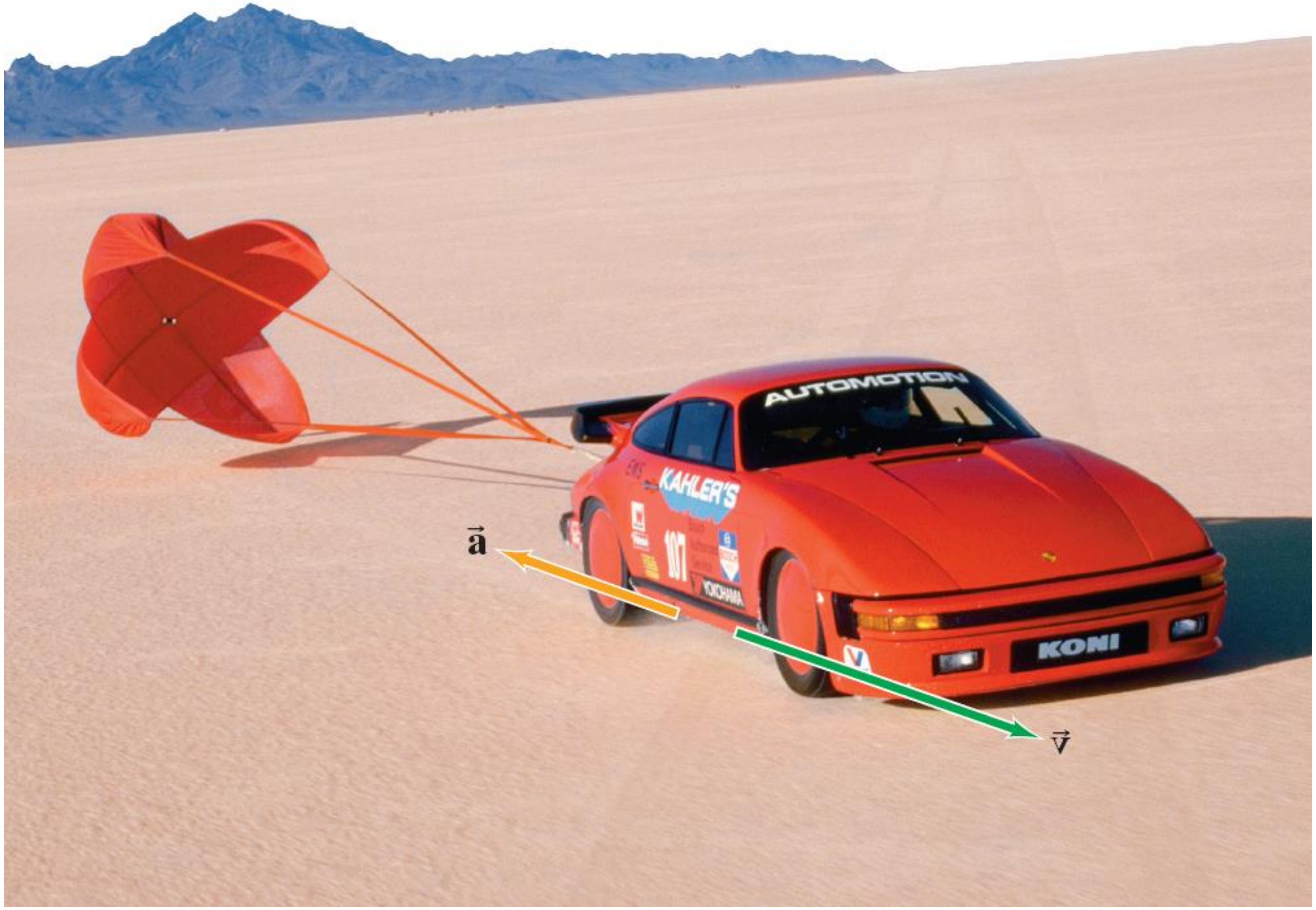
Κεφάλαιο 2

Κίνηση σε μία διάσταση



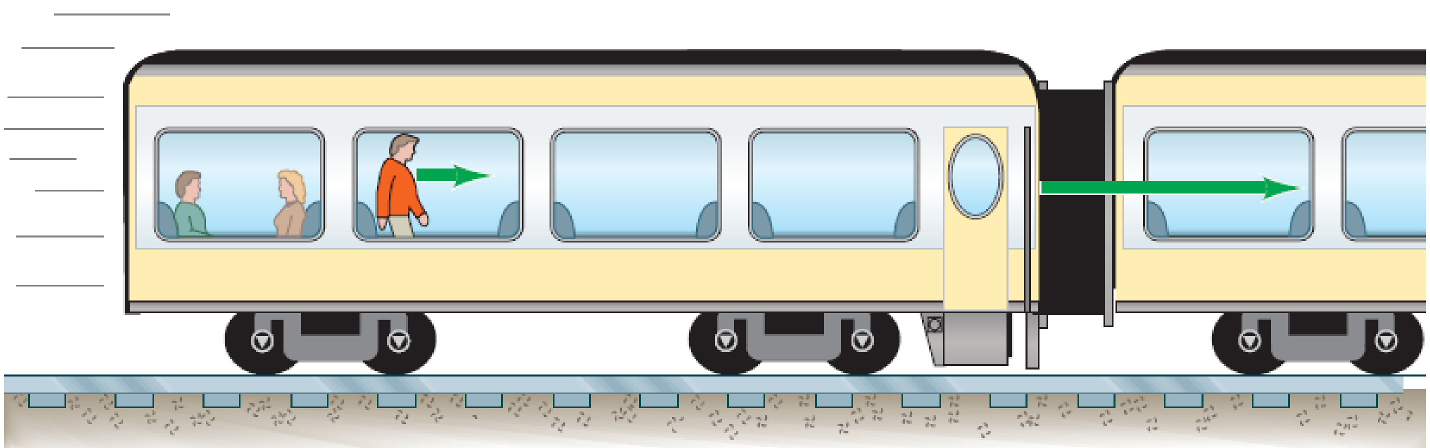
Περιεχόμενα Κεφαλαίου 2

- Συστήματα Αναφοράς και μετατόπιση
- Μέση Ταχύτητα
- Στιγμιαία Ταχύτητα
- Επιτάχυνση
- Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση
- Προβλήματα
- Ελεύθερη Πτώση
- Μεταβλητή Επιτάχυνση
- Επίλυση μέσω γραφικών παραστάσεων

2-1 Συστήματα Αναφοράς και Μετατόπιση

Όλες οι μετρήσεις ταχύτητας, απόστασης και θέσης γίνονται πάντα σε σχέση με κάποιο σύστημα αναφοράς.

Π.χ. εάν κάθεσαι σε ένα τραίνο και κάποιος επιβάτης περάσει δίπλα σου, η ταχύτητα του ανθρώπου σε σχέση με εσένα είναι κάποια χιλιόμετρα την ώρα ενώ σε σχέση με το έδαφος είναι πολύ μεγαλύτερη.

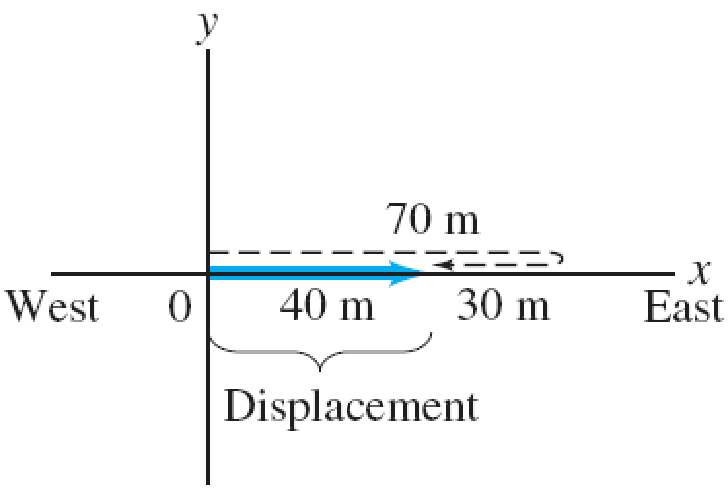


2-1 Συστήματα Αναφοράς και Μετατόπιση

Η απόσταση και η μετατόπιση είναι διαφορετικές ποσότητες.

Μετατόπιση (μπλε) είναι η απόσταση του αντικειμένου από την «αρχή των αξόνων» ανεξάρτητα του πως βρέθηκε στο τελικό αυτό σημείο.

Απόσταση (διακεκομμένη γραμμή) είναι το «μήκος» της τροχιάς που ακολουθήθηκε για να φτάσει στο τελικό σημείο.



2-1 Συστήματα Αναφοράς και Μετατόπιση

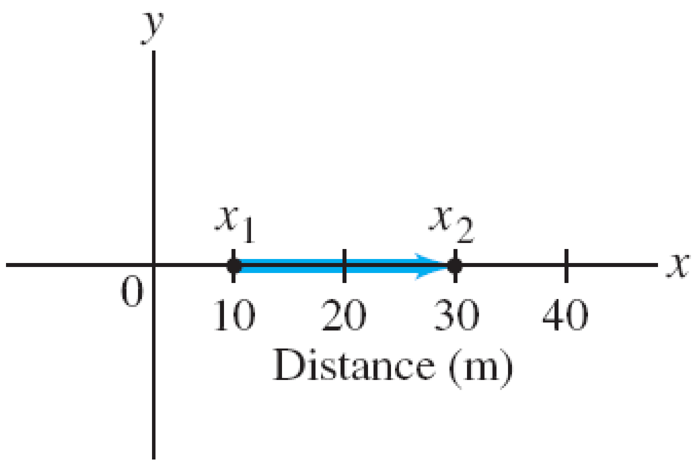
Η μετατόπιση ορίζεται ως : $\Delta x = x_2 - x_1.$

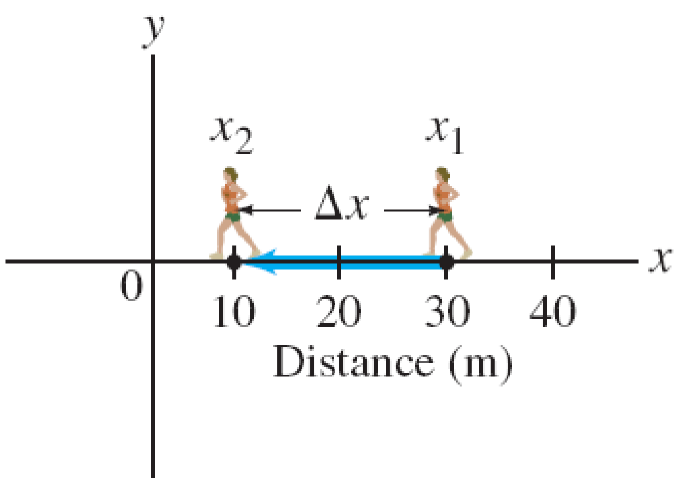
Αριστερά:

Θετική μετατόπιση.

Δεξιά:

Αρνητική μετατόπιση.





2-2 Μέση Ταχύτητα

Το «μέτρο» της ταχύτητας (σπουδή ή τάχος) είναι η απόσταση που διάνυσε ένα αντικείμενο σε κάποιο χρονικό διάστημα:

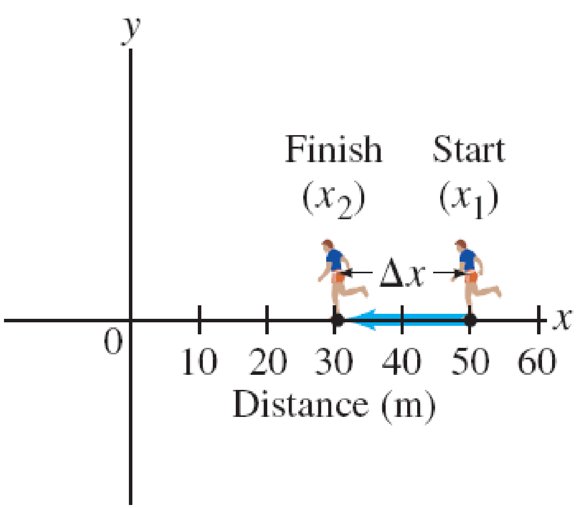
$$\mu\acute{\varepsilon}\tau\rho o\ \tau\alpha\chi\acute{\upsilon}\tau\eta\tau\alpha\varsigma = \frac{\alpha\pi\acute{o}\sigma\tau\alpha\sigma\eta}{\chi\rho\acute{o}\nu o}$$

Η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος και επομένως έχει πρόσημο:

$$\mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ \tau\alpha\chi\acute{\upsilon}\tau\eta\tau\alpha = \frac{\mu\varepsilon\tau\alpha\tau\acute{o}\pi\iota\sigma\eta}{\chi\rho\acute{o}\nu o}$$

2-2 Μέση Ταχύτητα

Η θέσεις ενός δρομέα σαν συνάρτηση του χρόνου φαίνονται στην γραφική παράσταση. Εάν ο χρόνος που απαιτείται για να διανύσει την απόσταση Δx είναι 30 s βρείτε την μέση ταχύτητα του δρομέα.



$$\Delta v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{30{,}0 - 50{,}0}{3{,}0}\frac{m}{s} = -6{,}7 m/s$$

2-2 Μέση Ταχύτητα

Τι απόσταση μπορεί να διανύσει ένας ποδηλάτης σε 2,5 ώρες εάν η μέση ταχύτητά του είναι 18,0 km/h;

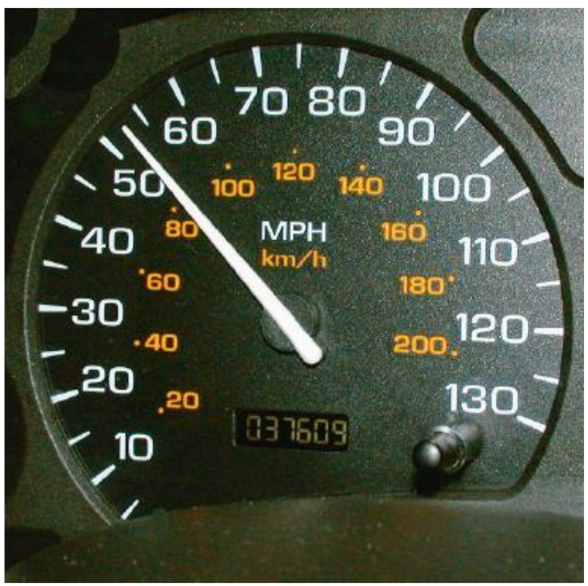
$$\Delta v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = \Delta v \Delta t$$

$$= 18{,}0 \frac{km}{h} 2{,}5h = 4{,}5x10^{4}\, m$$

2-3 Στιγμιαία Ταχύτητα

Ως στιγμιαία ταχύτητα ορίζεται η μέση ταχύτητα όταν χρόνος τείνει στο μηδέν.

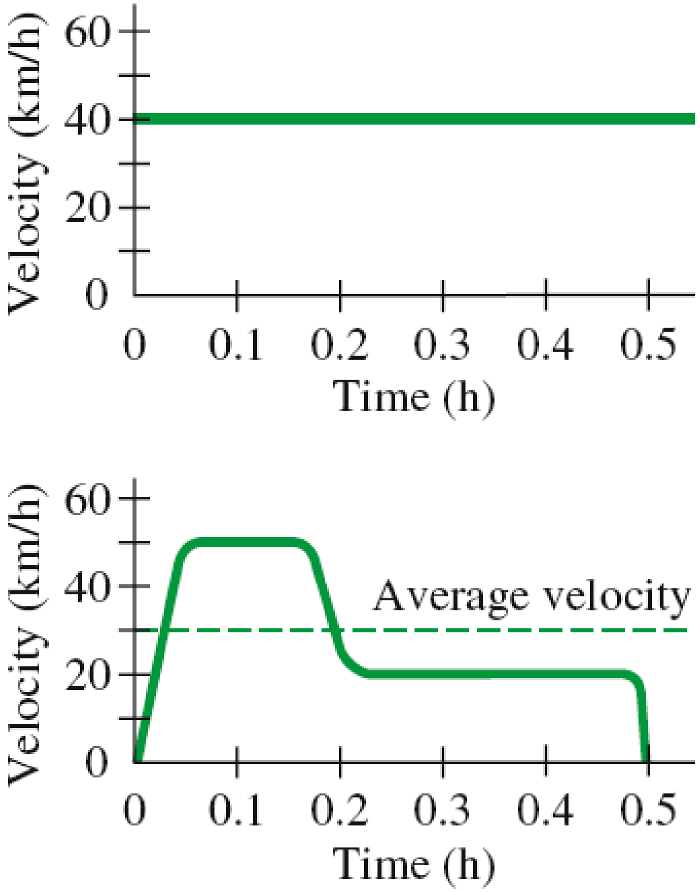
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}.$$



Ιδανικά, το «κοντέρ» του αυτοκινήτου, θα μετρούσε την στιγμιαία ταχύτητα αλλά στην ουσία μετρά μέση ταχύτητα για μικρά χρονικά διαστήματα.

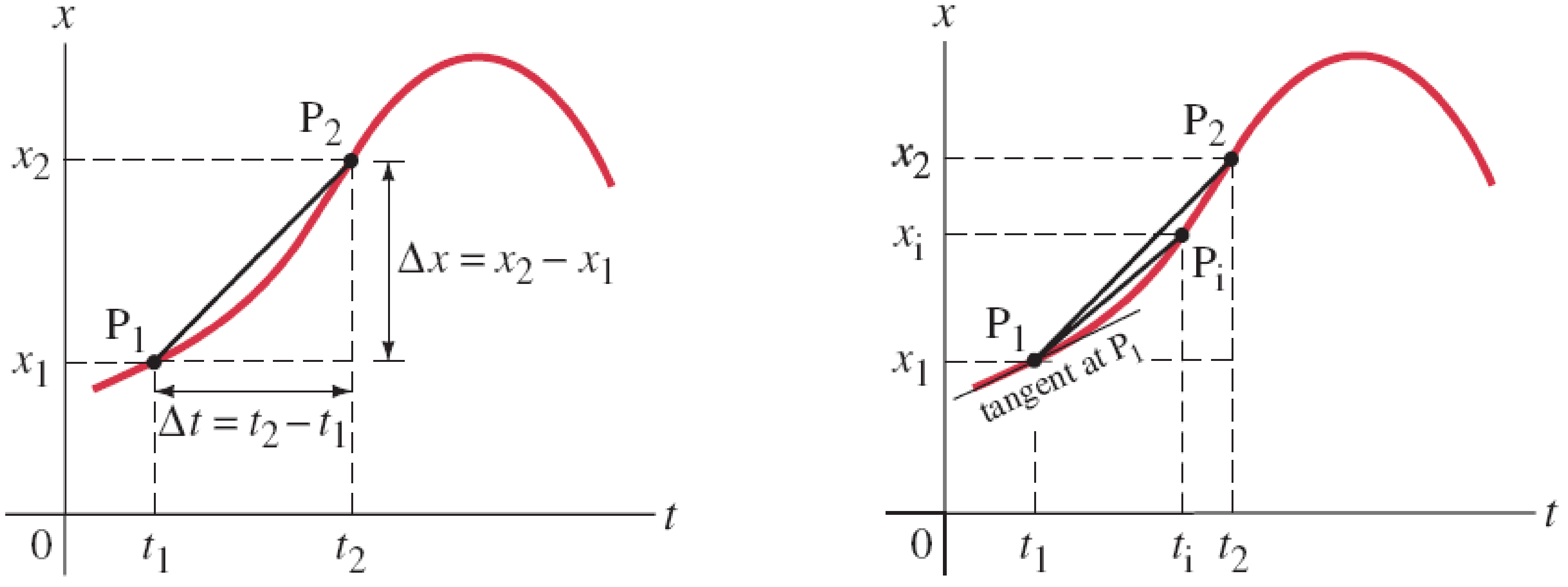
2-3 Στιγμιαία Ταχύτητα

Ίδια μέση ταχύτητα δεν σημαίνει και ίδιες στιγμιαίες ταχύτητες



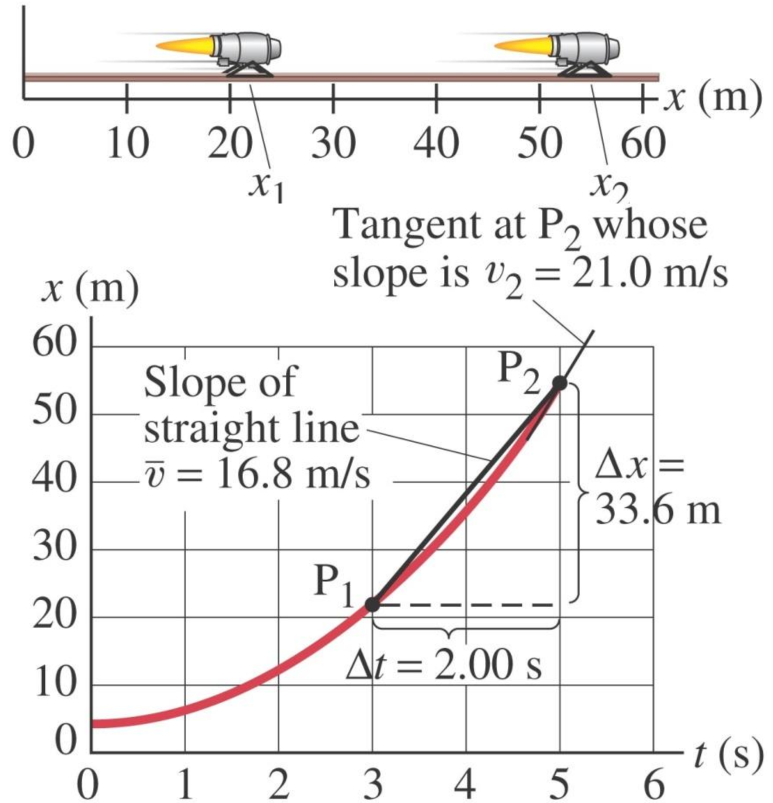
2-3 Στιγμιαία Ταχύτητα

Σε μια γραφική παράσταση της θέσης σαν συνάρτηση του χρόνου, Σ.Τ. είναι η εφαπτομένη της καμπύλης.



2-3 Στιγμιαία Ταχύτητα

Μία μηχανή τύπου jet κινείται πάνω σε πειραματικές ράγες (άξονας x). Θα υποθέσουμε ότι η μηχανή είναι σημείο. Η θέση του σαν συνάρτηση του χρόνου δίδεται από την εξίσωση $x = At^2 + B$, όπου A = 2,10 m/s^2 και B = 2,80 m. (α) Προσδιορίστε την μετατόπιση της μηχανής για το χρονικό διάστημα μεταξύ t_1 = 3,00 s και t_2 = 5,00 s. (β) Προσδιορίστε την μέση ταχύτητα. (γ) Προσδιορίστε την στιγμιαία ταχύτητα στο σημείο t = 500 s.



$$x_1 = At_1^2 + B = 2{,}10\, {}^{m}\!/_{s^2} \left[3{,}00s\right]^2 + 2{,}8m = 21{,}7m$$

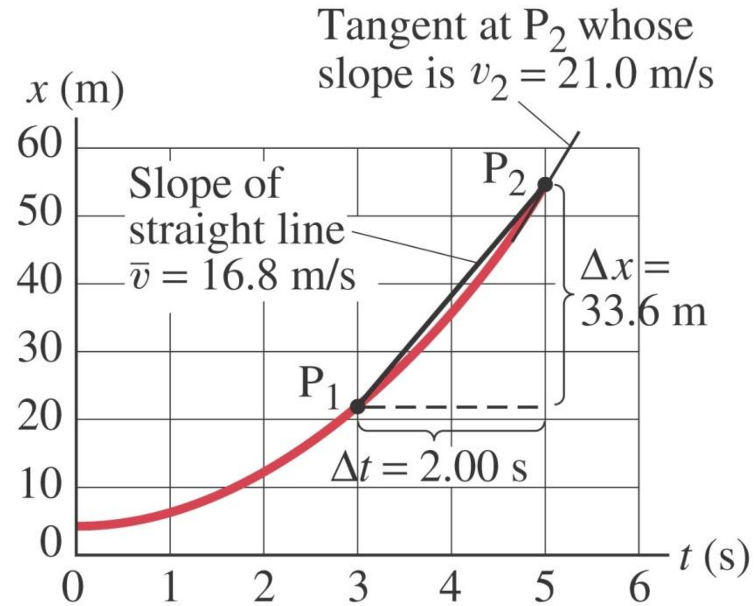
$$x_2 = At_2^2 + B = 2{,}10\, {}^{m}\!/_{s^2} \left[5{,}00s\right]^2 + 2{,}8m = 55{,}3m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 55{,}3m - 21{,}7m = 33{,}6m$$

Μέση Ταχύτητα

$$\Delta v = \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{33{,}6m}{5s - 3s} = 16{,}8\,{}^{m}\!/_{s}$$



Στιγμιαία Ταχύτητα στο P_2

$$v = \frac{dx}{dt} = \left(At^2 + B\right) = 2At$$

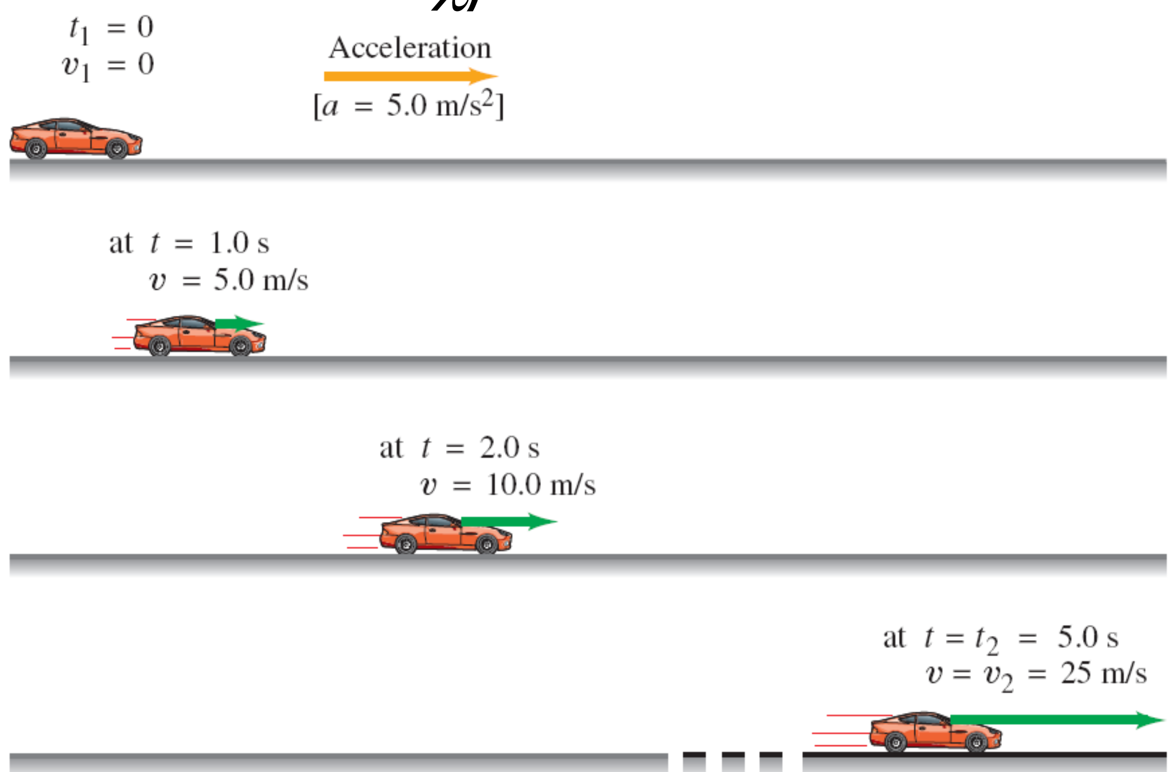
$$v(P_2) = 2(2{,}10m/s^2)(5{,}00s) = 21{,}0\,{}^{m}\!/_{s}$$

2-4 Επιτάχυνση

Η επιτάχυνση είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας.

$$\text{Μέση Επιτάχυνση} = \frac{\text{μεταβολή ταχύτητας}}{\text{χρόνο}}$$

Ένα αυτοκίνητο επιταχύνει σε μια ευθεία από μηδέν στα 90,0 km/h σε 5,0 s. Πόση είναι η μέση επιτάχυνσή του;



$$\Delta a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

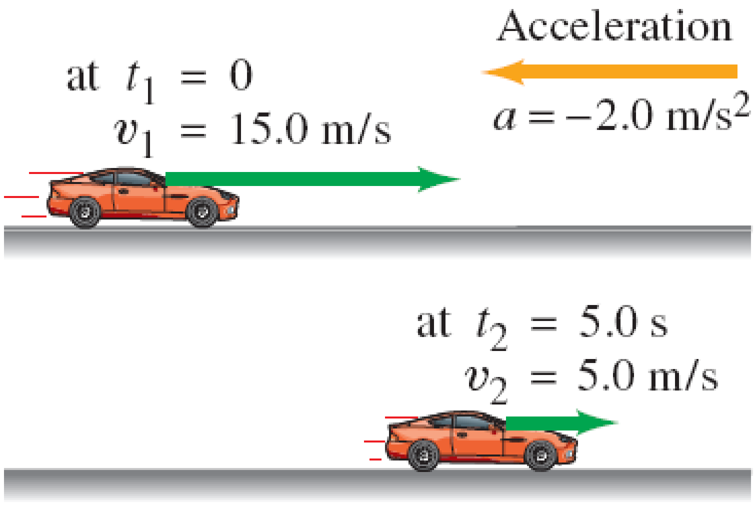
$$= \frac{90.000m/3600s - 0}{5{,}0s} = \frac{25\,m/s}{5{,}0s} = 5{,}0\,\frac{m}{s^2}$$

2-4 Επιτάχυνση

Ένα αυτοκίνητο κινείται δεξιά σε αυτοκινητόδρομο (άξονας x) και αποφασίζει να φρενάρει. Εάν η αρχική ταχύτητα πριν το φρενάρισμα ήταν v_1 = 15,0 m/s, και χρειάζονται 5,0 s για να επιβραδυνθεί στα v_2 = 5,0 m/s, ποια είναι η μέση επιτάχυνση;

$$\Delta a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{5{,}0\,{}^{m}\!/\!{}_{s} - 15{,}0\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{5{,}0s} = -2{,}0\,\frac{m}{s^2}$$

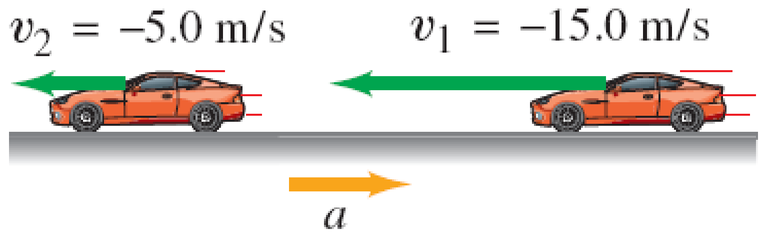


2-4 Επιτάχυνση

Προσοχή: Υπάρχει διαφορά μεταξύ αρνητικής επιτάχυνσης και επιβράδυνσης

Αρνητική επιτάχυνση είναι επιτάχυνση προς την αρνητική διεύθυνση όπως αυτή ορίζεται από το σύστημα συντεταγμένων.

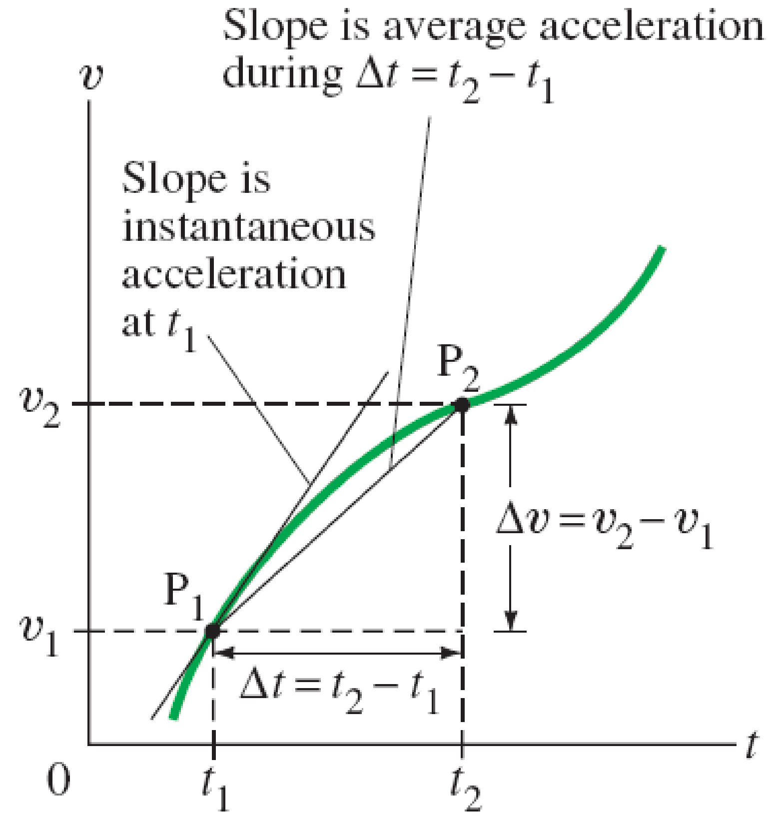
Επιβράδυνση έχουμε όταν η διεύθυνση της επιτάχυνσης είναι αντίθετη από την διεύθυνση της ταχύτητας.



2-4 Επιτάχυνση

Στιγμιαία επιτάχυνση είναι ο ρυθμός μεταβολής της μέσης ταχύτητας όταν το χρόνος τείνει στο μηδέν.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$



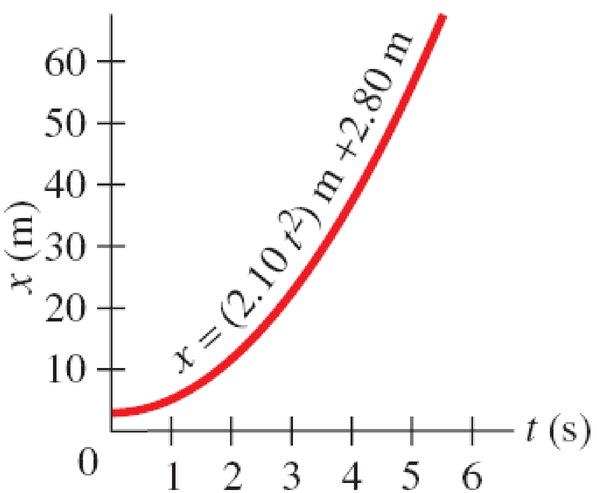
2-4 Επιτάχυνση

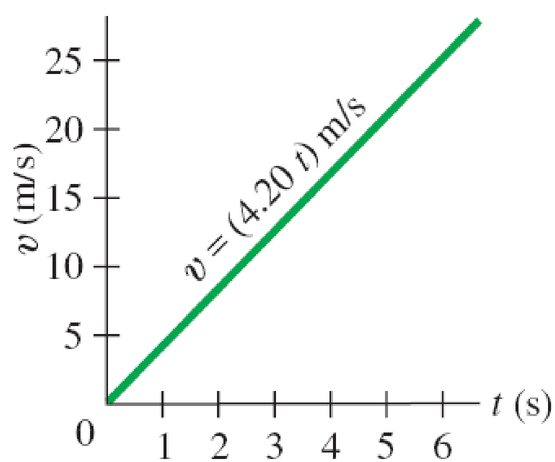
Ένα σωματίδιο κινείται σε ευθεία και ακολουθεί την συνάρτηση x = (2,10 m/s^2)t^2 + (2,80 m). Υπολογίστε (α) την μέση επιτάχυνση γα το χρονικό διάστημα μεταξύ t_1 = 3,00 s και t_2 = 5,00 s, και (β)την στιγμιαία επιτάχυνση σαν συνάρτηση του χρόνου.

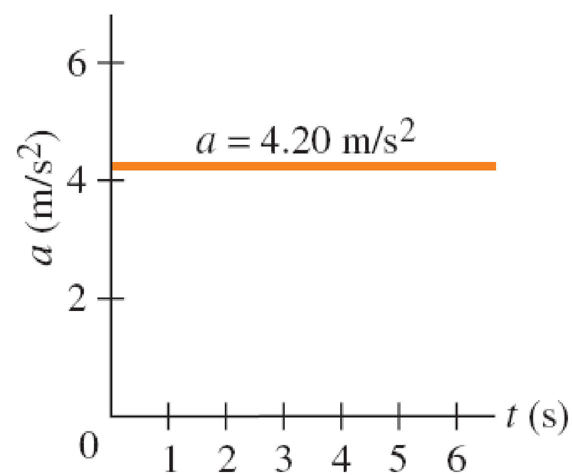
$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left[(2{,}10m/s^2)t^2+2{,}80m\right]=2(2{,}10m/s^2)t=(4{,}20m/s^2)t$$

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{\left(4{,}20m/s^2\right)\left(t_2-t_1\right)}{t_2-t_1}=4{,}20\,m/s^2$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\left(4{,}20m/s^2\right)t\right]=4{,}20\,m/s^2$$







2-4 Επιτάχυνση

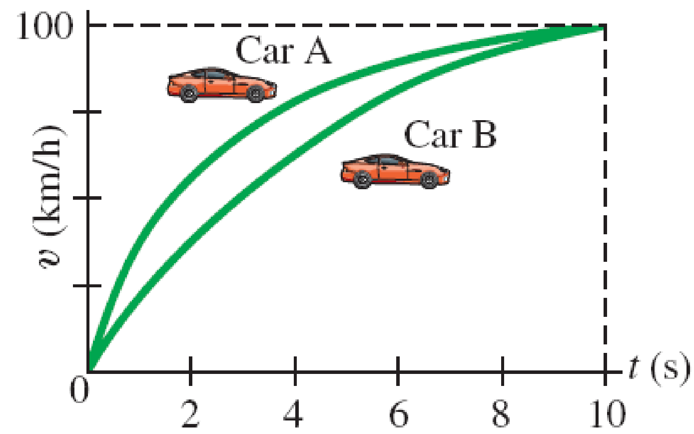
Πως διαβάζουμε γραφικές παραστάσεις.

Στην γραφική παράσταση φαίνεται η ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου για δύο αυτοκίνητα που επιταχύνουν μεταξύ 0 και 100 km/h μέσα σε 10.0 s. Συγκρίνετε (α) την μέση επιτάχυνση (β) στιγμιαία επιτάχυνση και (γ) την συνολική απόσταση που διήνυσαν τα αυτοκίνητα

(α) Η μέση επιτάχυνση είναι η ίδια μιας και στον ίδιο χρόνο τα δύο αυτοκίνητα έχουν την ίδια μεταβολή στην ταχύτητά του

(β) Κοιτάμε την κλίση της καμπύλης. Στους πρώτους χρόνου το Α επιταχύνει περισσότερο αλλά προς το τέλος το Β επιταχύνει περισσότερο

(γ) Η απόσταση μπορεί να χαρακτηριστεί ως το εμβαδόν της καμπύλης. Βλέπουμε ότι η καμπύλη για το Α έχει μεγαλύτερο εμβαδόν (περιοχή κάτω από την καμπύλη). Διαφορετικά βλέπουμε ότι το Α έχει πάντα μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β



2-5 Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

Η μέση ταχύτητα ενός αντικείμενο για χρονικό διάστημα *t* είναι

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{t}.$$

Η επιτάχυνση, υποθέτοντας ότι παραμένει σταθερή είνα·

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

2-5 Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

Επιπλέον, επειδή γνωρίζουμε ότι ταχύτητα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό γνωρίζουμε ότι

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

Συνδυασμός των τριών αυτών εξισώσεων συνεπάγεται

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2.$$

2-5 Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

Επίσης απαλείφοντας το *t*:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).$$

Έχουμε τώρα όλες τις εξισώσεις που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος κίνηση με σταθερή επιτάχυνση.

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\overline{v} = \frac{v + v_0}{2}.$$

2-6 Επίλυση προβλημάτων

1. Διαβάζουμε καλά το πρόβλημα για να καταλάβουμε τι ζητάει. Μετά το ξαναδιαβάζουμε.

2. Αναγνώρισε τα αντικείμενα και τον χρόνο.

3. Κάνε ένα διάγραμμα και διάλεξε σύστημα αναφορά (άξονες).

4. Γράψε τις παραμέτρους που γνωρίζεις και αυτές που χρειάζεσαι για να προσδιορίσεις τις επιθυμητές.

5. Ποιοι είναι οι νόμοι της φυσικής για το συγκεκριμένο πρόβλημα; Σχεδιασμός πορείας λύσης.

2-6 Επίλυση προβλημάτων

6. Ποιες είναι οι σχέσεις μεταξύ γνωστών και αγνώστων παραμέτρων; Ισχύουν; Λύνουμε τις σχέσεις ως προς τους αγνώστους και ελέγχουμε εάν το αποτέλεσμα είναι ρεαλιστικό (ελέγχουμε τις μονάδες του αποτελέσματος.)

7. Υπολογισμός αποτελέσματος, σημαντικά ψηφία.

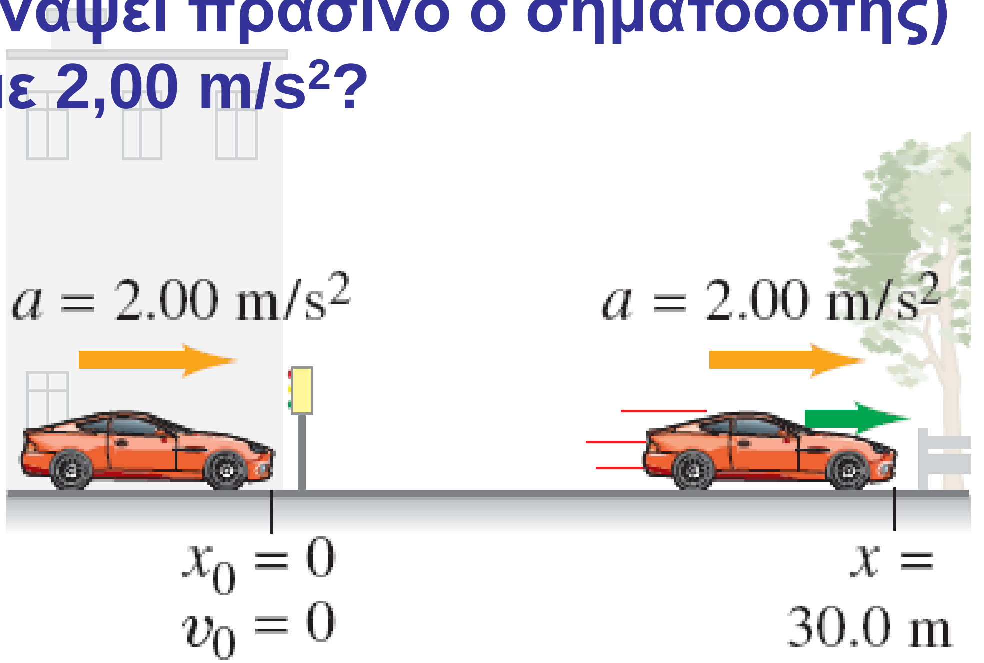
8. Το αποτέλεσμα έχει την σωστή τάξη μεγέθους;

9. Μονάδες, μονάδες.

2-6 Επίλυση προβλημάτων

Πόσο χρόνο κάνει ένα αυτοκίνητο να διασχίσει μια διασταύρωση 30,0-m, (αφού ανάψει πράσινο ο σηματοδότης) και το αυτοκίνητο επιταχύνει με 2,00 m/s²?

Γνωστά	Άγνωστα
v_0=0 m/s a=2m/s² x=30m	t=;

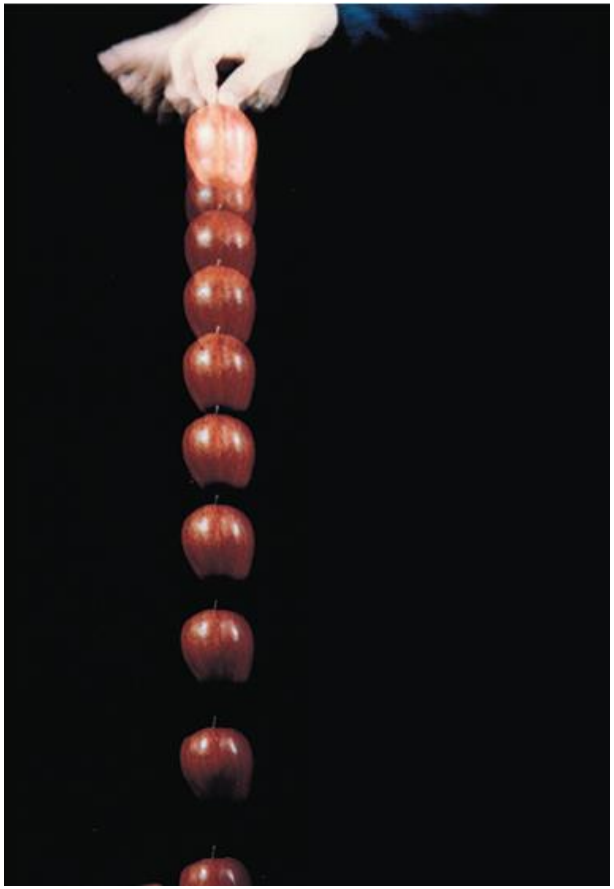


$$\left.\begin{aligned} & x = x_o + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ & v_0 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow x - x_o = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2(x - x_o)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \bullet 30{,}0m}{2{,}00m/s^2}} = 5{,}48s$$

2-7 Ελεύθερη Πτώση

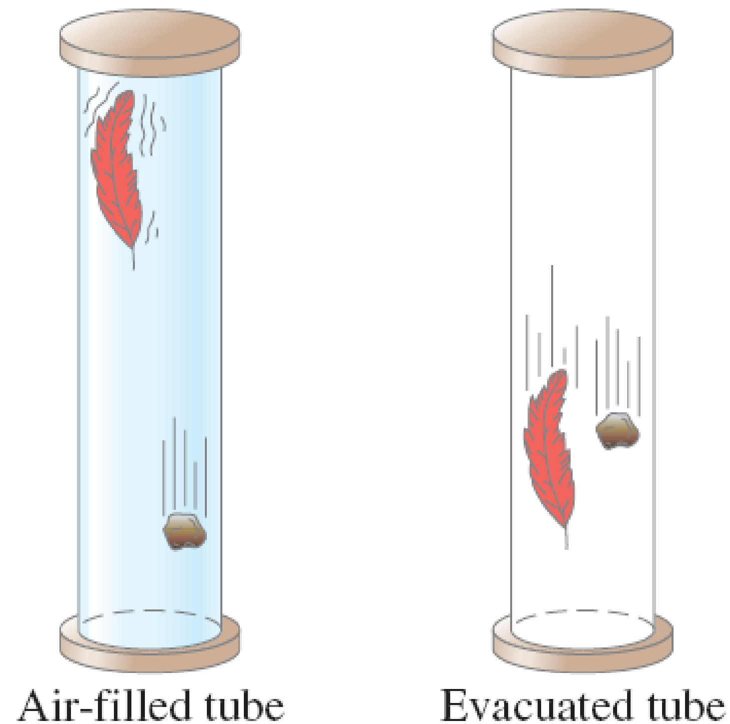
Λόγω βαρύτητας, κοντά στην επιφάνεια της γης όλα τα αντικείμενα έχουν την ίδια επιτάχυνση.



Η ελεύθερη πτώση είναι ένα παράδειγμα κίνησης με σταθερή επιτάχυνση

2-7 Ελεύθερη Πτώση

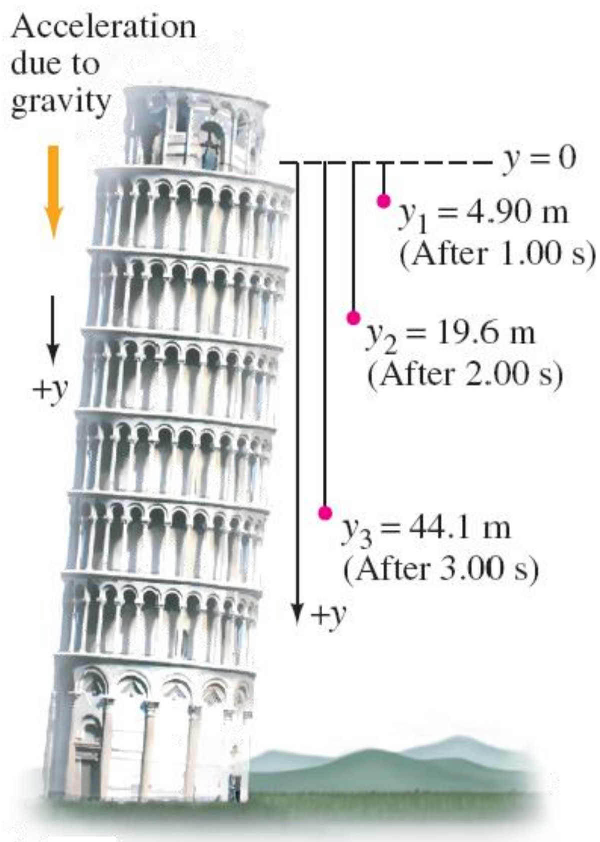
Απουσία αέρος όλα τα αντικείμενα «πέφτουν» με την ίδια επιτάχυνση!!



Η επιτάχυνση της βαρύτητας της γης είναι 9,80 m/s^2.

2-7 Ελεύθερη Πτώση

Ένα τόπι πέφτει ($v_0 = 0$) από πύργο ύψους 70,0 m. Πόσο έχει πέσει έπειτα από $t_1 = 1{,}00$ s, $t_2 = 2{,}00$ s, και $t_3 = 3{,}00$ s; Αγνοείστε τον αέρα.



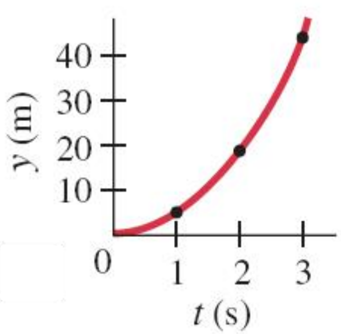
$$\left.\begin{array}{l} y = y_o + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_0 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow y - y_0 = \frac{1}{2}at^2$$

$$y = 0{,}5(9{,}80 m/s^2)t^2$$

$$y(1) = 4{,}90m$$

$$y(2) = 19{,}6m$$

$$y(3) = 44{,}1m$$

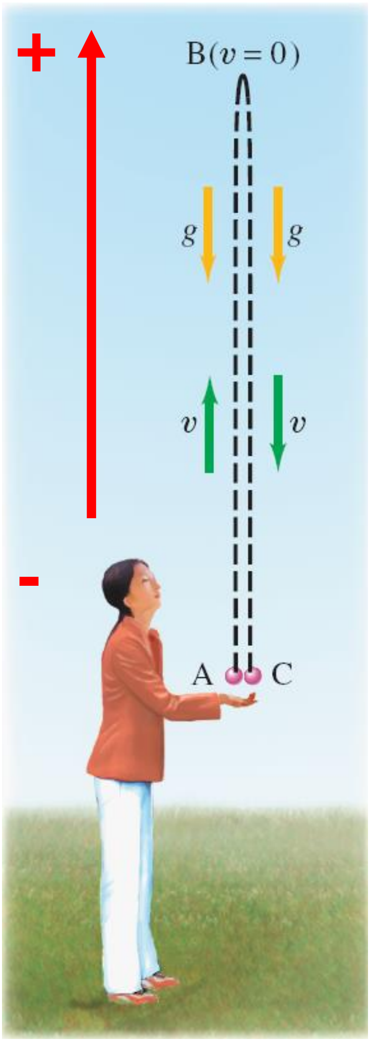


2-7 Ελεύθερη Πτώση

Πετάμε ένα τόπι προς τα πάνω με ταχύτητα 15,0 m/s. Υπολογίστε (α) Σε τι ύψος φτάνει και (β) πόσο χρόνο κάνει να επιστρέψει;

Ορίζουμε ως Θετική την κατεύθυνση «προς τα πάνω» επομένως

$$\boldsymbol{a = -g}$$



$$\left.\begin{aligned} & y = y_o + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ & v_0 = 15 m/s \\ & y_0 = 0 \\ & v = v_0 - gt \\ & v(t_{max}) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{t_{max} = \frac{v_o}{g}} = -\frac{15 m/s}{9{,}80 m/s^2} = 1{,}53 s$$

$$y_{max} = v_0 t_{max} - \frac{1}{2} g t_{max}{}^2 =$$

$$= (15 m/s)(1{,}53 s) - 0{,}5(9{,}80 m/s^2)(1{,}53 s)^2 = 11{,}5 m$$

$$y_{max} = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{v_0{}^2}{2a}$$

2-7 Ελεύθερη Πτώση

Αλήθεια ή Ψέμα.

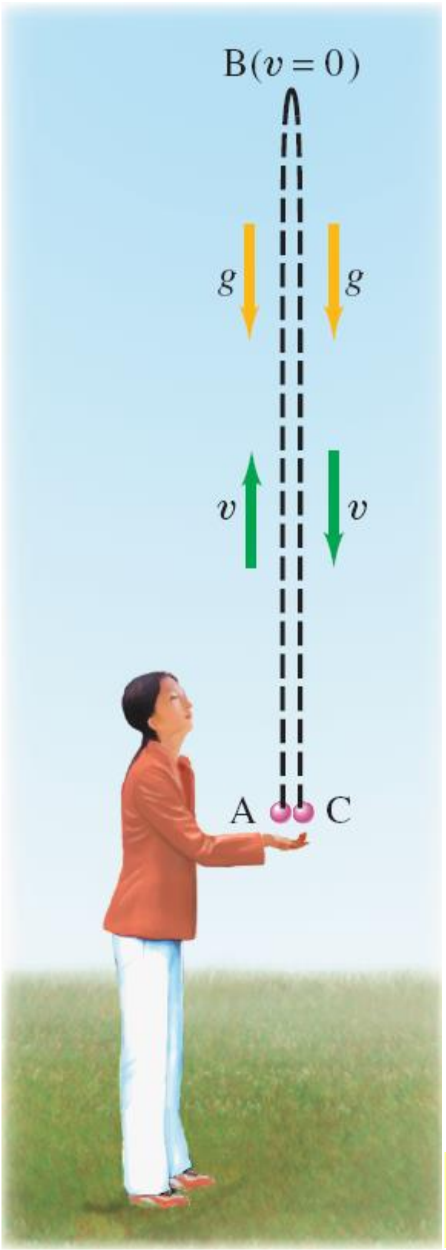
(1)Η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση

Ψέμα

(1)Ένα αντικείμενο που εκτοξεύετε κατακόρυφα έχει μηδενική επιτάχυνση στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του.

Ψέμα

2-7 Ελεύθερη Πτώση



(α) Βρείτε το χρόνο (πάνω, και κάτω)

(β) Την ταχύτητα όταν επιστρέψει στη γη

(α)

$$\left.\begin{aligned} y &= y_o + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ y_0 &= 0 \\ v &= v_0 + a t \\ v(t_{\max}) &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} t_{\max} &= \frac{v_o}{a} \\ y_{\max} &= \frac{v_0^2}{2a} \end{aligned}$$

$$y_{\max} = \frac{v_0^2}{2a} = \overbrace{y_0 + v_0 t_{down}}^{=0} + \frac{1}{2} a t_{down}^2 \Rightarrow$$

$$t_{down} = \frac{v_0}{a} = t_{\max} \Rightarrow t_{up-down} = \frac{2v_0}{a}$$

(β)

$$v_{down} = \overbrace{v_{\max}}^{0} + a t_{down} = a \frac{v_0}{a} = v_0$$

Ταχύτητα εκτόξευσης = ταχύτητα επιστροφής

2-7 Ελεύθερη Πτώση

Μια μπάλα εκτοξεύεται προς τα πάνω με ταχύτητα 15,0 m/s, υπολογίστε το χρόνο που χρειάζεται να φτάσει το ύψος των 8,00 m.

$$A x^2 + B x + \Gamma = 0 \Rightarrow$$

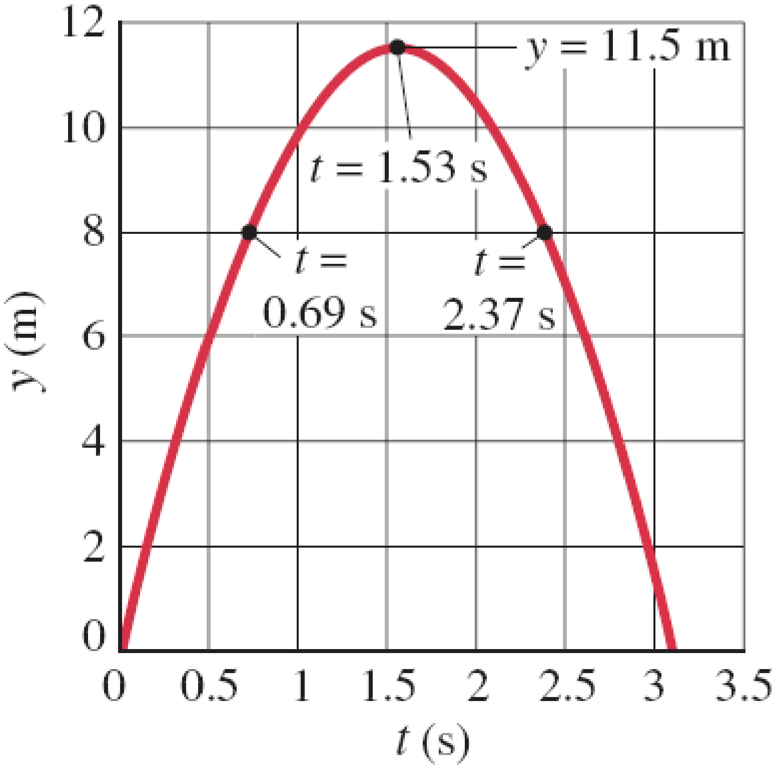
$$x = \frac{-\mathrm{B} \pm \sqrt{\mathrm{B}^2 - 4\mathrm{A}\Gamma}}{2\mathrm{A}}$$

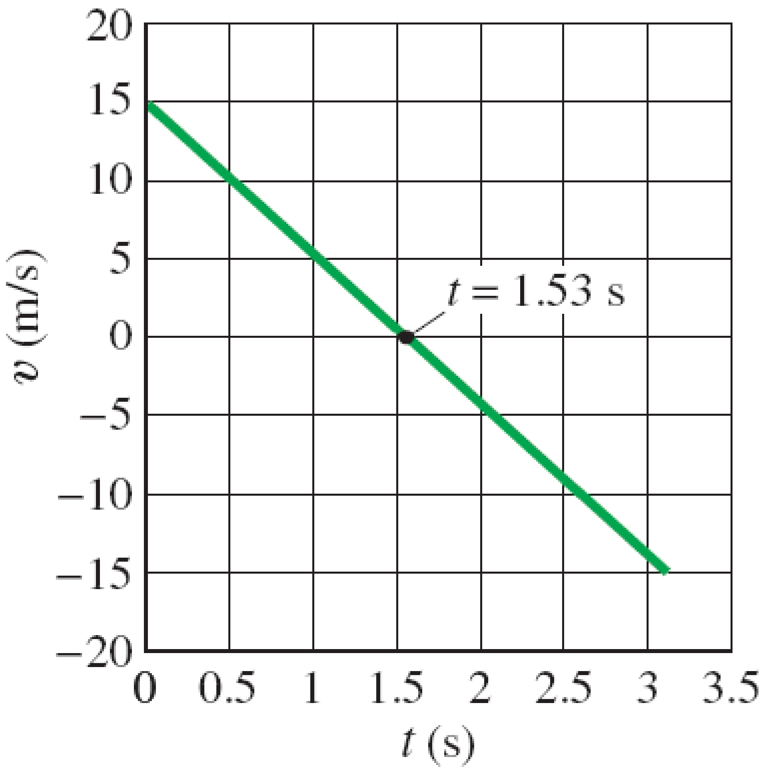
$$\left.\begin{array}{c} y = \overbrace{y_o}^{0} + v_0 t - \dfrac{1}{2} a t^2 \\ y = C \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{2} t^2 - v_0 t - C = 0$$

$$t = \frac{v_o \pm \sqrt{v_0^2 - 4\frac{a}{2}C}}{2\frac{a}{2}} \Rightarrow t = \frac{v_o \pm \sqrt{v_0^2 - 2aC}}{a}$$

$$t(8m) = \frac{15m/s \pm \sqrt{(15m/s)^2 - 2(9{,}80m/s^2)8m}}{9{,}80m/s^2}$$

$$t(8m) = \frac{15 \pm 8{,}26}{9{,}80} s \Rightarrow \begin{cases} t1 = 0{,}69s \\ t2 = 2{,}37s \end{cases}$$





2-8 Μεταβλητή Επιτάχυνση; Απειροστικός Λογισμός

Πως βρίσκουμε τις εξισώσεις κίνησης μέσω ολοκληρώσεων:

$$dv = a\,dt$$

$$\int_{v=v_0}^{v} dv = \int_{t=0}^{t} a\,dt.$$

Για σταθερή επιτάχυνση

$$v - v_0 = at.$$

2-8 Μεταβλητή Επιτάχυνση; Απειροστικός Λογισμός

Γράφουμε:

$$
\begin{aligned}
dx &= v\,dt \\
&= (v_0 + at)\,dt
\end{aligned}
$$

$$\int_{x=x_0}^{x} dx = \int_{t=0}^{t} (v_0 + at)\,dt.$$

Που για σταθερή επιτάχυνση γίνεται

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2.$$

2-8 Μεταβλητή Επιτάχυνση; Απειροστικός Λογισμός

Ένα πειραματικό αυτοκίνητο επιταχύνει με από $v_0 = 0$, $t = 0$, με ρυθμός που δίδεται από την εξίσωση $a = (7{,}00\ m/s^3)t$. Βρείτε (α) την ταχύτητα και (β) την μετατόπιση έπειτα από 2,00 s.

(α)

$$v - \overbrace{v_0}^{0} = \int_0^{2s} a\,dt = \int_0^{2s} (7m/s^3)t\,dt = = (7m/s^3)\int_0^{2s} t\,dt = (7m/s^3)\left.\frac{\left[t^2\right]}{2}\right|_{0s}^{2s}$$

$$= (3{,}5m/s^3)\left[(2s)^2 - (0s)^2\right] = 14m/s$$

(β)

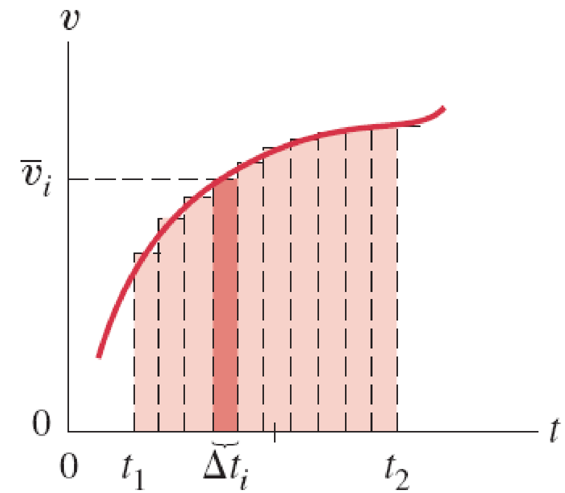
$$dv = a\,dt \Rightarrow \int_0^v dv = \int_0^t a\,dt \Rightarrow v(t) = (7m/s^3)\int_0^t t\,dt = (3{,}5m/s^3)t^2$$

$$dx = v(t)dt \Rightarrow \int_0^x dx = (3{,}5m/s^3)\int_0^{2s} t^2 dt = (3{,}5m/s^3)\left.\frac{t^3}{3}\right|_{0s}^{2s}$$

$$x = 1{,}17m/s3\left[(2s)^3 - (0s)^3\right] = 9{,}3m$$

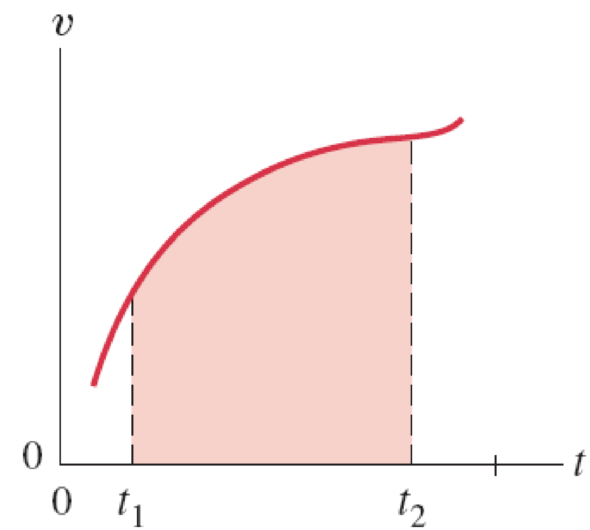
2-9 Αριθμητική Ολοκλήρωση και Γραφικές παραστάσεις

Η συνολική μετατόπιση ενός αντικειμένου είναι το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την γραφική παράσταση της ταχύτητας σαν συνάρτηση του χρόνου (*v*-*t*)



$$x_2 - x_1 = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{t_1}^{t_2} \overline{v}_i \, \Delta t_i$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} v(t)\, dt.$$



2-9 Αριθμητική Ολοκλήρωση και Γραφικές παραστάσεις

Παρομοίως η ταχύτητα είναι ο εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη της επιτάχυνσης συναρτήσει το χρόνο (*a-t*)

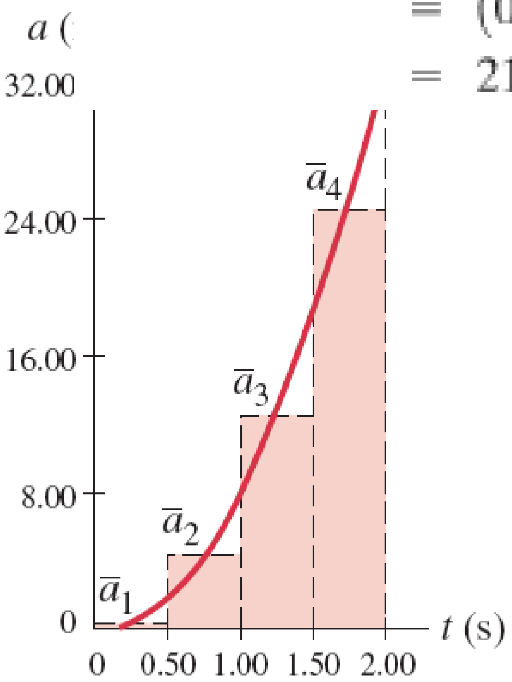
Εάν το ολοκλήρωμα της ταχύτητας ή της επιτάχυνσης δεν μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά (ακριβώς) τότε μπορούμε να προσφύγουμε σε αριθμητική ολοκλήρωση

2-9 Αριθμητική Ολοκλήρωση και Γραφικές παραστάσεις

Ένα αντικείμενο επιταχύνει από $t = 0$ με ρυθμό $a(t) = (8.00\ \mathrm{m/s^4})t^2$. Βρείτε την ταχύτητα μετά από 2.00 s με αριθμητική ολοκλήρωση .

i	1	2	3	4
$\overline{a}_i\ (\mathrm{m/s^2})$	0.50	4.50	12.50	24.50

$$\begin{aligned} v(t = 2.00\ \mathrm{s}) &= \sum_{t=0}^{t=2.00\ \mathrm{s}} \overline{a}_i\, \Delta t_i \\ &= (0.50\ \mathrm{m/s^2} + 4.50\ \mathrm{m/s^2} + 12.50\ \mathrm{m/s^2} + 24.50\ \mathrm{m/s^2})(0.50\ \mathrm{s}) \\ &= 21.0\ \mathrm{m/s}. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} v &= \int_0^{2.00\ \mathrm{s}} (8.00\ \mathrm{m/s^4})t^2\, dt = \frac{8.00\ \mathrm{m/s^4}}{3} t^3 \Big|_0^{2.00\ \mathrm{s}} \\ &= \frac{8.00\ \mathrm{m/s^4}}{3}\left[(2.00\ \mathrm{s})^3 - (0)^3\right] = 21.33\ \mathrm{m/s} \end{aligned}$$