9. (α) Μήπως μια ακτίνα υπέρυθρων φωτονίων έχει πάντα λιγότερη ενέργεια από μια ακτίνα υπεριωδών φωτονίων; Εξηγήστε την απάντησή σας. (β) Μήπως ένα φωτόνιο υπέρυθρου φωτός έχει πάντα λιγότερη ενέργεια από ένα φωτόνιο υπεριώδους φωτός;

α) ΟΧΙ. Η ενέργεια μιας δέσμης φωτονίων εξαρτάται όχι μόνο από την ενέργεια κάθε μεμονωμένου φωτόνιου αλλά και από το συνολικό αριθμό των φωτονίων. Εάν υπάρχουν αρκετά υπέρυθρα φωτόνια, η υπέρυθρη ακτίνα μπορεί να έχει περισσότερη ενέργεια από την υπεριώδη ακτίνα.
β) Ναι. Η ενέργεια ενός μόνο φωτονιού εξαρτάται από τη συχνότητά του: $E = hf$. Δεδομένου ότι το υπέρυθρο φως έχει χαμηλότερη συχνότητα από το υπεριώδες φως, ένα ενιαίο φωτονίδημα IR θα έχει πάντα λιγότερη ενέργεια από ένα ενιαίο UV φωτόνιο.

10. Φως μήκους κύματος 450 nm προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια και μια ροή ηλεκτρονίων αναδύεται από το μέταλλο. Εάν φως της ίδιας έντασης αλλά με μήκος κύματος 400 nm προσπίπτει στην επιφάνεια, θα εκπέμπονται περισσότερα ηλεκτρόνια; Η ενέργεια του εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων μεταβάλλεται; Εξηγήστε την απάντησή σας.

Λιγότερα ηλεκτρόνια εκπέμπονται από την επιφάνεια όπου προσκρούουν τα φωτόνια 400 nm. Κάθε φωτόνιο 400 nm έχει υψηλότερη ενέργεια από κάθε φωτόνιο 450 nm, έτσι θα χρειαστούν λιγότερα φωτόνια 400 nm για να παράγουν την ίδια ένταση (ενέργεια ανά μονάδα επιφάνειας ανά μονάδα χρόνου) με την δέσμη φωτονίων 450 nm. Η μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που εκπέμπονται από την επιφάνεια όταν προσπίπτουν φωτόνια των 400 nm θα είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που εκπέμπονται από την επιφάνεια όπου προσπίπτουν φωτόνια των 450 nm, και πάλι επειδή κάθε φωτόνιο 400 nm έχει υψηλότερη ενέργεια.

In both the photoelectric effect and in the Compton effect, a photon collides with an electron causing the electron to fly off. What then, is the difference between the two processes?

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο η ενέργεια φωτονίων απορροφάται εντελώς από το ηλεκτρόνιο. Στο φαινόμενο Compton, το φωτόνιο «σκεδάζει» από το ηλεκτρόνιο με χαμηλότερη ενέργεια.

If an electron and a proton travel at the same speed, which has the shorter de Broglie wavelength? Explain.

Το πρωτόνιο θα έχει το μικρότερο μήκος κύματος, δεδομένου ότι έχει μια μεγαλύτερη μάζα από το ηλεκτρόνιο και επομένως μια μεγαλύτερη ορμή. $(\lambda = h/p)$.

Why do we say that electrons have wave properties? Why do we say that electrons have particle properties?

Τα ηλεκτρόνια παρουσιάζουν χαρακτηριστικά τόσο των κυμάτων όσο και των σωματιδίων. Τα ηλεκτρόνια δρουν σαν κύματα στην περίθλαση και σαν σωματίδια στο φαινόμενο Compton και άλλες συγκρούσεις.

Is it possible for the de Broglie wavelength of a “particle” to be greater than the dimensions of the particle? To be smaller? Is there any direct connection?

Δεν υπάρχει άμεση σύνδεση μεταξύ του μεγέθους ενός σωματιδίου και του μήκους κύματος de Broglie. Δύναται το μήκος κύματος να είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από το σωματίδιο.

2. (I) Πόσο καυτό είναι το μέταλλο που συγκολλείται εάν ακτινοβολεί περισσότερο στα 460 nm;

We use Wien's law to find the temperature for a peak wavelength of 460 nm.

$$T = \frac{\left(2.90\times10^{-3}\text{m}\bullet\text{K}\right)}{\lambda} = \frac{\left(2.90\times10^{-3}\text{m}\bullet\text{K}\right)}{\left(460\times10^{-9}\text{m}\right)} = \boxed{6300\,\text{K}}$$

3. (I) Ένα μόριο HCl δονείται με μια φυσική συχνότητα $8,1\times10^{13}$ Hz. Ποια είναι η διαφορά στην ενέργεια (σε joules και βολτ ηλεκτρονίων-eV) μεταξύ των διαδοχικών τιμών της ενέργειας ταλάντωσης ;

Because the energy is quantized the difference in energy between adjacent levels is simply $E = nhf$.

$$\Delta E = hf = \left(6.63\times10^{-34}\,\text{J}\bullet\text{s}\right)\left(8.1\times10^{13}\text{Hz}\right) = \boxed{5.4\times10^{-20}\text{J} = 0.34\,\text{eV}}$$

7. (I) Ποιο είναι το εύρος ενεργειών (σε joules και eV) των φωτονίων στο ορατό φάσμα, του μήκους κύματος 410 nm έως 750 nm;

The longest wavelength will have the lowest energy.

$$E_1 = hf_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\text{J}\bullet\text{s}\right)\left(3.00\times10^{8}\text{m/s}\right)}{\left(410\times10^{-9}\text{m}\right)} = 4.85\times10^{-19}\text{J}\left(\frac{1\text{eV}}{1.60\times10^{-19}\text{J}}\right) = 3.03\text{eV}$$

$$E_2 = hf_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\text{J}\bullet\text{s}\right)\left(3.00\times10^{8}\text{m/s}\right)}{\left(750\times10^{-9}\text{m}\right)} = 2.65\times10^{-19}\text{J}\left(\frac{1\text{eV}}{1.60\times10^{-19}\text{J}}\right) = 1.66\,\text{eV}$$

Thus the range of energies is $\boxed{2.7\times10^{-19}\text{J} < E < 4.9\times10^{-19}\text{J}}$ or $\boxed{1.7\text{eV} < E < 3.0\text{eV}}$.

5. (III) Ο νόμος ακτινοβολίας του Planck δίνεται από την :

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

όπου $I(\lambda,)$ είναι ο ρυθμός ενέργειας που ακτινοβολείται ανά μονάδα εμβαδού επιφάνειας ανά μονάδα διαστήματος μήκους κύματος σε μήκος κύματος λ και θερμοκρασία Kelvin . α) Δείξτε ότι ο νόμος μετατόπισης του Wien προκύπτει από αυτήν την σχέση. β) Καθορίστε την τιμή του h από την πειραματική τιμή του λpT που δίνεται στο κείμενο. [Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τεχνικές γραφημάτων.] γ) Εξάγετε την εξάρτηση του ρυθμού με τον οποίο ακτινοβολείται η ενέργεια (όπως στον νόμο των Stefan- Boltzmann, Εξ. 19.17), από την ολοκλήρωση του τύπου του Planck σε όλα τα μήκη κύματος, δείξτε δηλαδή ότι

$$\int(\lambda, T)d\lambda \propto T^4.$$

(*a*) Wien's displacement law says that $\lambda_P T =$ constant. We must find the wavelength at which $I(\lambda, T)$ is a maximum for a given temperature. This can be found by setting $\partial I/\partial\lambda = 0$.

$$\frac{\partial I}{\partial\lambda} = \frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT}-1}\right) = 2\pi hc^2\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT}-1}\right)$$

$$= 2\pi hc^2\left[\frac{\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)\left(-5\lambda^{-6}\right) - \lambda^{-5}e^{hc/\lambda kT}\left(-\frac{hc}{kT\lambda^2}\right)}{\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)^2}\right]$$

$$= \frac{2\pi hc^2}{\lambda^6\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)^2}\left[5 + e^{hc/\lambda kT}\left(\frac{hc}{kT\lambda} - 5\right)\right] = 0 \rightarrow 5 = e^{hc/\lambda kT}\left(5 - \frac{hc}{kT\lambda}\right) \rightarrow$$

$$e^x(5-x) = 5 \; ; \; x = \frac{hc}{\lambda_P kT}$$

This transcendental equation will have some solution $x =$ constant, and so $\frac{hc}{\lambda_P kT} =$ constant, and so $\boxed{\lambda_P T = \text{constant}}$. The constant could be evaluated from solving the transcendental equation,

(*b*) To find the value of the constant, we solve $e^x(5-x) = 5$, or $5 - x = 5e^{-x}$. This can be done graphically, by graphing both $y = 5 - x$ and $y = 5e^{-x}$ on the same set of axes and finding the intersection point. Or, the quantity $5 - x - 5e^{-x}$ could be calculated, and find for what value of x that expression is 0. The answer is $x = 4.966$.

$$\frac{hc}{\lambda_P kT} = 4.966 \rightarrow$$

$$h = 4.966\frac{\lambda_P Tk}{c} = 4.966\frac{\left(2.90\times10^{-3}\text{m}\bullet\text{K}\right)\left(1.38\times10^{-23}\text{J/K}\right)}{3.00\times10^{8}\text{m/s}} = \boxed{6.62\times10^{-34}\text{J}\bullet\text{s}}$$

γ) Εξάγετε την εξάρτηση του ρυθμού με τον οποίο ακτινοβολείται η ενέργεια (όπως στον νόμο των Stefan- Boltzmann, Εξ. 19.17), από την ολοκλήρωση του τύπου του Planck σε όλα τα μήκη κύματος, δείξτε δηλαδή ότι

$$\int (\lambda, T) d\lambda \propto T^4.$$

(*c*) We integrate Planck's radiation formula over all wavelengths.

$$\int_0^\infty I(\lambda,T)\,d\lambda = \int_0^\infty \left(\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT}-1}\right)d\lambda \ ; \ \text{let } \frac{hc}{\lambda kT}=x \ ; \ \lambda=\frac{hc}{xkT} \ ; \ d\lambda=-\frac{hc}{x^2kT}dx$$

$$\int_0^\infty I(\lambda,T)\,d\lambda = \int_0^\infty \left(\frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT}-1}\right)d\lambda = \int_\infty^0 \left(\frac{2\pi hc^2\left(\dfrac{hc}{xkT}\right)^{-5}}{e^x-1}\right)\left(-\frac{hc}{x^2kT}dx\right) = \frac{2\pi k^4T^4}{h^3c^2}\int_0^\infty \left(\frac{x^3}{e^x-1}\right)dx$$

$$= \frac{2\pi k^4}{h^3c^2}\left[\int_0^\infty \left(\frac{x^3}{e^x-1}\right)dx\right]T^4 \propto T^4$$

Thus the total radiated power per unit area is proportional to T^4. Everything else in the expression is constant with respect to temperature.

11. (I) Ποια ελάχιστη συχνότητα του φωτός απαιτείται για να εκτινάξει ηλεκτρόνια από ένα μέταλλο του οποίου η εργοσυνάρτηση είναι 4,8 $\times 10^{-19}$ J;

At the minimum frequency, the kinetic energy of the ejected electrons is 0.

$$K = hf_{\min} - W_0 = 0 \;\rightarrow\; f_{\min} = \frac{W_0}{h} = \frac{4.8\times10^{-19}\,\mathrm{J}}{6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\bullet}s}} = \boxed{7.2\times10^{14}\,\mathrm{Hz}}$$

9. (I) Περίπου 0,1 eV απαιτείται για να σπάσει ένας «δεσμός υδρογόνου» μέσα ένα μόριο πρωτεϊνικό. Υπολογίστε την ελάχιστη συχνότητα και μέγιστο μήκος κύματος ενός φωτονίου που μπορεί να ολοκληρώσει αυτό.

$$E_{\min} = hf_{\min} \;\rightarrow\; f_{\min} = \frac{E_{\min}}{h} = \frac{(0.1\,\mathrm{eV})(1.60\times10^{-19}\,\mathrm{J/eV})}{(6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\bullet}s})} = 2.41\times10^{13}\,\mathrm{Hz} \approx \boxed{2\times10^{13}\,\mathrm{Hz}}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{f_{\min}} = \frac{(3.00\times10^{8}\,\mathrm{m/s})}{(2.41\times10^{13}\,\mathrm{Hz})} = 1.24\times10^{-5}\,\mathrm{m} \approx \boxed{1\times10^{-5}\,\mathrm{m}}$$

15. (II) Οι εργοσυναρτήσεις για το νάτριο, καίσιο, χαλκό, και σίδηρο είναι 2,3, 2,1, 4,7, και 4,5 eV, αντίστοιχα. Ποια από αυτά τα μέταλλα δεν θα εκπέμψουν ηλεκτρόνια όταν ορατό φως λάμπει σε αυτό;

The photon of visible light with the maximum energy has the least wavelength. We use 410 nm as the lowest wavelength of visible light.

$$hf_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\bullet}s})(3.00\times10^{8}\,\mathrm{m/s})}{(1.60\times10^{-19}\,\mathrm{J/eV})(410\times10^{-9}\,\mathrm{m})} = 3.03\,\mathrm{eV}$$

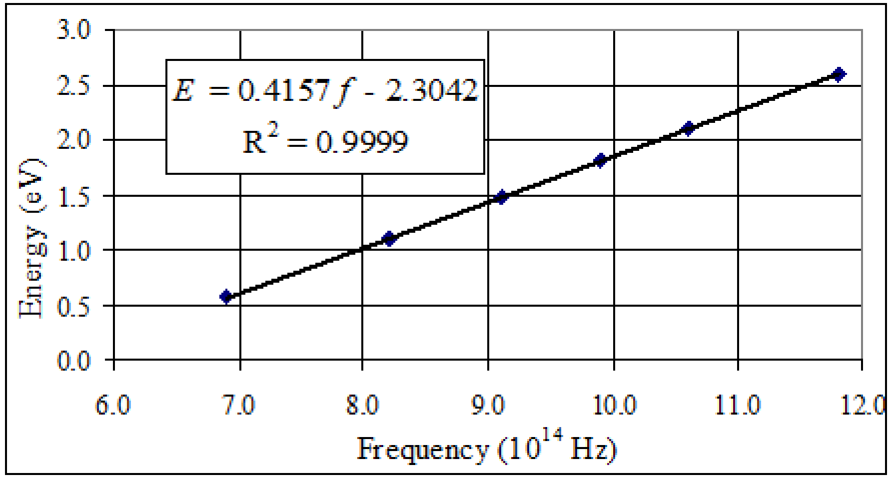
Electrons will not be emitted if this energy is less than the work function.
The metals with work functions greater than 3.03 eV are $\boxed{\text{copper and iron.}}$

24. (II) Σε ένα φωτοηλεκτρικό πείραμα που χρησιμοποιεί μια επιφάνεια καθαρού νατρίου, η μέγιστη ενέργεια των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων μετρήθηκε για ένα αριθμό διαφορετικών προσπιπτόντων συχνοτήτων, με τα ακόλουθα αποτελέσματα.

Συχνότητα ($\times 10^{14}$ Hz)	Ενέργεια (eV)
11,8	2,60
10,6	2,11
9,9	1,81
9,1	1,47
8,2	1,10
6,9	0,57

Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση αυτών των αποτελεσμάτων και βρείτε: α) Τη σταθερά Planck. β) Τη συχνότητα αποκοπής του νατρίου γ) την εργοσυνάρτηση.

We plot the maximum (kinetic) energy of the emitted electrons vs. the frequency of the incident radiation. $K_{max} = hf - W_0$. The best-fit straight line is determined by linear regression in Excel. The slope of the best-fit straight line to the data should give Planck's constant, the x-intercept is the cutoff frequency, and the y-intercept is the opposite of the work function.



(a) $h = \left(0.4157\,\text{eV}/10^{14}\text{Hz}\right)\left(1.60\times10^{-19}\,\text{J}/\text{eV}\right) = \boxed{6.7\times10^{-34}\,\text{J}\bullet\text{s}}$

(b) $hf_{\text{cutoff}} = W_0 \;\rightarrow\; f_{\text{cutoff}} = \dfrac{W_0}{h} = \dfrac{2.3042\,\text{eV}}{\left(0.4157\,\text{eV}/10^{14}\text{Hz}\right)} = \boxed{5.5\times10^{14}\text{Hz}}$

(c) $W_0 = \boxed{2.3\,\text{eV}}$

25. (II) Ένας **σωλήνας φωτοπολλαπλασιαστή** (ένας πολύ ευαίσθητος αισθητήρας φωτός), βασίζεται στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο: προσπίπτοντα φωτόνια προσκρούουν σε μια μεταλλική επιφάνεια και τα προκύπτοντα εκτοξευόμενα ηλεκτρόνια, συλλέγονται. Με τον υπολογισμό του αριθμού ηλεκτρονίων που συλλαμβάνονται, ο αριθμός των προσπιπτόντων φωτονίων (δηλ., η ένταση του προσπίπτοντος φωτός) μπορεί να καθοριστεί. α) Εάν ένας σωλήνας φωτοπολλαπλασιαστή ανταποκριθεί κατάλληλα για τα προσπίπτοντα μήκη κύματος σε όλη την ορατή τάξη (410 nm έως 750nm), ποια είναι η μέγιστη τιμή για τη εργοσυνάρτηση W_0 (eV) της μεταλλικής επιφάνειας του; β) Εάν το W_0 για τη μεταλλική επιφάνεια του είναι πάνω από ένα ορισμένο κατώτατο όριο τιμής, ο φωτοπολλαπλασιαστής θα λειτουργήσει μόνο για τα προσπίπτοντα υπεριώδη μήκη κύματος και δεν θα ανταποκρίνεται στο ορατό φως. Καθορίστε αυτήν την τιμή κατώτατου ορίου (eV).

(*a*) Since $f = c/\lambda$, the photon energy is $E = hc/\lambda$ and the largest wavelength has the smallest energy. In order to eject electrons for all possible incident visible light, the metal's work function must be less than or equal to the energy of a 750-nm photon. Thus the maximum value for the metal's work function W_o is found by setting the work function equal to the energy of the 750-nm photon.

$$W_o = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})(3.00\times10^{8}\,\text{m/s})}{(750\times10^{-9}\,\text{m})}\left(\frac{1\,\text{eV}}{1.60\times10^{-19}\,\text{J}}\right) = \boxed{1.66\,\text{eV}}$$

(*b*) If the photomultiplier is to function only for incident wavelengths less than 410-nm, then we set the work function equal to the energy of the 410-nm photon.

$$W_o = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})(3.00\times10^{8}\,\text{m/s})}{(410\times10^{-9}\,\text{m})}\left(\frac{1\,\text{eV}}{1.60\times10^{-19}\,\text{J}}\right) = \boxed{3.03\,\text{eV}}$$

---

27. (III) Υποθέστε ότι φως μήκους κύματος λ προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια, η της οποίας η εργοσυνάρτηση είναι γνωστή ακριβώς (δηλ., η αβεβαιότητα του είναι καλύτερη από 0,1 % και μπορεί να αγνοηθεί). Δείξτε ότι εάν η τάση αποκοπής μπορεί να καθοριστεί με ακρίβεια του ΔV_0, η ποσοστιαία αβεβαιότητα σε μήκος κύματος είναι

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda e}{hc}\Delta V_0.$$

Καθορίστε αυτήν την ποσοστιαία αβεβαιότητα εάν $\Delta V_0 = 0{,}01$ V και $\lambda = 550$ nm.

We set the kinetic energy in Eq. 37-4b equal to the stopping voltage, eV_0, and write the frequency of the incident light in terms of the wavelength, $f = c/\lambda$. We differentiate the resulting equation and solve for the fractional change in wavelength, and we take the absolute value of the final expression.

$$eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \;\rightarrow\; e\,dV_0 = -\frac{hc}{\lambda^2}d\lambda \;\rightarrow\; \frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{e\,dV_0\lambda}{hc} \approx \boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{e\lambda}{hc}\Delta V_0}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{(1.60\times10^{-19}\,\text{C})(550\times10^{-9}\,\text{m})}{(6.63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})(3.00\times10^{8}\,\text{m/s})}(0.01\,\text{V}) = \boxed{0.004}$$

40. (I) Υπολογίστε το μήκος κύματος μιας σφαίρας 0,23 kg που ταξιδεύει me 0,1 m/s.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s})}{(0.23\,\mathrm{kg})(0.10\,\mathrm{m/s})} = \boxed{2.9\times10^{-32}\,\mathrm{m}}$$

---

41. (I) Ποιο είναι το μήκος κύματος ενός νετρονίου (m = 1,67 × 10^{-27} kg) που ταξιδεύει με 8,5 X 104 m/s;

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s})}{(1.67\times10^{-27}\,\mathrm{kg})(8.5\times10^{4}\,\mathrm{m/s})} = \boxed{4.7\times10^{-12}\,\mathrm{m}}$$

---

42. (I) Μέσω πόσων βολτ της διαφοράς δυναμικού πρέπει ένα ηλεκτρόνιο να επιταχυνθεί για να επιτύχει ένα μήκος κύματος 0,21 nm;

We assume the electron is non-relativistic, and check that with the final answer.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s})}{(9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg})(0.21\times10^{-9}\,\mathrm{m})} = 3.466\times10^{6}\,\mathrm{m/s} = 0.01155c$$

Our use of classical expressions is justified. The kinetic energy is equal to the potential energy change.

$$eV = K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{\tfrac{1}{2}(9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg})(3.466\times10^{6}\,\mathrm{m/s})^2}{(1.60\times10^{-19}\,\mathrm{J/eV})} = 34.2\,\mathrm{eV}$$

Thus the required potential difference is $\boxed{34\ \mathrm{V}}$.

---

51. (II) Μετά που θα διέλθει από δύο σχισμές που χωρίζονται από μια απόσταση 3,0 μm μια δέσμη ηλεκτρονίων δημιουργεί μια μορφή συμβολής με το δεύτερης τάξης μέγιστό σε μια γωνία 55°. Βρείτε την ταχύτητα των ηλεκτρονίων σε αυτήν την δέσμη.

We will assume that the electrons are non-relativistic, and then examine the result in light of that assumption.

$$d\sin\theta = m_{\text{order}}\lambda \rightarrow \lambda = \frac{d\sin\theta}{m_{\text{order}}} \;;\; \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} \rightarrow$$

$$v = \frac{hm_{\text{order}}}{m_e d\sin\theta} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s})(2)}{(9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg})(3.0\times10^{-6}\,\mathrm{m})(\sin 55^\circ)} = \boxed{590\,\mathrm{m/s}}$$

This is far from being relativistic, so our original assumption was fine.

54. (I) Για τις τρεις μεταβάσεις του υδρογόνου που υποδεικνύονται παρακάτω, με τη n να είναι η αρχική κατάσταση και τη n να είναι η τελική κατάσταση, είναι η μετάβαση μια απορρόφηση ή μια εκπομπή; Ποια είναι υψηλότερη, η ενέργεια της αρχικής κατάστασης ή η ενέργεια της τελικής κατάστασης του ατόμου; Τελικά, ποια από αυτές τις μεταβάσεις περιλαμβάνουν τη μεγαλύτερη ενέργεια φωτονίου; α) $n = 1, n = 3$, β) $n = 6, n = 2$, γ) $n = 4, n = 5$.

The energy of a level is $E_n = -\dfrac{(13.6\text{ eV})}{n^2}$.

(*a*) The transition from $n = 1$ to $n' = 3$ is an $\boxed{\text{absorption,}}$ because the $\boxed{\text{final state,}}$ $n' = 3$, has a higher energy. The photon energy is the difference between the energies of the two states.

$$hf = E_{n'} - E_n = -(13.6\text{ eV})\left[\left(\frac{1}{3^2}\right) - \left(\frac{1}{1^2}\right)\right] = 12.1\text{ eV}$$

(*b*) The transition from $n = 6$ to $n' = 2$ is an $\boxed{\text{emission,}}$ because the $\boxed{\text{initial state,}}$ $n' = 2$, has a higher energy. The photon energy is the difference between the energies of the two states.

$$hf = -(E_{n'} - E_n) = (13.6\text{ eV})\left[\left(\frac{1}{2^2}\right) - \left(\frac{1}{6^2}\right)\right] = 3.0\text{ eV}$$

(*c*) The transition from $n = 4$ to $n' = 5$ is an $\boxed{\text{absorption,}}$ because the $\boxed{\text{final state,}}$ $n' = 5$, has a higher energy. The photon energy is the difference between the energies of the two states.

$$hf = E_{n'} - E_n = -(13.6\text{ eV})\left[\left(\frac{1}{5^2}\right) - \left(\frac{1}{4^2}\right)\right] = 0.31\text{ eV}$$

The photon for the transition from $\boxed{n = 1 \text{ to } n' = 3}$ has the largest energy.

---

55. (I) Πόση ενέργεια απαιτείται για να ιονίσει ένα άτομο υδρογόνου στην κατάσταση $n = 3$;

To ionize the atom means removing the electron, or raising it to zero energy.

$$E_{\text{ionization}} = 0 - E_n = 0 - \frac{(-13.6\text{eV})}{n^2} = \frac{(13.6\text{eV})}{3^2} = \boxed{1.51\text{eV}}$$

---

57. (I) Υπολογίστε την ενέργεια ιονισμού του διπλά ιονισμένου λιθίου Li^{2+}, το οποίο έχει $= 3$.

Doubly ionized lithium is similar to hydrogen, except that there are three positive charges ($Z = 3$) in the nucleus. The square of the product of the positive and negative charges appears in the energy term for the energy levels. We can use the results for hydrogen, if we replace e^2 by Ze^2:

$$E_n = -\frac{Z^2(13.6\text{eV})}{n^2} = -\frac{3^2(13.6\text{eV})}{n^2} = -\frac{(122\text{eV})}{n^2}$$

$$E_{\text{ionization}} = 0 - E_1 = 0 - \left[-\frac{(122\text{ eV})}{(1)^2}\right] = \boxed{122\text{eV}}$$

71. (II) *Αρχή της Αντιστοιχίας* : Δείξτε ότι για τις μεγάλες τιμές του n, η διαφορά στην ακτίνα Δr μεταξύ δύο παρακείμενων τροχιών (με τους κβαντικούς αριθμούς n και $n-1$) δίνεται από

$$\Delta r = r_n - r_{n-1} \approx \frac{2r_n}{n},$$

ώστε $\Delta r / r_n \to 0$ καθώς $n \to \infty$ σύμφωνα με την αρχή της αντιστοιχίας. [Σημειώστε ότι μπορούμε να ελέγξουμε την αρχή της αντιστοιχίας λαμβάνοντας έτσι κι αλλιώς μεγάλες τιμές του $n (n \to \infty)$ ή $h \to 0$. Είναι αυτές ισοδύναμες;]

We know that the radii of the orbits are given by $r_n = n^2 r_1$. Find the difference in radius for adjacent orbits.

$$\Delta r = r_n - r_{n-1} = n^2 r_1 - (n-1)^2 r_1 = n^2 r_1 - (n^2 - 2n + 1) r_1 = (2n-1) r_1$$

If $n \gg 1$, we have $\Delta r \approx 2nr_1 = 2n \frac{r_n}{n^2} = \frac{2r_n}{n}$.

In the classical limit, the separation of radii (and energies) should be very small. We see that letting $n \to \infty$ accomplishes this. If we substitute the expression for r_1 from Eq. 37-11, we have this.

$$\Delta r \approx 2nr_1 = \frac{2nh^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2}$$

We see that $\Delta r \propto h^2$, and so letting $h \to 0$ is equivalent to considering $n \to \infty$.

---

75. Ένας φούρνος μικροκυμάτων παράγει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία σε $\lambda = 12.2$ cm και παράγει μια ισχύ 860W. Υπολογίστε τον αριθμό μικροκυμάτων φωτονίων που παράγονται από το φούρνο μικροκυμάτων κάθε δευτερόλεπτο.

The power rating is the amount of energy produced per second. If this is divided by the energy per photon, then the result is the number of photons produced per second.

$$E_{\text{photon}} = hf = \frac{hc}{\lambda} \; ; \; \frac{P}{E_{\text{photon}}} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{(860\,\text{W})(12.2 \times 10^{-2}\,\text{m})}{(6.63 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^{8}\,\text{m/s})} = \boxed{5.3 \times 10^{26}\,\text{photons/s}}$$

---

77. Μια δέσμη κόκκινου φωτός λέιζερ ($\lambda = 633$ nm) συγκρούεται με έναν μαύρο τοίχο και απορροφάται πλήρως. Εάν αυτό το φως ασκεί μια συνολική δύναμη $F = 6.5$ nN στον τοίχο, πόσα φωτόνια ανά δευτερόλεπτο προσπίπτουν στον τοίχο;

The impulse on the wall is due to the change in momentum of the photons. Each photon is absorbed, and so its entire momentum is transferred to the wall.

$$F_{\text{on wall}} \Delta t = \Delta p_{\text{wall}} = -\Delta p_{\text{photons}} = -(0 - np_{\text{photon}}) = np_{\text{photon}} = \frac{nh}{\lambda} \to$$

$$\frac{n}{\Delta t} = \frac{F\lambda}{h} = \frac{(6.5 \times 10^{-9}\,\text{N})(633 \times 10^{-9}\,\text{m})}{(6.63 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})} = \boxed{6.2 \times 10^{18}\,\text{photons/s}}$$

82. Δείξτε ότι το μέγεθος της ηλεκτροστατικής δυναμικής ενέργειας ενός ηλεκτρονίου σε οποιαδήποτε τροχιά Bohr ενός ατόμου υδρογόνου είναι δύο φορές το μέγεθος της κινητικής ενέργειάς του σε εκείνη την τροχιά.

The electrostatic potential energy is given by Eq. 23-5. The kinetic energy is given by the total energy, Eq. 37-14a, minus the potential energy. The Bohr radius is given by Eq. 37-11.

$$U = -eV = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2\pi mZe^2}{n^2h^2\varepsilon_0} = -\frac{Z^2e^4m}{4n^2h^2\varepsilon_0^2}$$

$$K = E - U = -\frac{Z^2e^4m}{8\varepsilon_0^2h^2n^2} - \left(-\frac{Z^2e^4m}{4n^2h^2\varepsilon_0^2}\right) = \frac{Z^2e^4m}{8n^2h^2\varepsilon_0^2} \; ; \; \frac{|U|}{K} = \frac{\dfrac{Z^2e^4m}{4n^2h^2\varepsilon_0^2}}{\dfrac{Z^2e^4m}{8n^2h^2\varepsilon_0^2}} = \frac{Z^2e^4m}{4n^2h^2\varepsilon_0^2}\frac{8n^2h^2\varepsilon_0^2}{Z^2e^4m} = \boxed{2}$$

---

88. Φωτόνια ενέργειας 9,0 eV προσπίπτουν σε ένα μέταλλο. Βρίσκεται ότι ρεύμα ρέει από το μέταλλο μέχρι ένα δυναμικό αποκοπής 4,0 V να εφαρμοστεί. Εάν το μήκος κύματος των προσπιπτόντων φωτονίων διπλασιάζεται, ποια είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια των εκτινασσόμενων ηλεκτρονίων; Τι θα συνέβαινε εάν το μήκος κύματος των προσπιπτόντων φωτονίων τριπλασιαζόταν;

We first find the work function from the given data. A photon energy of 9.0 eV corresponds with a stopping potential of 4.0 V.

$$eV_0 = hf - W_0 \quad \rightarrow \quad W_0 = hf - eV_0 = 9.0\,\text{eV} - 4.0\,\text{eV} = 5.0\,\text{eV}$$

If the photons' wavelength is doubled, the energy is halved, from 9.0 eV to 4.5 eV. This is smaller than the work function, and so no current flows. Thus the maximum kinetic energy is $\boxed{0}$. Likewise, if the photon's wavelength is tripled, the energy is only 3.0 eV, which is still less than the work function, and so $\boxed{\text{no current flows}}$.

---

90. Ορατό φως που προσπίπτει σε ένα φράγμα περίθλασης με σχισμή απόστασης 0,012 mm έχει το πρώτο μέγιστο σε μια γωνία 3,5° από το κεντρικό μέγιστο. Εάν τα ηλεκτρόνια θα μπορούσαν να περιθλαστούν από το ίδιο φράγμα, ποια ταχύτητα ηλεκτρονίων θα παρήγαγε την ίδια μορφή φράγματος περίθλασης με αυτή του ορατού φωτός;

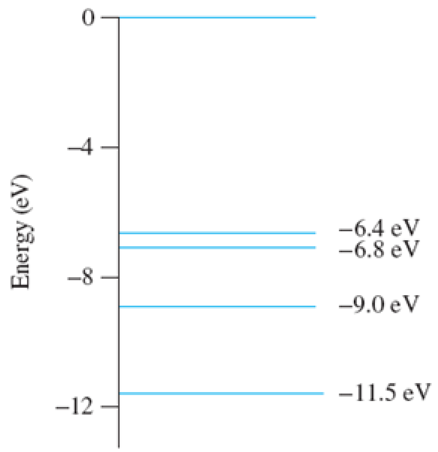
90. The velocity of electrons with the same wavelength (and thus the same diffraction pattern) is found from their momentum, assuming they are not relativistic. We use Eq. 37-7 to relate the wavelength and momentum.

$$d\sin\theta = n\lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{n} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \rightarrow$$

$$v = \frac{hn}{md\sin\theta} = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})(1)}{(9.11\times10^{-31}\text{kg})(0.012\times10^{-3}\text{m})(\sin 3.5^\circ)} = \boxed{990\,\text{m/s}}$$

91. α) Υποθέστε ότι ένα άγνωστο στοιχείο έχει ένα φάσμα απορρόφησης με γραμμές που αντιστοιχούν σε 2,5, 4,7, και 5,1 eV πάνω από τη θεμελιώδη κατάστασή του, και μια ενέργεια ιονισμού 11,5 eV. Σχεδιάστε το διάγραμμα ενεργειακών επιπέδων για αυτό το στοιχείο. β) Εάν ένα φωτόνιο 5,1 eV απορροφάται από ένα άτομο

(*a*)



(*b*) Absorption of a 5.1 eV photon represents a transition from the $\boxed{\text{ground state}}$ to the state 5.1 eV above that, the third excited state. Possible photon emission energies are found by considering all the possible downward transitions that might occur as the electron makes its way back to the ground state.

$$-6.4\text{ eV}-(-6.8\text{ eV})=\boxed{0.4\text{ eV}}$$

$$-6.4\text{ eV}-(-9.0\text{ eV})=\boxed{2.6\text{ eV}}$$

$$-6.4\text{ eV}-(-11.5\text{ eV})=\boxed{5.1\text{ eV}}$$

$$-6.8\text{ eV}-(-9.0\text{ eV})=\boxed{2.2\text{ eV}}$$

$$-6.8\text{ eV}-(-11.5\text{ eV})=\boxed{4.7\text{ eV}}$$

$$-9.0\text{ eV}-(-11.5\text{ eV})=\boxed{2.5\text{ eV}}$$

---

96. Στην ατομική κλίμακα, το ηλεκτρονιοβόλτ και το νανόμετρο είναι βολικές μονάδες για την ενέργεια και την απόσταση, αντίστοιχα. α) Δείξτε ότι η ενέργεια σε eV ενός φωτονίου, του οποίου το μήκος κύματος είναι λ σε nm, δίνεται από την

$$E=\frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{\lambda(\text{ nm})}.$$

β) Πόση ενέργεια (eV) έχει ένα φωτόνιο 650 nm;

96. (*a*) Since $f=c/\lambda$, the energy of each emitted photon is $E=hc/\lambda$. We insert the values for h and c and convert the resulting units to eV•nm.

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{(6.626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(2.998\times10^{8}\text{ m/s})}{\lambda}\frac{(1\text{eV}/1.602\times10^{-19}\text{J})}{(10^{-9}\text{m}/1\text{nm})}=\boxed{\frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{\lambda(\text{in nm})}}$$

100. Ένα άτομο ρουβιδίου (ατομική μάζα 85) είναι αρχικά στη θερμοκρασία δωματίου και έχει μια ταχύτητα $\upsilon =$ 290 m/s λόγω της θερμικής κίνησής του. Εξετάστε την απορρόφηση των φωτονίων από αυτό το άτομο από μια δέσμη λέιζερ του μήκους κύματος $\lambda = 780$ nm. Υποθέστε ότι η αρχική ταχύτητα υ του ατόμου του ρουβιδίου κατευθύνεται στη δέσμη λέιζερ (τα φωτόνια κινούνται δεξιά και το άτομο κινείτε αριστερά) και ότι το άτομο απορροφά ένα νέο φωτόνιο κάθε 25ns. Πόσο καιρό θα πάρει για αυτήν την διαδικασία να σταματήσει εντελώς («ψυχρό») το άτομο ρουβιδίου; [*Σημείωση*: μια πιο λεπτομερής ανάλυση προβλέπει ότι το άτομο μπορεί να επιβραδυνθεί σε περίπου 1 cm/s από αυτή τη διαδικασία απορρόφησης φωτός, αλλά δεν μπορεί να σταματήσει εντελώς.]

Each time the rubidium atom absorbs a photon its momentum decreases by the momentum of the photon. Dividing the initial momentum of the rubidium atom by the momentum of the photon, Eq. 37-7, gives the number of collisions necessary to stop the atom. Multiplying the number of collisions by the absorption time, 25 ns per absorption, provides the time to completely stop the atom.

$$n = \frac{mv}{h/\lambda} = \frac{mv\lambda}{h} = \frac{(8\text{u})(1.66\times10^{-27}\text{kg/u})(290\text{m/s})(780\times10^{-9}\text{m})}{6.63\times10^{-34}\text{J}\bullet\text{s}} = 48{,}140$$

$$T = 48{,}140(25\text{ns}) = \boxed{1.2\text{ms}}$$

---

98. Φανταστείτε ένα ελεύθερο σωματίδιο μάζας m που αναπηδά μπρος - πίσω μεταξύ δύο τέλεια ανακλαστικών τοίχων, που χωρίζονται από απόσταση ℓ. Φανταστείτε ότι τα δύο απέναντι κατευθυνόμενα κύματα ύλης συνδεμένα με αυτό το σωματίδιο συμβάλλουν για να δημιουργήσουν ένα σταθερό κύμα με έναν κόμβο σε κάθε ένα από τους τοίχους. Δείξτε ότι η θεμελιώδης κατάσταση (πρώτη αρμονική) και η πρώτη διεγερμένη κατάσταση (δεύτερη αρμονική) έχει (μη σχετιστικές) κινητικές ενέργειες $h^2/8\,m\ell^2$ και $h^2/2\,m\ell^2$ αντίστοιχα.

For standing matter waves, there are nodes at the two walls. For the ground state (first harmonic), the wavelength is twice the distance between the walls, or $l = \frac{1}{2}\lambda$ (see Figure 15-26b). We use Eq. 37-7 to find the velocity and then the kinetic energy.

$$l = \tfrac{1}{2}\lambda \;\rightarrow\; \lambda = 2l \;;\; p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2l} \;;\; K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{2l}\right)^2 = \boxed{\frac{h^2}{8ml^2}}$$

For the second harmonic, the distance between the walls is a full wavelength, and so $l = \lambda$.

$$l = \lambda \;\rightarrow\; p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{l} \;;\; K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{l}\right)^2 = \boxed{\frac{h^2}{2ml^2}}$$