

## Άσκηση Β08: Θερμοχωρητικότητα Μετάλλων

### Β08.Ι Κατεύθυνσεις –Απαιτούμενα Αναφοράς

1. Κατασκευή διαγραμμάτων μεταβολής της θερμοκρασίας,  $T$ , συναρτήσει του χρόνου,  $t$ , i. για κάθε προσθήκη νερού στο θερμιδόμετρο και ii. για κάθε μέταλλο, εφόσον αρχικά έχει θερμανθεί. Προσδιορίστε τη μεταβολή της θερμοκρασίας μεταξύ των καταστάσεων ισορροπίας,  $\Delta T$ , για τις δύο περιπτώσεις.

2. Κατασκευή συγκριτικού διαγράμματος  $T(t)$ , για τα τρία μέταλλα και προσαρμόστε γραμμικά τα πειραματικά σημεία που αντιστοιχούν στις καταστάσεις ισορροπίας, πριν και μετά την εισαγωγή των θερμών μετάλλων.

#### Ζητούμενα:

A. Βάσει της κατεύθυνσης 1.i. να προσδιοριστεί η θερμοχωρητικότητα του θερμιδομέτρου και να περιγραφεί το είδος των διαγραμμάτων που κατασκευάστηκαν, βάσει της βιβλιογραφίας [7].

**Σημείωση:** Η απόδοση θερμότητας του θερμού νερού προς το θερμιδόμετρο, βάσει της αρχής διατήρησης της ενέργειας, περιγράφεται από την έκφραση:

$$C_K = c_w m_w \left( \frac{T_w - T_m}{T_m - T_K} \right)$$

όπου  $T_K$ , είναι η θερμοκρασία του θερμιδομέτρου, πριν την εισαγωγή νερού,  $T_m$ , η θερμοκρασία εξισορρόπησης του θερμικά ανισότροπου συστήματος, κατά τη μεταφορά θερμότητας από θερμό νερό θερμοκρασίας  $T_w$ , στο κρύο θερμιδόμετρο, ( $T_w$ , η θερμοκρασία του θερμού νερού),  $m_w$  η μάζα του νερού και  $c_w$ , η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού στη θερμοκρασία του πειράματος, η οποία λαμβάνεται από πίνακες.

B. Προσδιορισμός της ειδικής θερμοχωρητικότητας των μετάλλων που μελετήθηκαν (διαγράμματα κατεύθυνσης 1. ii). και σύγκριση των αποτελεσμάτων σας, με τις αντίστοιχες τιμές της βιβλιογραφίας.

**Σημείωση:** Η ποσότητα της θερμότητας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο (J. Black, 1803) και συγκεκριμένα, εν προκειμένω, από το θερμό νερό, προς το μέταλλο,  $q_1$ , περιγράφεται από την έκφραση:

$$q_1 = m_p \times c_s \times (T_{HM} - T_m)$$

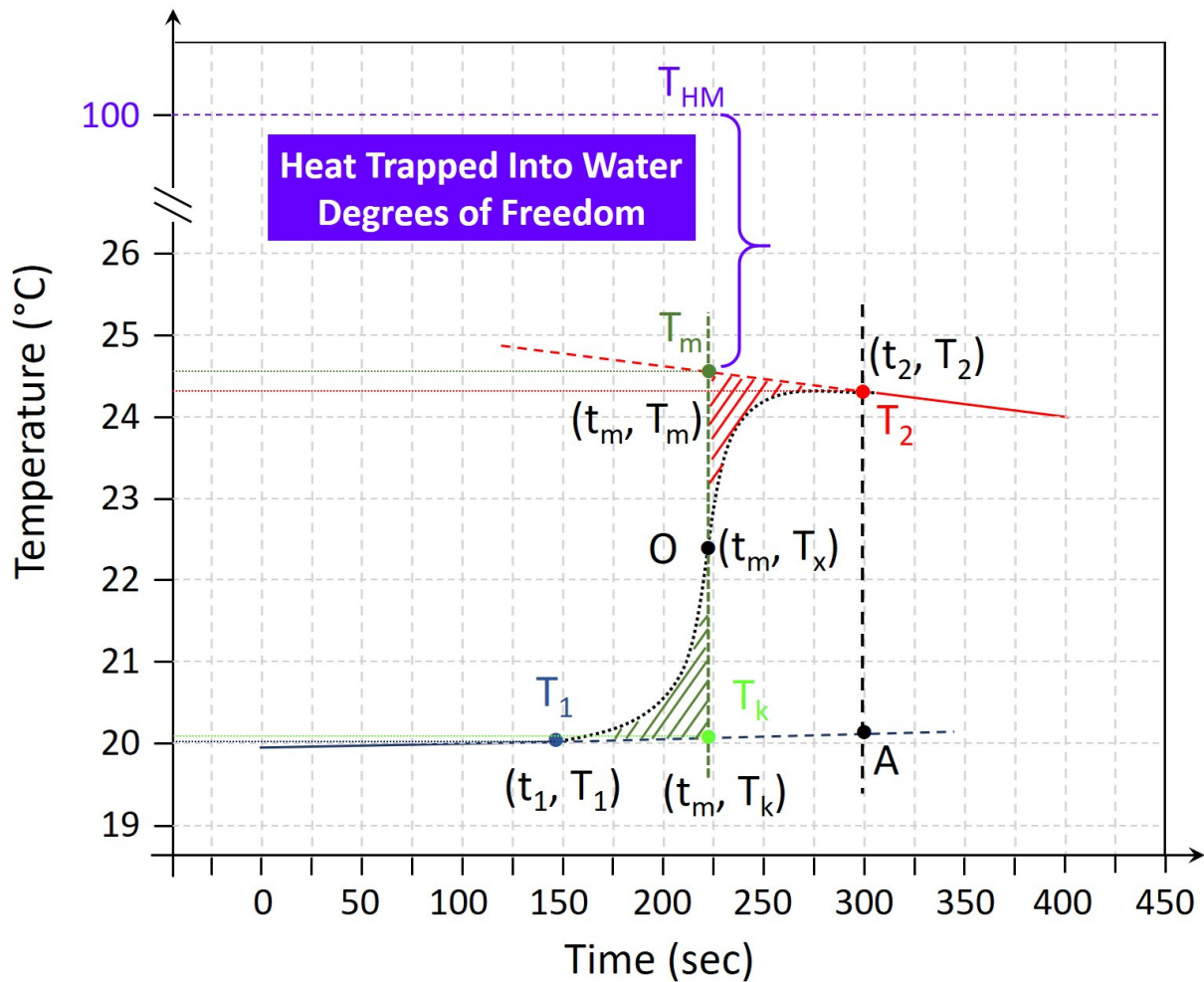
όπου  $m_p$ , η μάζα του μετάλλου,  $c_s$ , η ειδική θερμοχωρητικότητα του στερεού και  $T_{HM}$ , η θερμοκρασία του μετάλλου εντός του νερού που βράζει (θερμική ισορροπία). Εν συνεχεία, το θερμό μέταλλο, μεταφερόμενο στο θερμιδόμετρο, αποδίδει θερμικό περιεχόμενο  $q_2$ , προς αυτό, μεταβάλλοντας τη θερμοκρασία του:

$$q_2 = (c_w \times m_w + C_K) \times (T_m - T_K)$$

όπου  $m_w$ , η μάζα του νερού,  $c_w$ , η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού και  $T_K$ , η θερμοκρασία του θερμιδομέτρου πριν την εισαγωγή του μετάλλου. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας,  $q_1 = q_2$ , προκύπτει η ειδική θερμοχωρητικότητα για το κάθε μέταλλο:

$$c_s = \frac{(c_w m_w + C_K) \times (T_m - T_K)}{m_p \times (T_{HM} - T_m)}$$

**Διόρθωση της παρατηρούμενης διαφοράς θερμοκρασίας  $\Delta\theta$  στο θερμιδόμετρο.** Η διαφορική εξίσωση της μετάδοσης θερμότητας (Νόμος της ψύξης  $\frac{dq}{dt} = -k(T - T_s)$ ) μπορεί να επιλυθεί γραφικά προκειμένου να δώσει μια ιδανική στιγμή  $t_m$  στις οποίας την προέκταση εξισορροπεί την απώλεια της θερμότητας στο στάδιο III, με το κέρδος στο στάδιο I. Για τη στιγμή αυτή το σύστημα συμπεριφέρεται πλήρως μονωμένα και αδιαβατικά και χωρίς υστερήσεις. Η μέθοδος των μίξεων συμπεριλαμβάνει τη θέρμανση του κρύου θερμιδομέτρου, από το ζεστό νερό θερμοκρασίας  $T_w$ , για το πρώτο προκαταρκτικό πείραμα, είτε την θέρμανση του κρύου θερμιδομέτρου και του νερού που περιέχεται σε αυτό, από το θερμό μέταλλο που προστίθεται κατά το κυρίως πείραμα.



**Σχήμα 1.** Προσδιορισμός του χρονικού σημείου  $t_m$  (sec), κατόπιν ολοκλήρωσης και εξίσωση των γραμμοσκιασμένων εμβαδών, όπου  $T_k$  ( $^{\circ}\text{C}$ ): η προέκταση της ευθείας  $y = ax + b$ , της πρώτης φάσης ισορροπίας (φάση I), στον χρόνο  $t_m$  και  $T_m$  ( $^{\circ}\text{C}$ ): η προέκταση της ευθείας  $y = a_1x + b_1$ , της δεύτερης φάσης ισορροπίας (φάση III), στον χρόνο  $t_m$  (sec). Η  $T_m$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) τόσο κατά την προσθήκη θερμού νερού στο άδειο θερμιδόμετρο, όσο και στην περίπτωση προσθήκης του θερμού μετάλλου στο κρύο ύδωρ του θερμιδομέτρου, δηλώνει τη θερμοκρασία εξισορρόπησης του συστήματος, κατόπιν κατανομής της επιπλέον θερμότητας στους εσωτερικούς βαθμούς των μέσων.

**Αριθμητικό παράδειγμα προσδιορισμού του χρονικού σημείου  $t_m$  (sec), μέσω ολοκλήρωσης.**

Η γεωμετρική συνθήκη που οφείλει να πληρείται για τον προσδιορισμό του  $t_m$  είναι η ισοεμβαδικότητα των γραμμο-σκιασμένων περιοχών του σχήματος 1. Τα εμβαδά μπορούν να προσδιοριστούν με τη βοήθεια του λογισμικού Origin, μέσω χρονικής ολοκλήρωσης της μεταβολής της θερμοκρασίας, από το αρχικό, έως το τελικό σημείο της διεργασίας.

**A. Καθορισμός των οριακών σημείων και ολοκλήρωση** (Το σχήμα 1 είναι ποιοτικό και δεν περιγράφει με ακρίβεια τις χρησιμοποιούμενες τιμές). Έστω ότι στο παράδειγμα του σχήματος 1, το τελευταίο σημείο της πρώτης φάσης ισορροπίας έχει συντεταγμένες  $(t_1, T_1) = (120 \text{ s}, 20.5 \text{ }^{\circ}\text{C})$ , ενώ το χρονικό διάστημα, κατά το οποίο μεταφέρεται θερμότητα από το μέταλλο προς το ύδωρ και το θερμιδόμετρο αντιστοιχεί σε  $\Delta t = t_2 - t_1$  (φάση II). Τέλος, από τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αρχίζει η τρίτη, αργή φάση της εξισορρόπησης του θερμικά ανισότροπου μίγματος θερμού μετάλλου – ψυχρού ύδατος,  $(t_2, T_2) = (270 \text{ s}, 23.7 \text{ }^{\circ}\text{C})$ . Η χρονική ολοκλήρωση γίνεται με επισήμανση των αρχικών και τελικών χρονικών σημείων (analysis–mathematic–integration) και δίνει το συνολικό εμβαδόν της επιφάνειας [προεκτείνοντας κάθετα προς την τετμημένη του γραφήματος στα δύο ακραία όρια χρονικής ολοκλήρωσης,  $z_1: (t_1, 0)$  και  $z_2 (t_2, 0)$ ]  $z_1T_1OT_2Az_2 = 3459 \text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1}$ . Το εμβαδόν αυτό

συμπεριλαμβάνει δηλαδή επιπρόσθετα την περιοχή κάτω από την καμπύλη ενδιαφέροντος, μέχρι τον άξονα του μηδενός – ο οποίος δεν φαίνεται στο διάγραμμα – και ως εκ τούτου η επιφάνεια, που δεν αφορά στη διαδικασία, πρέπει να αφαιρεθεί.

**Β. Αφαίρεση του εμβαδού  $z_1T_1Az_2$ .** Πρόκειται για ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές  $T_1-0 = 20.5\text{ }^\circ\text{C}$  και  $t_2-t_1 = (270-120)\text{ s}$ . Συνεπώς η επιφάνεια του  $z_1T_1Az_2 = 3075\text{ }^\circ\text{C s}^{-1}$ . Η αφαίρεση  $z_1T_1OT_2Az_2 - z_1T_1Az_2$  μας δίνει την επιφάνεια του χωρίου  $T_1OT_2A = 384\text{ }^\circ\text{C s}^{-1}$ .

**Γ. Εξίσωση εμβαδών.** Αν τώρα το  $OT_1T_k=OT_mT_2$  τότε αντί για το εμβαδόν του αρχικού χωρίου έχουμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $T_kAT_2T_m$  του οποίου το εμβαδόν είναι:

$$384\text{ }^\circ\text{C s}^{-1} = (23.7-20.5)\times(270-x)\text{ και } x = t_m = 150\text{ s (συνθήκη αποδεκτής λύσης: } t_2 > x = t_m > t_1).$$

**Προσδιορισμός  $T_k$  και  $T_m$ :** Αντικατάσταση του  $t_m$  στην εξίσωση της φάσης I δίνει το  $T_k$  και αντικατάσταση του  $t_m$  στην εξίσωση της φάσης III δίνει το  $T_m$ .

### **B08.II Ασκήσεις – Ερωτήσεις Αναφοράς**

1. Σχολιάστε τα αποτελέσματα προσδιορισμού της ειδικής θερμοχωρητικότητας με τα σφάλματά τους και αντιπαραβάλλετε με τις τιμές της βιβλιογραφίας. Διερευνήστε την ισχύ του νόμου των Dulong–Petit, κατά τη σύγκριση των πειραματικών γραμμομοριακών θερμοτήτων των στερεών που μελετήθηκαν με τις αναμενόμενες τιμές και αναφέρετε τις παρατηρήσεις σας.
2. Ποια είναι η φυσική σημασία της συνάρτησης επιμερισμού της χαρακτηριστικής θερμοκρασίας των Einstein και Debye,  $\vartheta_E = h \times \nu_E/k$  και  $\vartheta_D = h \times \nu_m/k$ ;
3. Ποια ήταν η φυσική σημασία της προσέγγισης Einstein και Debye στη θερμοχωρητικότητα.