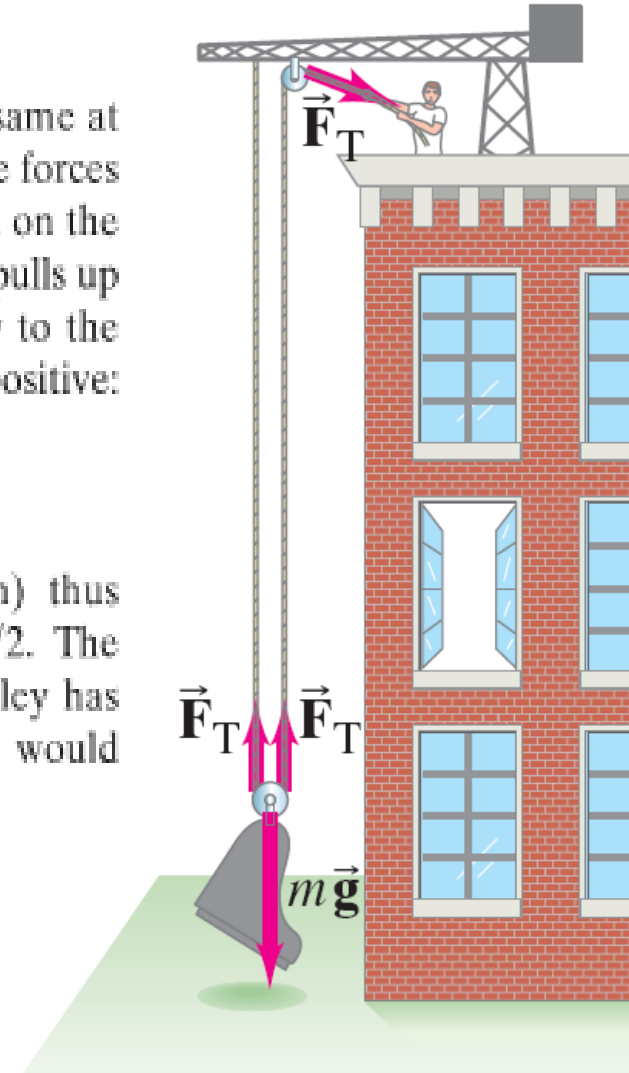


Το πλεονέκτημα της τροχαλίας: Κατά τη μετακόμιση προσπαθούμε να ανεβάσουμε ένα πιάνο (αργά και προσεκτικά) στο δεύτερο όροφο ενός κτιρίου. Χρησιμοποιούμε ένα σύστημα διπλής τροχαλίας όπως φαίνεται στην εικόνα. Πόση δύναμη χρειάζεται να ασκήσει ώστε να σηκώσει αργά το πιάνο βάρους 2000-N;

RESPONSE The magnitude of the tension force F_T within the rope is the same at any point along the rope if we assume we can ignore its mass. First notice the forces acting on the lower pulley at the piano. The weight of the piano pulls down on the pulley via a short cable. The tension in the rope, looped through this pulley, pulls up *twice*, once on each side of the pulley. Let us apply Newton's second law to the pulley-piano combination (of mass m), choosing the upward direction as positive:

$$2F_T - mg = ma.$$

To move the piano with constant speed (set $a = 0$ in this equation) thus requires a tension in the rope, and hence a pull on the rope, of $F_T = mg/2$. The mover can exert a force equal to half the piano's weight. We say the pulley has given a **mechanical advantage** of 2, since without the pulley the mover would have to exert twice the force.



Όργανο Μέτρησης της επιτάχυνσης: Μια μικρή μάζα m κρέμεται πάνω από το παράθυρο ενός αυτοκινήτου από ένα λεπτό σκοινί και δύναται να μετακινείται σαν εκκρεμές. Ποια θα είναι η γωνία του εκκρεμούς όταν (α) το αυτοκίνητο επιταχύνει σταθερά με $a = 1,20 \text{ m/s}^2$, και (β) όταν το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = 90 \text{ km/h}$?

SOLUTION (a) The acceleration $a = 1.20 \text{ m/s}^2$ is horizontal, so from Newton's second law,

$$ma = F_T \sin \theta$$

for the horizontal component, whereas the vertical component gives

$$0 = F_T \cos \theta - mg.$$

Dividing these two equations, we obtain

$$\tan \theta = \frac{F_T \sin \theta}{F_T \cos \theta} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

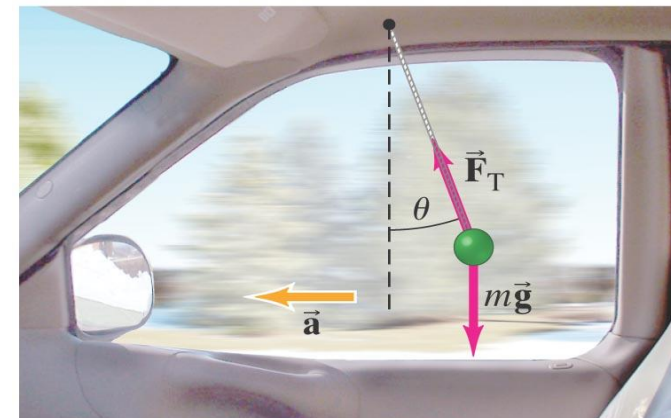
or

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{1.20 \text{ m/s}^2}{9.80 \text{ m/s}^2} \\ &= 0.122, \end{aligned}$$

so

$$\theta = 7.0^\circ.$$

(b) The velocity is constant, so $a = 0$ and $\tan \theta = 0$. Hence the pendulum hangs vertically ($\theta = 0^\circ$).



Ένα κουτί μάζας m τοποθετείται σε ένα επικλινές λείο επίπεδο που σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση. (α) Βρείτε την κάθετη δύναμη στο κουτί (β) την επιτάχυνση (γ) Υπολογίστε τα (α) και (β) για $m=10 \text{ kg}$ $\theta = 30^\circ$.

SOLUTION (a) There is no motion in the y direction, so $a_y = 0$. Applying Newton's second law we have

$$F_y = ma_y$$

$$F_N - mg \cos \theta = 0,$$

where F_N and the y component of gravity ($mg \cos \theta$) are all the forces acting on the box in the y direction. Thus the normal force is given by

$$F_N = mg \cos \theta.$$

Note carefully that unless $\theta = 0^\circ$, F_N has magnitude less than the weight mg .

(b) In the x direction the only force acting is the x component of $m\vec{g}$, which we see from the diagram is $mg \sin \theta$. The acceleration a is in the x direction so

$$F_x = ma_x$$

$$mg \sin \theta = ma,$$

and we see that the acceleration down the plane is

$$a = g \sin \theta.$$

Thus the acceleration along an incline is always less than g , except at $\theta = 90^\circ$, for which $\sin \theta = 1$ and $a = g$. This makes sense since $\theta = 90^\circ$ is pure vertical fall. For $\theta = 0^\circ$, $a = 0$, which makes sense because $\theta = 0^\circ$ means the plane is horizontal so gravity causes no acceleration. Note too that the acceleration does not depend on the mass m .

(c) For $\theta = 30^\circ$, $\cos \theta = 0.866$ and $\sin \theta = 0.500$, so

$$F_N = 0.866mg = 85 \text{ N},$$

and

$$a = 0.500g = 4.9 \text{ m/s}^2.$$

