

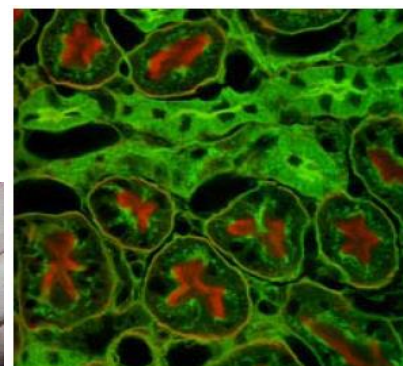
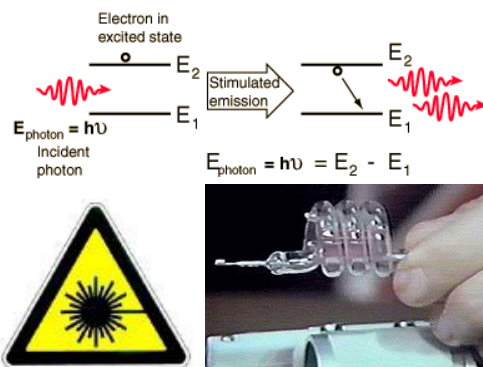


Τμήμα Χημείας Πανεπιστήμιο Κρήτης

Εργαστήρια Λέιζερ - Εφαρμογές στη Χημεία ΧΗΜ-425 / ΓΜΠ-081

Εαρινό εξάμηνο 2022-23 (28.02.2022)

1Α. Αρχές Λειτουργίας και Τύποι Λέιζερ Μη-γραμμική Οπτική



Βιβλιογραφία

- [WH] J. Wilson, J. Hawkes, ‘Οπτοηλεκτρονική’ (Πανεπ. Εκδόσεις ΕΜΠ, 2007) Κεφ. 3, 5, 6
- [HO] J.M. Hollas, ‘*Modern Spectroscopy*’ (John-Wiley&Sons, NY 1996) Ch.9
- [AtΦΧ] P.W. Atkins, J. de Paula, J. Keeler ‘Φυσικοχημεία’ (ΠΕΚ, Ηράκλειο 2020) Κεφ. 11
- [YO] M. Young, ‘Οπτική και Λείζερ’, (Πανεπ. Εκδόσεις ΕΜΠ, 2008)
- [WD-AMP] W. Demtröder, ‘Atoms, Molecules and Photons’ (Springer, Berlin 2005) Ch.8
- [ΑΣ-ΜΟπτ] Γ. Ασημέλλης, ‘Μαθήματα Οπτικής’ (Σύγχρονη Γνώση, 2007)

Σύνδεσμοι

<https://en.wikipedia.org/wiki/Laser>

<https://www.newport.com/c/lasers>

<http://www.bgu.ac.il/~glevi/website/Guides/Lasers.pdf>

<http://electrons.wikidot.com/principle-and-application-of-laser>

https://www.rp-photonics.com/laser_spectroscopy.html

<https://www.neonscience.org/lidar-basics>

<https://www.raymetrics.com/>

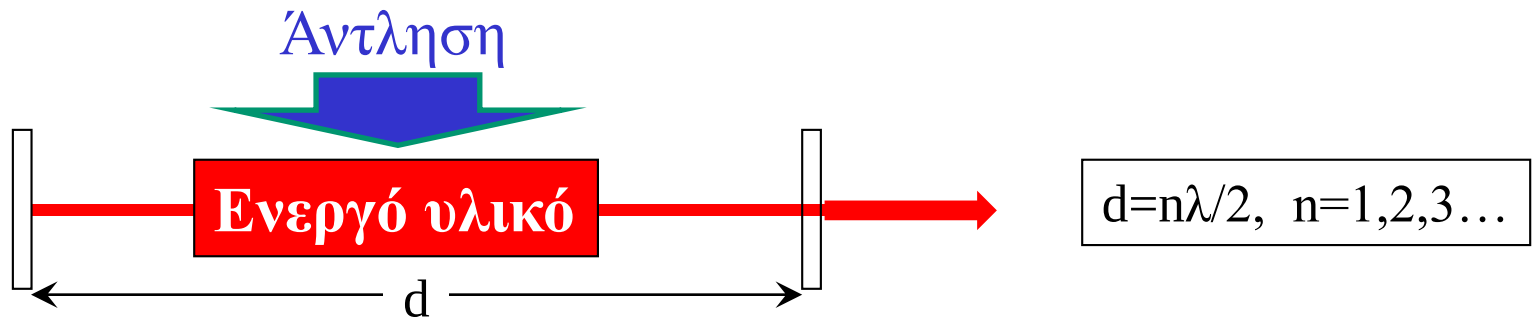
https://en.wikipedia.org/wiki/Nonlinear_optics

<https://www.microscopyu.com/techniques/multi-photon/multiphoton-microscopy>

Πηγή ακτινοβολίας Λείζερ

(*LASER: Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation*)

- Η ακτινοβολία λέιζερ παράγεται λόγω **εξαναγκασμένης εκπομπής** φωτονίων σε ένα **ενεργό μέσο** (αέριο, υγρό ή στερεό) το οποίο διεγείρεται (αντλείται) οπτικώς ή ηλεκτρικώς.
- Ένα λέιζερ κατασκευάζεται με την τοποθέτηση του **ενεργού μέσου** μεταξύ 2 κατόπτρων (**κοιλότητα**), η απόσταση μεταξύ των οποίων (συνήθως) είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μισού-μήκους κύματος της ακτινοβολίας.



Κυριότερα χαρακτηριστικά του λέιζερ

1. Κατευθυντικότητα δηλ. η μικρή απόκλιση της δέσμης. Επειδή (συνήθως) η ακτινοβολία πηγάζει από μια πολύ καλά ευθυγραμμισμένη κοιλότητα .
2. Μονοχρωματικότητα: Πολύ καλά προσδιορισμένο μήκος κύματος.
3. Υψηλή ένταση (ισχύς) δηλ πολλά φωτόνια ανά μονάδα επιφάνειας ανά χρόνο.
4. Συμφωνία (Coherence) δηλ. όλα τα κύματα των φωτονίων που εκπέμπονται έχουν την ίδια φάση

Ιστορικά στοιχεία

- 1917 - Einstein suggested possibility of stimulated emission.
- 1958 - Shawlow and Townes outlined conditions needed to amplify stimulated emission of visible light waves.
- 1960 - Maiman made first ruby laser, with light output at 694 nm.
- 1961 - Javan constructed the HeNe-laser.
- 1962 - Hall et al. discover the GaAs semiconductor laser.
- 1963 - Patel obtained laser action in CO₂.
- 1964 - Geusic and Marcos build the first Nd:YAG laser
 - Bridges obtained laser action in Argon-Ions. (Ar⁺ laser)
- 1970 - Basov demonstrated the first excimer laser (Xe₂).
- 1975 - Ewing and Brau reported laser action on KrF and XeCl.
- 1985 - Matthews and Rosen demonstrated first x-ray laser
- 2001 - Papadogiannis, Charalambidis produce attosecond laser pulses

To πρώτο laser **Ruby Laser: $\text{Cr}^{+3}:\text{Al}_2\text{O}_3$**

Theodor H. Maiman : 1960, *Nature*, **187**, 493

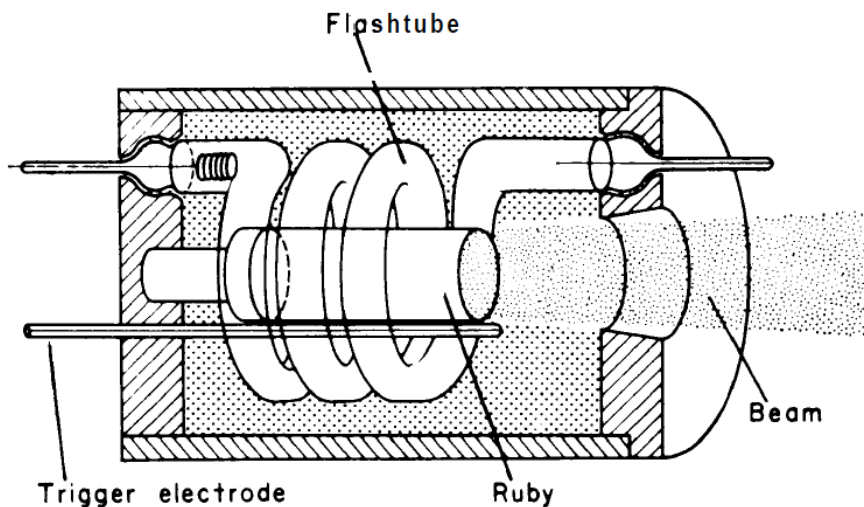
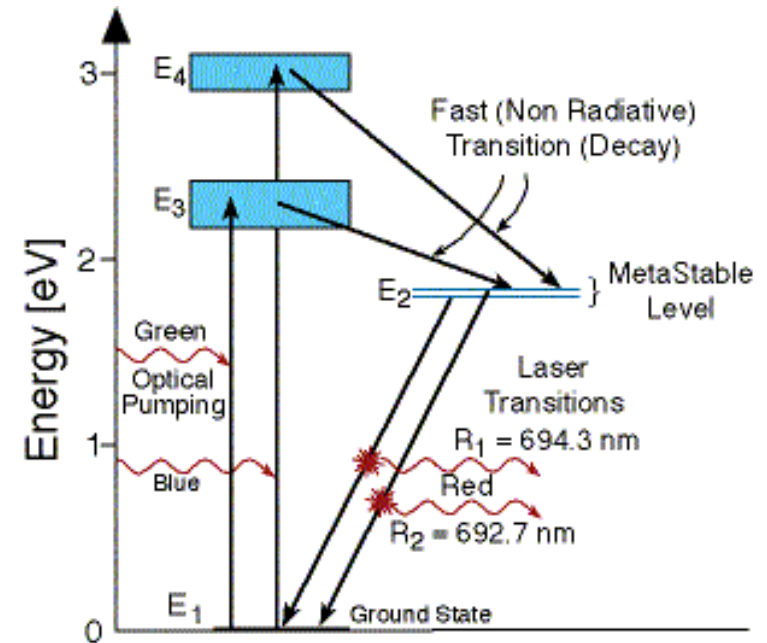
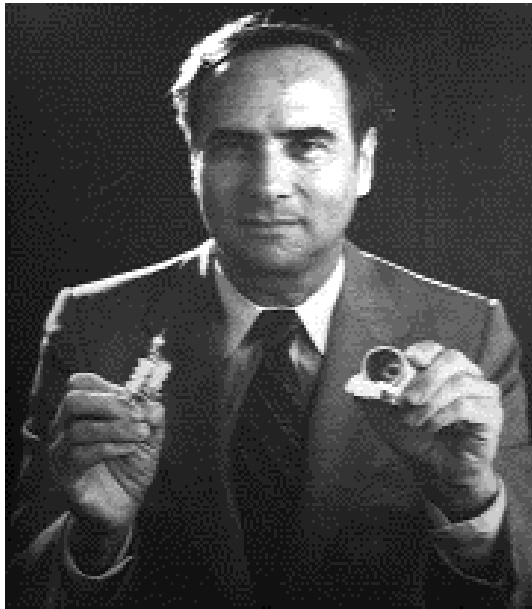


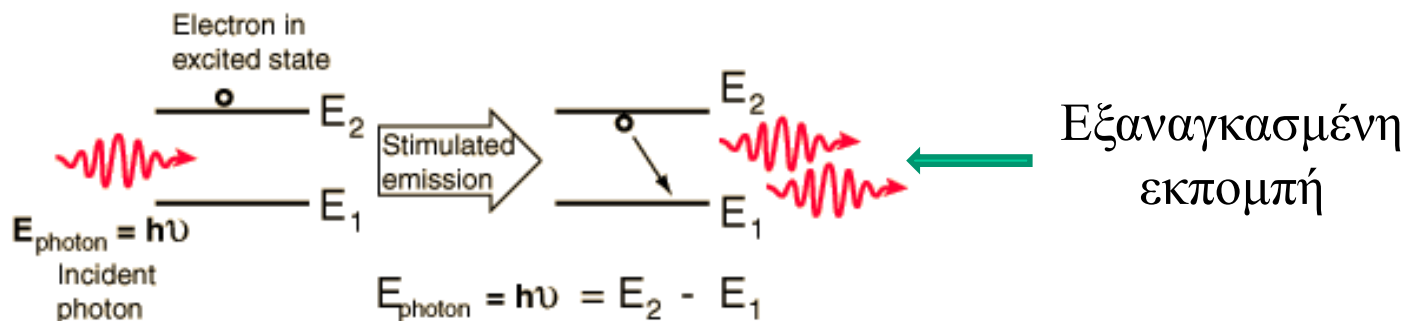
Fig. 2.1. The first experimental set-up of the ruby laser according to Maiman. The ruby rod in the middle is surrounded by a flashlamp in form of a spiral.

Βασική προϋπόθεση για δράση λέιζερ: *Αναστροφή πληθυσμού*

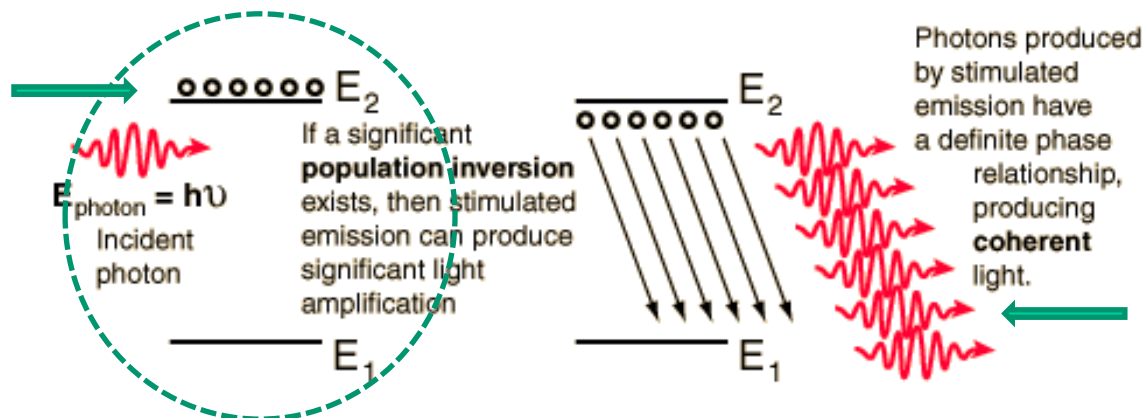
δηλ. θα πρέπει με κάποιο τρόπο να έχουμε μεγαλύτερο πληθυσμό στη διεγερμένη κατάσταση συγκριτικά με τη βασική.

Η αναστροφή πληθυσμού απαιτεί ενέργεια (άντληση)

Αυτή η άντληση επιτυγχάνεται είτε με φωτόνια (οπτική άντληση) είτε με ηλεκτρόνια (ηλεκτρική άντληση)



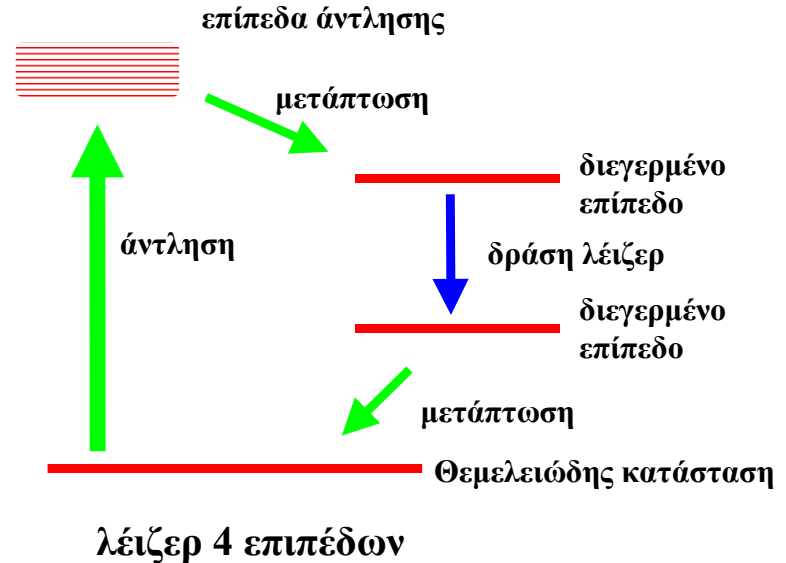
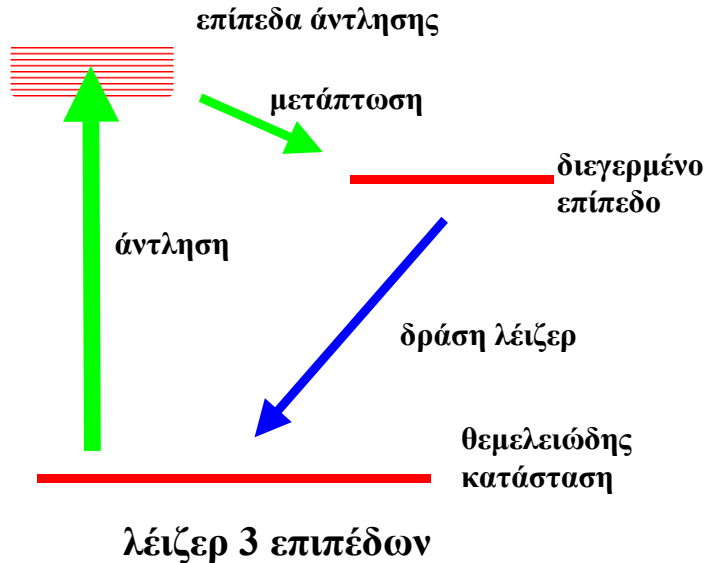
Αναστροφή
πληθυσμού



Συστήματα Λείζερ

Στην πράξη **αναστροφή πληθυσμών** και - ως αποτέλεσμα αυτής - **δράση λείζερ**, είναι εφικτό να επιτευχθεί σε συστήματα τριών (3) ή τεσσάρων (4) επιπέδων.

ΔΕΝ είναι εφικτή η παρατήρηση δράσης λείζερ σε σύστημα δύο (2) επιπέδων (Να αιτιολογήσετε)



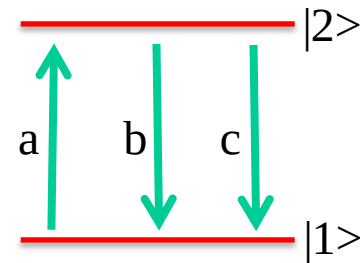
Βασικές διεργασίες στη λειτουργία των Λείζερ

Απορρόφηση ακτινοβολίας - Διέγερση (a): $A + h\nu \rightarrow A^*$ B_{12}

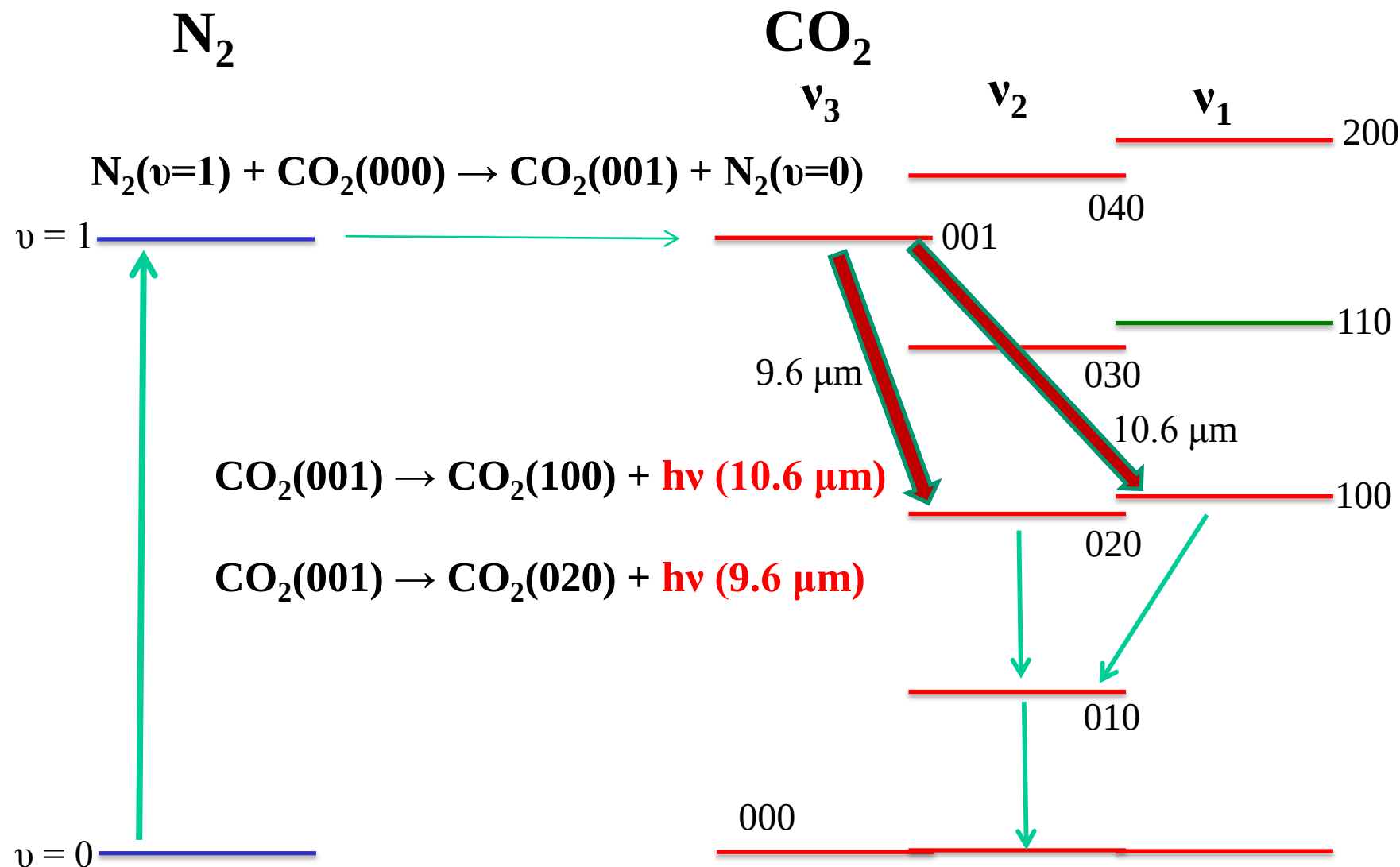
Αυθόρμητη αποδιέγερση (b): $A^* \rightarrow A + h\nu$ A_{21}

Εξαναγκασμένη αποδιέγερση (c): $A^* + h\nu \rightarrow A + 2h\nu$ B_{21}

Συντελεστές Einstein



Παράδειγμα : Το Λείζερ Διοξειδίου του Άνθρακα (CO₂ laser)

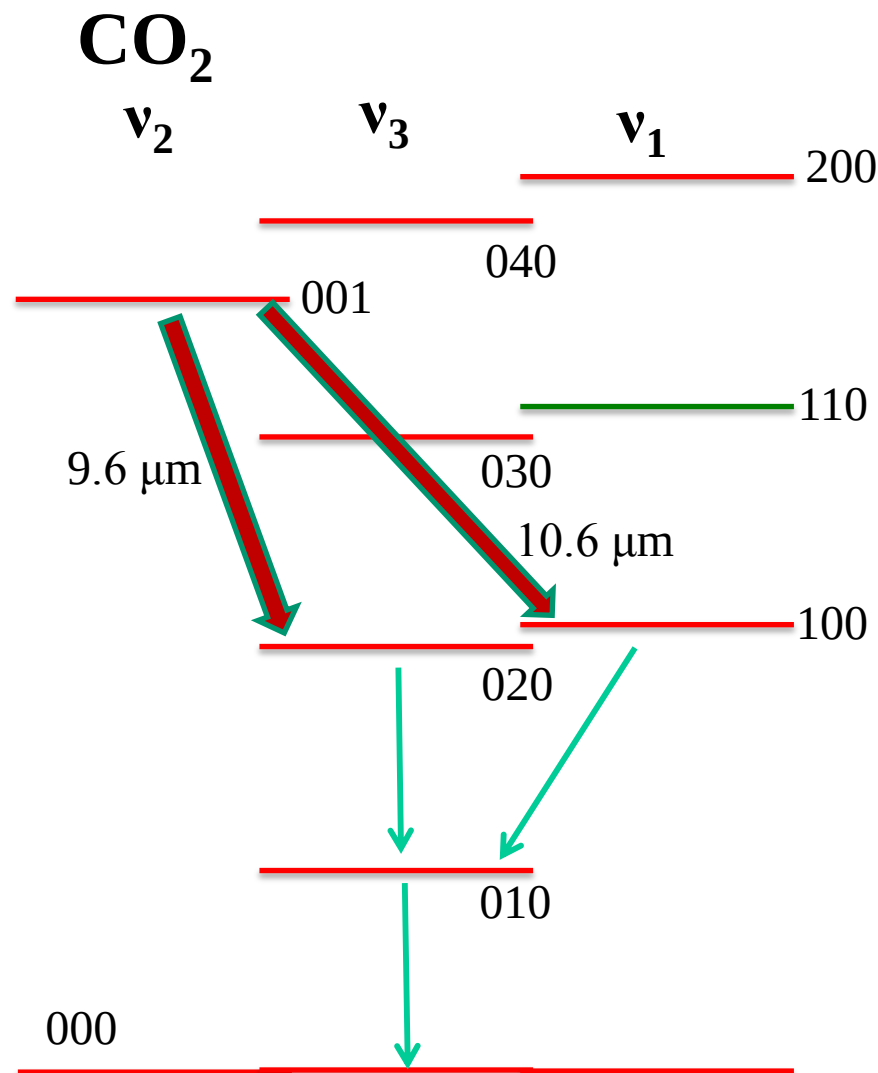
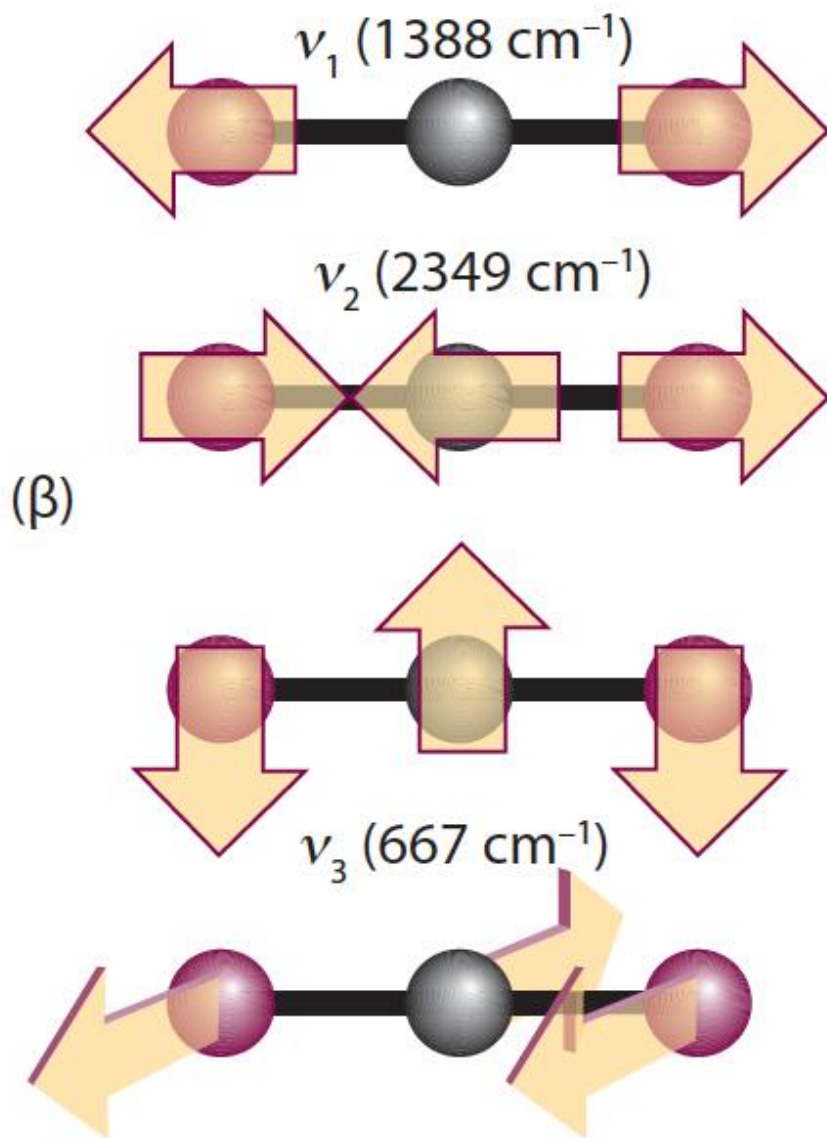


Αναστροφή πληθυσμών

CO₂(001) : αργή αποδιέγερση

CO₂(100) και CO₂(020) : ταχεία αποδιέγερση

Παράδειγμα : Το Λείζερ Διοξειδίου του Άνθρακα (CO_2 laser)



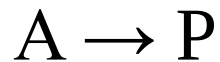
Αναστροφή πληθυσμών

$\text{CO}_2(001)$: αργή αποδιέγερση

$\text{CO}_2(100)$ και $\text{CO}_2(020)$: ταχεία αποδιέγερση

Βασικά στοιχεία κινητικής απλών διεργασιών

Διεργασία 1^{ης} τάξης



$$-dA/dt = kA \Rightarrow \dots \Rightarrow A_t = A_0 e^{-kt}$$

$$P_t = A_0 (1 - e^{-kt})$$

Διεργασία 2^{ης} τάξης / ψευδο-1^{ης} τάξης



$$-dA/dt = k_Q A Q = k_Q Q A = k' A \Rightarrow \dots \Rightarrow A_t = A_0 e^{-k't}$$

Παράλληλες διεργασίες 1^{ης} τάξης

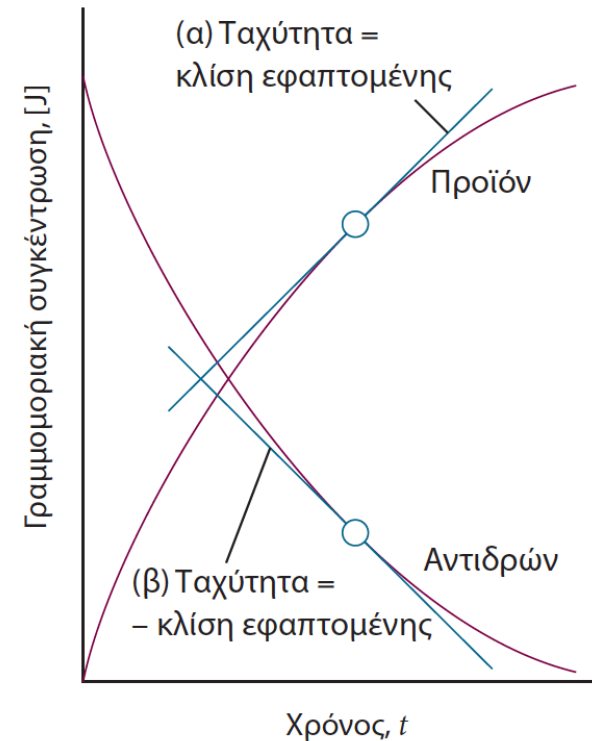


$$-dA/dt = (k_1 + k_2)A \Rightarrow \dots \Rightarrow A_t = A_0 e^{-kt}$$

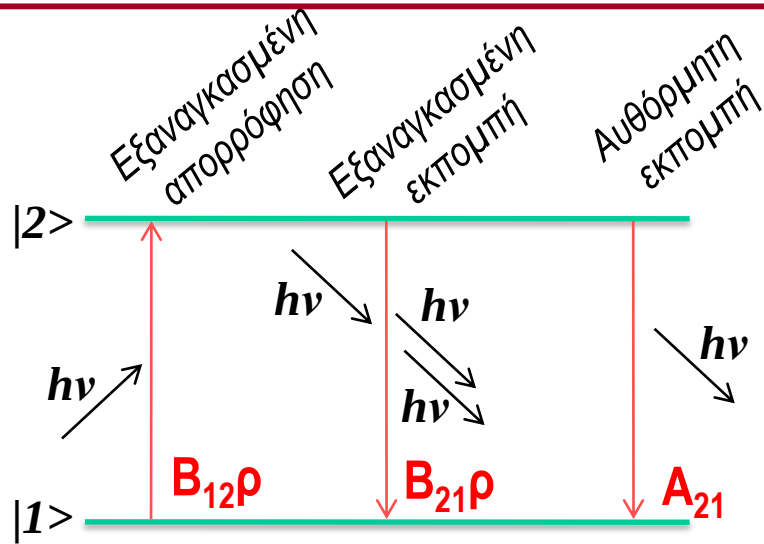


$$k = k_1 + k_2$$

$$P_{1t} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} A_0 (1 - e^{-kt})$$



Μεταβάσεις μεταξύ ενεργειακών επιπέδων (συντελεστές Einstein)



Συντελεστές Einstein : B_{12}, B_{21}, A_{21}

$\rho = \rho(\nu)$: Πυκνότητα ισχύος ακτινοβολίας

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$$

N_1, N_2 : πληθυσμοί (cm^{-3}) επιπέδων 1 και 2

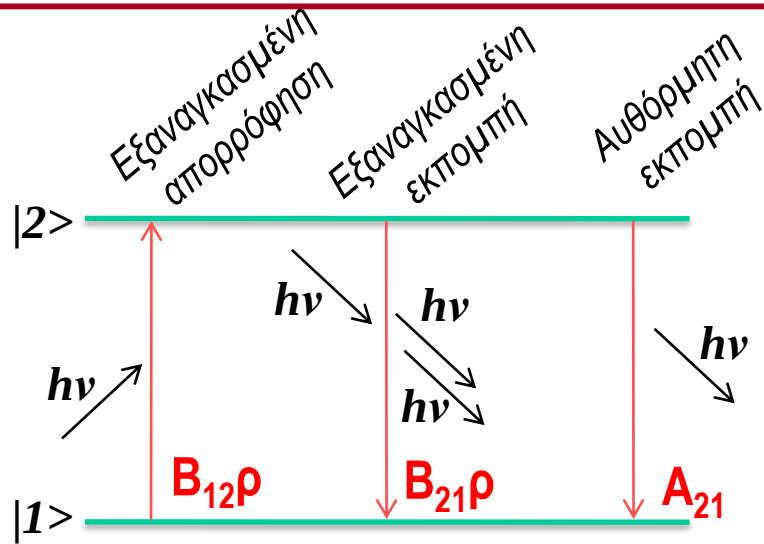
Ρυθμός διέγερσης - απορρόφησης ($A_1 + h\nu \rightarrow A_2$) $w_{12} = B_{12}\rho N_1$

Ρυθμός εξαναγκασμένης αποδιέγερσης
($A_2 + h\nu \rightarrow A_1 + 2h\nu$) $w_{21} = B_{21}\rho N_2$

Ρυθμός αυθόρμητης αποδιέγερσης ($A_2 \rightarrow A_1 + h\nu$) $w'_{21} = A_{21}N_2$



Μεταβάσεις μεταξύ ενεργειακών επιπέδων (συντελεστές Einstein)



Συντελεστές Einstein : B_{12} , B_{21} , A_{21}

$\rho = \rho(\nu)$: Πυκνότητα ισχύος ακτινοβολίας

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$$

N_1 , N_2 : πληθυσμοί (cm^{-3}) επιπέδων 1 και 2

Σε θερμική ισορροπία : $\rightarrow \frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0 \Rightarrow -B_{12}\rho N_1 + B_{21}\rho N_2 + A_{21}N_2 = 0$

κατανομή Boltzmann : $\rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\Delta E/kT} = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu/kT}$

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2} = \frac{A_{21}/B_{21}}{(B_{12}/B_{21})(N_1/N_2) - 1} = \frac{A_{21}/B_{21}}{(B_{12}/B_{21})(g_1/g_2)e^{h\nu/kT} - 1} \rightarrow \text{Νόμος Planck}$$

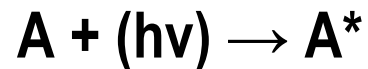
Νόμος Planck $\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3 (e^{h\nu/kT} - 1)}$

$$A_{21} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{21} \quad B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} = \frac{|\vec{\mu}_{12}|^2}{6\epsilon_0 \hbar^2}$$

Κινητική θεώρηση του N. Beer στη μονοφωτονική απορρόφηση

Μονοφωτονική απορρόφηση

Θεωρούμε τη διεργασία ως αντίδραση του ατόμου/μορίου A με **ένα** φωτόνιο με συντελεστή ταχύτητας αντίδρασης **k**, και αναγράφουμε το νόμο της ταχύτητας για τη μεταβολή της πυκνότητας των φωτονίων.



$$\frac{dn}{dt} = -k N n \quad \Rightarrow \quad \frac{dn(h\nu)}{dt} = -k N n(h\nu)$$

$$\Rightarrow c \frac{dn(h\nu)}{dt} = - (k/c) N [c n(h\nu)] c dt$$

$$\Rightarrow dI = - (k/c) N I dx = - \sigma N I dx$$

$$\Rightarrow I(x) = I(x=0) \exp(- \sigma N x) : \text{N. Beer}$$

N: αριθμ. πυκνότητα απορροφητή A (ατόμου, μορίου)

n: αριθμ. πυκνότητα φωτονίων

I: ένταση (ροή ισχύος) ακτινοβολίας (W/cm²)

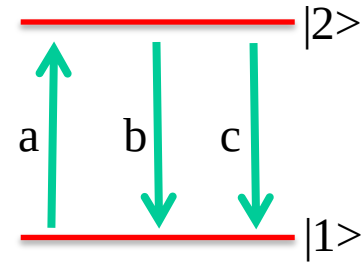
σ (σ₁₂): ενεργός διατομή απορρόφησης (cm²/μόριο)

Αναστροφή πληθυσμού (Population inversion) $\Leftrightarrow$ Ενίσχυση (Gain)



Νόμος Beer : $dI(x) = -I(x)adx \Rightarrow I = I_0 e^{-a2L}$

Για μία πλήρη
διαδρομή στην
κοιλότητα (0, 2d)



Αν $a < 0$ (αρνητική (!) απορρόφηση) τότε έχουμε ενίσχυση ακτινοβολίας (gain) στην κοιλότητα

a, b, c : απλή κινητική θεώρηση του συστήματος δύο επιπέδων

$$\frac{dn}{dt} = -B_{12}nh\nu N_1 + B_{21}nh\nu N_2 + \cancel{A_{21}N_2} \Rightarrow (B_{12} = \sigma_{12} \frac{c}{h\nu}, I = \rho c, \rho = nh\nu)$$

$$\frac{dn}{dt} h\nu = -\sigma_{12} I (N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_2) \Rightarrow \frac{dI}{dx} = -\sigma_{12} I (N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_2)$$

$$\sigma_{12} (N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_2) = a$$

$$a < 0 \Rightarrow N_2 > \frac{g_2}{g_1} N_1$$

Για να ισχύει $a < 0$ απαιτείται $g_1 N_2 > g_2 N_1$
δηλ. ΑΝΑΣΤΡΟΦΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

Θεωρώντας β (cm^{-1}), συντελεστή απωλειών εντός της κοιλότητας προκύπτει :

$$I_{0 \rightarrow 2d} = I_0 e^{-a2L} \cdot e^{-\beta 2d} = I_0 e^{-a2L - \gamma} \Rightarrow a2L + \gamma < 0 \Rightarrow -\Delta N_{\text{threshold}} = \frac{\gamma}{2L\sigma_{12}}$$

Δράση λέιζερ ευνοείται σε κοιλότητες με χαμηλές απώλειες, γ

Συνθήκη κατωφλίου δράσης λέιζερ και αναστροφής πληθυσμού

Απολαβή (Gain) :

$$G = \frac{I(2d)}{I(d=0)} = \exp(-2aL - \gamma)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις ανακλάσεις στα κάτοπτρα (r_1, r_2)

$$G = \frac{I(2d)}{I(d=0)} r_1 r_2 = \exp(-2aL - \gamma + \ln r_1 r_2)$$

Θέτοντας την τιμή της απολαβής ίση με τη μονάδα λαμβάνουμε τη συνθήκη κατωφλίου δράσης λέιζερ

$$G = 1 \Rightarrow -2aL - \gamma + \ln r_1 r_2 = 0 \Rightarrow -a_{th} = \frac{\gamma - \ln r_1 r_2}{2L}$$

Συντελεστής απολαβής
χαμηλού σήματος, $a_{\text{steady state}}$

$$-a = \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] \sigma_{12} \Rightarrow -\Delta N_{th} = \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right]_{th} = \frac{-a_{th}}{\sigma_{12}}$$

Συνθήκη αναστροφής πληθυσμού:

$$-\Delta N_{th} = \frac{\gamma - \ln r_1 r_2}{2\sigma_{12}L}$$

Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

Αν θεωρηθεί το φασματικό προφίλ της μετάβασης (**line profile**), δηλαδή η περιγραφή της φασματικής γραμμής, συναρτήσει της συχνότητας, **$g(\nu)$** , τότε:

$$-a(\nu) = \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] \sigma_{12} g(\nu)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι: $I(\nu, x) = I(\nu, 0) \exp(-a(\nu)x)$

Γίνεται αντιληπτό ότι η ενίσχυση ευνοείται στο κέντρο της φασματικής γραμμής παρά στις πτέρυγες.

$$\text{Lorentz: } g(\nu)_L = \frac{\Delta\nu}{2\pi} \left[(\nu - \nu_o)^2 + \left(\frac{\Delta\nu}{2} \right)^2 \right]^{-1}, \quad g(\nu_o)_L = \frac{2}{\pi\Delta\nu} \approx \frac{1}{\Delta\nu}$$

$$\text{Gauss: } g(\nu)_G = \frac{2}{\Delta\nu} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp \left[-\ln 2 \left(\frac{\nu - \nu_o}{\Delta\nu/2} \right)^2 \right], \quad g(\nu_o)_G = \frac{2}{\Delta\nu} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \approx \frac{1}{\Delta\nu}$$

Διαπλάτυνση φασματικών γραμμών

1. Φυσική διαπλάτυνση

Κατά τη λύση της εξ. Schrodinger ενός χρονικά μεταβαλλόμενου συστήματος ο προσδιορισμός των ενεργειακών του επιπέδων εμπεριέχει πεπερασμένη αβεβαιότητα :

$$\delta E \approx \frac{\hbar}{\tau}$$

$$\tau \propto \frac{1}{A_{21}} \propto \nu^{-3}$$

Για πρακτικούς υπολογισμούς :

$$\delta \tilde{\nu} \approx \frac{5,31 \text{ cm}^{-1}}{\tau (\text{ps})}$$

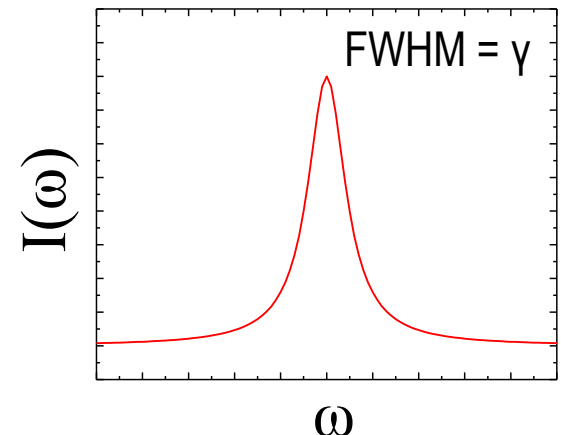
Η μορφή φυσικώς διαπλατυσμένης φασματικής γραμμής περιγράφεται από τη συνάρτηση **Lorentz**

$$I(\omega) = I_0 \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad \delta\omega = \gamma = \frac{1}{\tau}$$

Να προσδιορίσετε το ολοκλήρωμα : $\int_0^{\infty} I(\omega) d\omega$

Να εκφράσετε τη σχέση $I(\omega)$ ως $I(\nu)$ και $I(\lambda)$

Να προσδιορίσετε το φασματικό εύρος (FWHM) για τα $I(\omega)$ ως $I(\nu)$ και $I(\lambda)$



Διαπλάτυνση φασματικών γραμμών

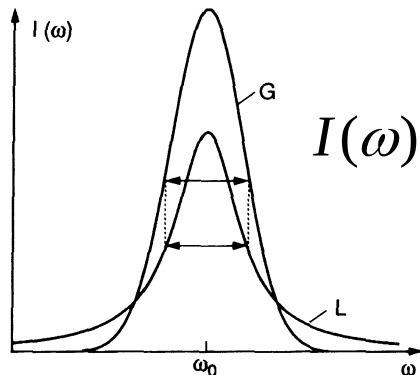
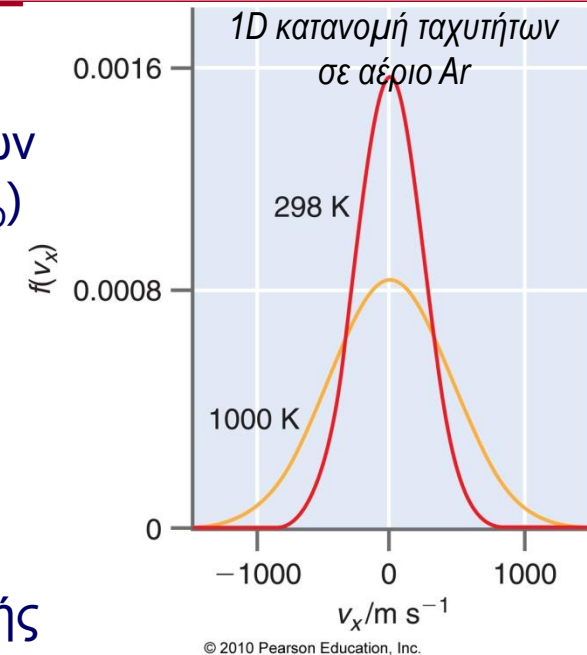
2. Διαπλάτυνση Doppler

Η κατανομή ταχυτήτων (κατα Maxwell) των ατόμων ή μορίων σε σχέση με τον ανιχνευτή οδηγεί σε διαπλάτυνση $\delta\nu_D$, ($\delta\omega_D$) που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler.

Κατανομή ταχυτήτων ιδανικού αερίου προς δεδομένη διεύθυνση (π.χ. : x)

$$f(\vec{v}_x) = \left(m / 2\pi k_B T\right)^{1/2} \exp(-m v_x^2 / 2k_B T)$$

Η μορφή κατά Doppler διαπλατυσμένης φασματικής γραμμής περιγράφεται από συνάρτηση **Gauss**



$$I(\omega) = I_o \exp\left(-\frac{mc^2(\omega - \omega_o)^2}{2k_B T \omega_o^2}\right)$$

Διαπλάτυνση Doppler :

$$\delta\omega_D = \frac{2\omega_o}{c} \sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{m}}$$

Για πρακτικούς υπολογισμούς :

$$\delta\nu_D = 7,16 \times 10^{-7} \nu_o \sqrt{\frac{T}{M}} \text{ (Hz)}$$



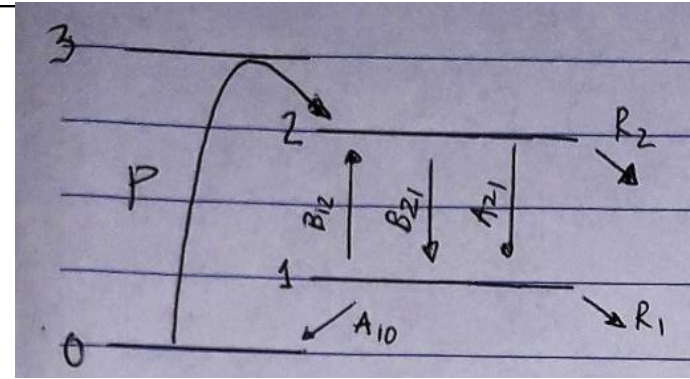
Καμπύλες Lorentz και
Gauss ίδιου εύρους

Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

Οπτικό μέσο (optical medium)

$$\frac{dN_1}{dt} = B_{21}\rho(N_2 - N_1) + A_{21}N_2 - R_1N_1 \quad [1]$$

$$(R_1N_1 = A_{10}N_1)$$



$$\frac{dN_2}{dt} = P - B_{21}\rho(N_2 - N_1) - A_{21}N_2 - R_2N_2 \quad [2]$$

Ακτινοβολία (radiation)

$$\frac{dn}{dt} = B_{21}\rho(N_2 - N_1) - \beta n \quad [3]$$

$$\text{Για } N_1 = N_2 = 0$$

$$n(t) = n(t=0) \exp(-bt) \quad \text{και} \quad bT = b \frac{2d}{c} = \beta 2d \quad \left(\beta = \frac{b}{c} = \frac{\gamma}{2d} \right)$$

$$\text{Στάσιμη κατάσταση (steady state):} \quad \frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = \frac{dn}{dt} = 0$$

Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

[1], [2] στη στάσιμη κατάσταση =>

$$P = R_1 N_1 + R_2 N_2 \quad (\text{ή } A_{01} N_1 + R_2 N_2) \quad [4]$$

η άντληση αποκαθιστά τις απώλειες

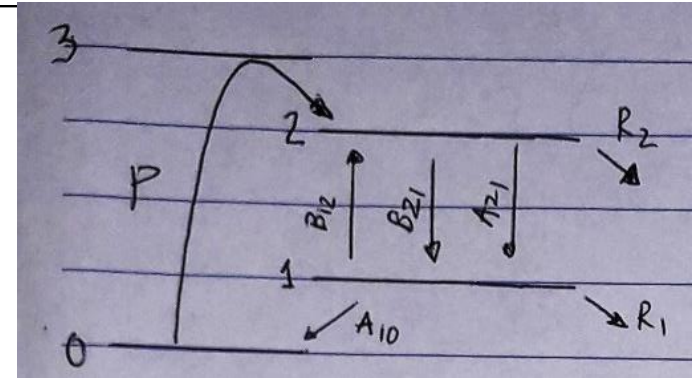
[2], [3] στη στάσιμη κατάσταση =>

$$P = \beta n + (A_{21} + R_2) N_2 \quad [5] \quad \text{η άντληση αποκαθιστά τις απώλειες}$$

[4], [5] στη στάσιμη κατάσταση =>

$$R_1 N_1 = \beta n + R_2 N_2 \quad (\text{ή } A_{01} N_1)$$

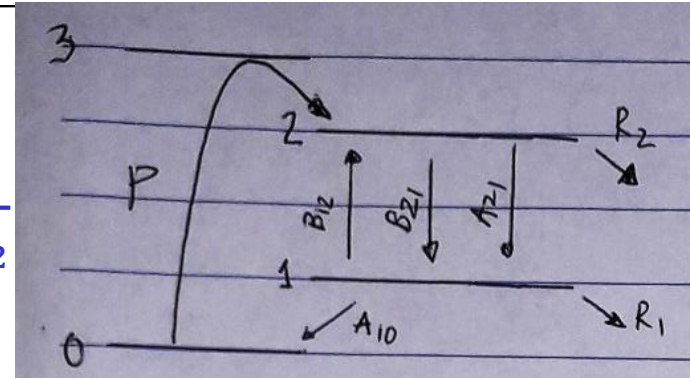
ταχεία αποπλήθυνση του επιπέδου 1 διατηρεί την αναστροφή πληθυσμών και τη δράση λέιζερ



Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

$[1] \times R_2 - [2] \times R_1$ στη στάσιμη κατάσταση $\Rightarrow$

$$(N_2 - N_1)_{st} = \Delta N_{st} = \frac{(R_1 - A_{21})P}{B_{21}\rho(R_1 + R_2) + A_{21}R - R_1R_2}$$



$$\frac{dn}{dt} = B_{21} \rho (N_2 - N_1) - \beta n \quad [3]$$

[3], $dn/dt = 0$, $d = L \Rightarrow$

$$(N_2 - N_1)_{st} = \Delta N_{st} = \frac{\beta n}{B_{21}\rho} = \frac{\gamma n c}{B_{21}\rho 2L} = \frac{\gamma n}{\left(\frac{B_{21}}{c}\right) (nh\nu) 2L} \Rightarrow$$

$$\Delta N_{st} = -\Delta N_{th} = \frac{\gamma}{2\sigma_{21}L}$$

Συνθήκη αναστροφής πληθυσμού:
$$-\Delta N_{th} = \frac{\gamma - \ln r_1 r_2}{2\sigma_{12}L}$$

Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

$$P = R_1 N_1 + R_2 N_2 \quad (\text{ή } (A_{10} + R_1) N_1 + R_2 N_2) \quad [4]$$

Θεωρώντας $R_2 = R_1 = 0$

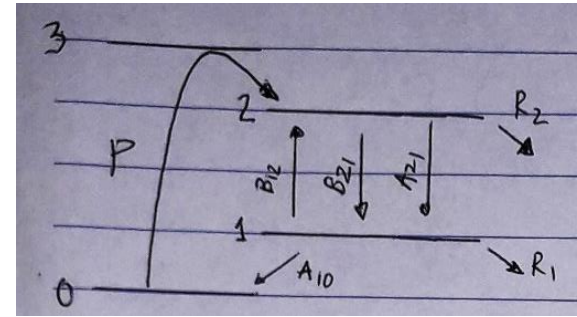
$$[4] \Rightarrow N_1 = \frac{P}{A_{10}} \quad [4']$$

$$\frac{dN_2}{dt} = P - B_{12} \rho (N_2 - N_1) - A_{21} N_2 - R_2 N_2 = 0 \quad [2]$$

$$[2], [4'] \Rightarrow N_2 = P \left(1 + \frac{B_{12} \rho}{A_{10}} \right) \frac{1}{A_{21} + B_{12} \rho}$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = P \frac{1 - \left(\frac{A_{21}}{A_{10}} \right)}{A_{21} + B_{12} \rho}$$

$$\Delta N > 0 \text{ όταν } A_{21} < A_{10} \text{ ή } \tau_{10} < \tau_{21}$$



Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

$$\Delta N = N_2 - N_1 = P \frac{1 - \left(\frac{A_{21}}{A_{10}} \right)}{A_{21} + B_{12}\rho}$$

Υπό συνθήκες χαμηλής άντλησης, $B_{12}\rho \ll A_{21}$

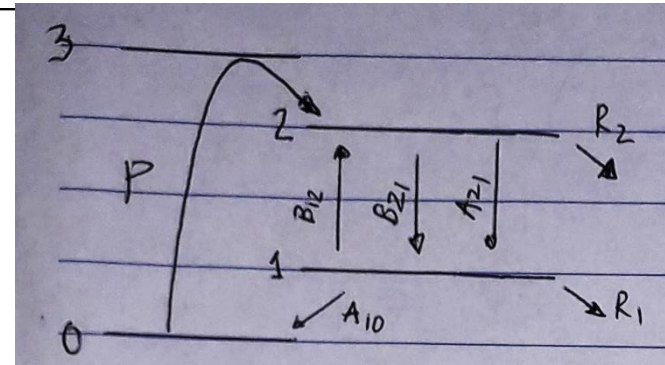
$$\Delta N \approx P \frac{1 - \left(\frac{A_{21}}{A_{10}} \right)}{A_{21}} = P \left(\frac{1}{A_{21}} - \frac{1}{A_{10}} \right) = P(\tau_{21} - \tau_{10}) \Rightarrow \Delta N \sim P$$

Στο κατώφλι δράσης λέιζερ, θεωρώντας ότι $A_{21} \ll A_{10}$

$$\Delta N_{th} \approx P_{th} \frac{1 - \left(\frac{A_{21}}{A_{10}} \right)}{A_{21}} \rightarrow \frac{P_{th}}{A_{21}}$$

Αύξηση της άντλησης ($P > P_{th}$) οδηγεί σε δράση λέιζερ υπό συνθήκες στάσιμης κατάστασης διατηρώντας το $\Delta N \approx \Delta N_{th}$

$$\Delta N \approx \Delta N_{th} \Rightarrow P \frac{1 - \left(\frac{A_{21}}{A_{10}} \right)}{A_{21} + B_{12}\rho} = P_{th} \frac{1 - \left(\frac{A_{21}}{A_{10}} \right)}{A_{21}} \Rightarrow \frac{P}{P_{th}} = \frac{A_{21} + B_{12}\rho}{A_{21}}$$

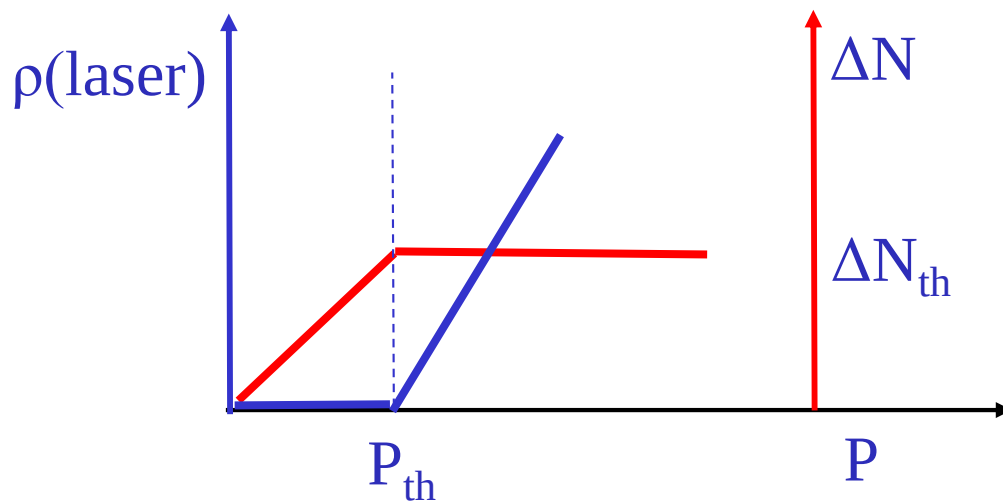


Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

$$\frac{P}{P_{th}} = \frac{A_{21} + B_{12}\rho}{A_{21}} \Rightarrow \frac{P}{P_{th}} = 1 + \frac{B_{12}\rho}{A_{21}} \Rightarrow \rho = \frac{A_{21}}{B_{12}} \left(\frac{P}{P_{th}} - 1 \right)$$

Για τιμές $P < P_{th}$, $\rho = 0$ και $\Delta N \sim P$

Για $P > P_{th}$ λαμβάνει χώρα η δράση λέιζερ υπό συνθήκες στάσιμης κατάστασης με $\Delta N \approx \Delta N_{th}$ και $\rho(\text{laser}) \sim P$



$\Delta N(P)$: στο κατώφλι εμφάνισης της δράσης λέιζερ αποκαθίσταται ισορροπία στην αναστροφή πληθυσμού (στάσιμη κατάσταση).

$\rho(P)$: Χαρακτηριστική **καμπύλη κατωφλίου** ισχύος εξόδου λέιζερ (output power).

Κινητική περιγραφή δράσης λέιζερ (4 επιπέδων)

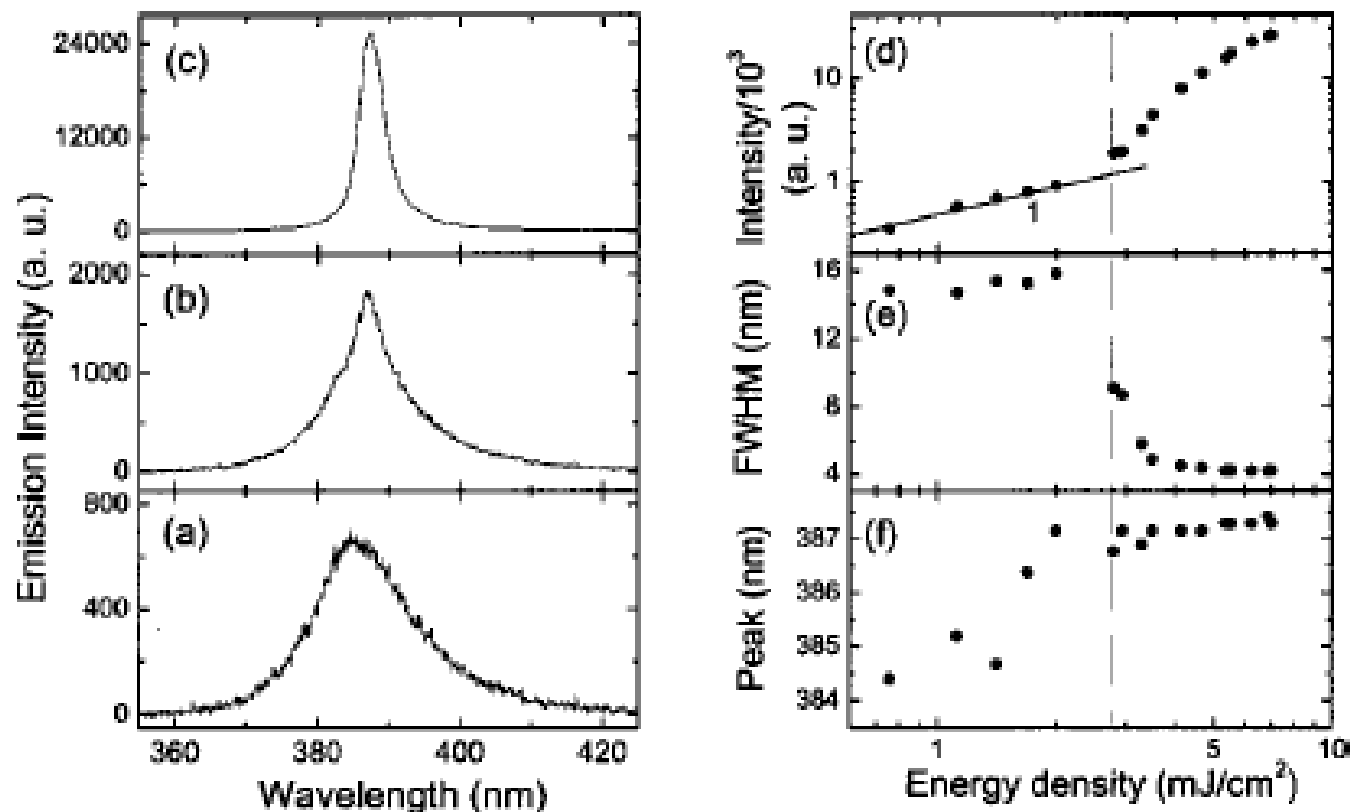
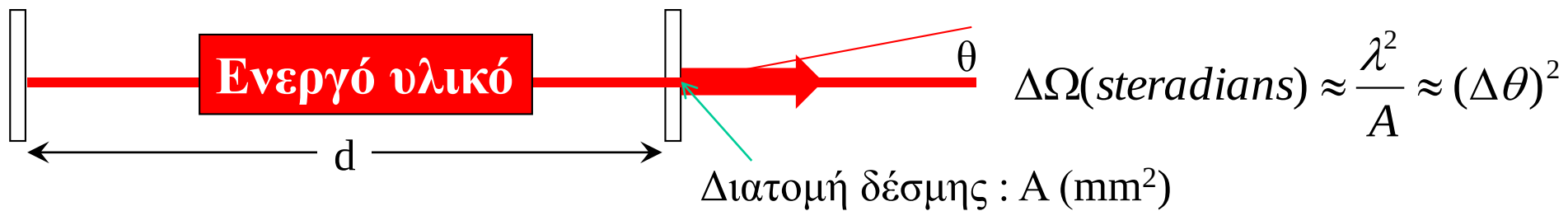


Fig. 1. Photoluminescence spectra and quantification of their characteristics for a ZnO-PDMS nanocomposite (30% w/w, 6.7% v/v) illuminated at 248 nm (5-ps pulse duration) at different values of the laser energy density. Spectra are shown at (a) 1.4 mJ/cm², (b) 2.8 mJ/cm², and (c) 6.7 mJ/cm². The emission intensity (d), the emission spectral FWHM (e), and the emission peak wavelength (f) are shown as functions of the excitation energy density. Excitation area, 5 mm². The solid curve in (d) indicates a slope of 1. The vertical dashed line in (d)–(f) indicates the threshold for the onset of the laser action.

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Κατευθυντικότητα (Directionality)



Ως αποτέλεσμα των αλληπάλληλων ανακλάσεων μεταξύ των κατόπτρων της κοιλότητας η ενισχυόμενη ακτινοβολία είναι εκείνη που διαδίδεται **κατα μήκος** του άξονα της κοιλότητας.

Κατα συνέπεια η προκύπτουσα δέσμη λέιζερ χαρακτηρίζεται από υψηλή κατευθυντικότητα (highly collimated beam) και ως εκ τούτου επιτρέπει τη διάδοση της ακτινοβολίας με ελάχιστη απόκλιση για ιδιαίτερα μεγάλες αποστάσεις.

Το αίτιο για την απόκλιση απο την ιδανική συγγραμμικότητα είναι η περίθλαση.

Άσκηση

Να προσδιορίσετε τη διατομή δέσμης λέιζερ, μήκους κύματος $\lambda = 500 \text{ nm}$, σε απόσταση 1 km από το λέιζερ αν στην έξοδο της κοιλότητας η διάμετρος της δέσμης είναι $d_0 = 5 \text{ mm}$.

Μονοχρωματικότητα (Monochromaticity)

Αν και λόγω της αρχής της αβεβαιότητας δεν είναι εφικτό να παραχθεί ιδανικώς μονο-χρωματική ακτινοβολία, οι πηγές λέιζερ παράγουν υψηλής φασματικής «καθαρότητας» ακτινοβολία.

Στο ορατό, τυπικές τιμές συχνότητας είναι : $\nu \approx 5 \times 10^{14}$ Hz

Τυπικό φασματικό εύρος λέιζερ : $\Delta\nu \approx 1 \times 10^2$ Hz

Με ειδικές τεχνικές επιτυγχάνεται μέχρι $\Delta\nu \approx 1$ Hz

Μονοχρωματικότητα : $\Delta\nu/\nu \approx 2 \times 10^{-13}$

Κεντρικό ρόλο στην επίτευξη υψηλής μονοχρωματικότητας παίζει το φάσμα ενίσχυσης του ενεργού υλικού για τη συγκεκριμένη μετάβαση λέιζερ (**gain profile**) και οι **ρυθμοί της κοιλότητας**.

Άσκηση

Να αναζητήσετε πληροφορίες για 2-3 εμπορικώς διαθέσιμα λέιζερ και να αναφέρετε τις προδιαγραφές τους όσον αφορά το φασματικό εύρος (bandwidth) της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας. Να υπολογίσετε χαρακτηριστικές τιμές $\Delta\nu/\nu$.

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Διαμήκεις ρυθμοί (longitudinal modes) της κοιλότητας του λέιζερ



$$n \frac{\lambda}{2} = d \Rightarrow n \frac{c}{2\nu} = d \Rightarrow \nu = n \frac{c}{2d} \Rightarrow$$

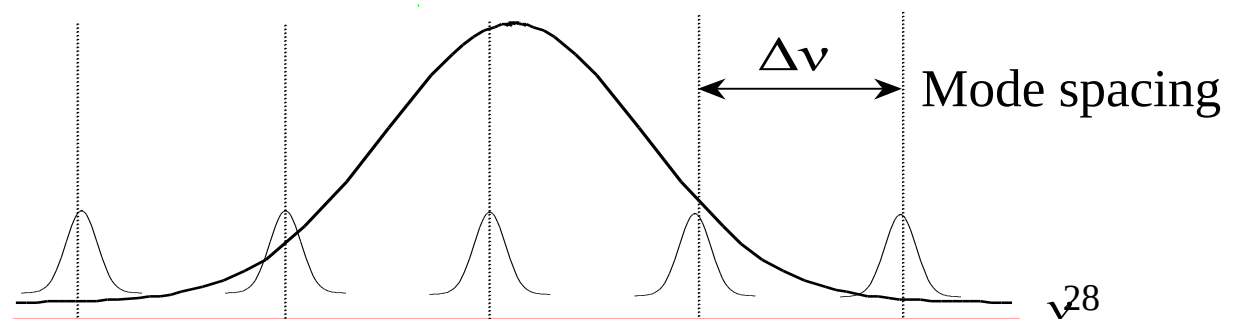
$$\Delta \nu = \nu(n+1) - \nu(n) = \frac{c}{2d}$$

Π.χ. Εάν $d = 15 \text{ cm}$ τότε $\Delta \nu = 10^9 \text{ Hz} = 1 \text{ GHz}$



Η μετάβαση μεταξύ των (δύο) επιπέδων που εμπλέκονται στην δράση του λέιζερ έχει ένα **φασματικό εύρος (gain profile)** το οποίο προσδιορίζεται από τα χαρακτηριστικά και τη συνολική διαπλάτυνση των δύο καταστάσεων.

Ο αριθμός των διαμήκων ρυθμών της κοιλότητας, που ενισχύονται και συνεισφέρουν στη δράση λέιζερ ευρίσκονται αναγκαστικά εντός του φασματικού εύρους της μετάπτωσης του λέιζερ.



Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Διαμήκεις ρυθμοί (longitudinal modes) της κοιλότητας του λέιζερ

Αριθμητικό παράδειγμα

Έστω μετάβαση λέιζερ σε $\lambda \approx 300 \text{ nm}$ σε κοιλότητα μήκους $d = 50 \text{ cm}$.

Η κοιλότητα περιέχει περίπου $n = 2d/\lambda = (1/3) \times 10^7$ μήκη κύματος (300 nm)

Mode spacing: $\Delta\nu = c/2d = 3 \times 10^{10} \text{ cms}^{-1}/2 \times 50 \text{ cm} = 3 \times 10^8 \text{ Hz} = 0.3 \text{ GHz}$

$$\lambda = 300 \text{ nm} \leftrightarrow \nu = c/\lambda = 1 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta\tilde{\nu} = (\Delta\nu/c) = 1/2d = 0.01 \text{ cm}^{-1}$$

$$\lambda = 300 \text{ nm} \leftrightarrow \tilde{\nu} = c/\lambda = 33333 \text{ cm}^{-1}$$

Ο επόμενος ρυθμός που υποστηρίζεται από την κοιλότητα εμφανίζεται σε κυματάριθμο: $\tilde{\nu} (+1) = 33333.01 \text{ cm}^{-1} \leftrightarrow \lambda = 300,003 \text{ nm}$

Οι ρυθμοί που υποστηρίζει μια τυπική κοιλότητα έχουν πολύ παραπλήσιες τιμές λ ($\Delta\lambda \approx \lambda/n = \lambda^2/2d$).

Ποιες είναι οι συνέπειες της εγγύτητας των συχνοτήτων των ρυθμών μιας κοιλότητας?

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Διαμήκεις ρυθμοί (longitudinal modes) της κοιλότητας του λέιζερ

Ποιες είναι οι συνέπειες της εγγύτητας των συχνοτήτων των ρυθμών μιας κοιλότητας?

Έστω μετάβαση λέιζερ σε αέριο

Υπό συνθήκες φυσικής διαπλάτυνσης : Gain profile width $\Delta\nu_g \approx \Delta\nu_L \approx A_{21}/2\pi$

$$\text{ή } \Delta\tilde{\nu}_L \approx 5.31 \text{ cm}^{-1}/\tau(\text{ps}) = 0.001 \text{ cm}^{-1} \quad (\tau = 5.3 \text{ ns})$$

Υπό συνθήκες διαπλάτυνσης κρούσεων $\Delta\tilde{\nu}_{\text{col}} \approx 0.01 - 1 \text{ cm}^{-1}$

Υπό συνθήκες διαπλάτυνσης Doppler

$$\Delta\nu = 7.16 \cdot 10^7 \sqrt{\frac{T(\text{K})}{M(\text{amu})}} \quad T \approx 400 \text{ K} \quad \nu_0 = 6.1475 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$
$$M = 40 \text{ amu (ή } \chi \text{ Ar)} \quad \lambda = 488 \text{ nm (Ar}^2\text{)}$$

$$\Delta\nu = 1.3925 \text{ GHz} \quad \text{ή} \quad \Delta\tilde{\nu} = 0.0464 \text{ cm}^{-1}$$

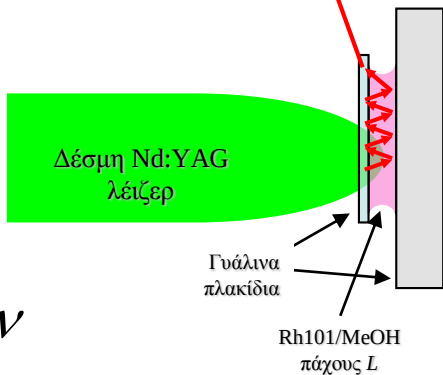
$$\text{Αλλά} \quad \Delta\nu_m = 300 \text{ MHz} \quad \text{ή} \quad \Delta\tilde{\nu}_m = 0.01 \text{ cm}^{-1}$$

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

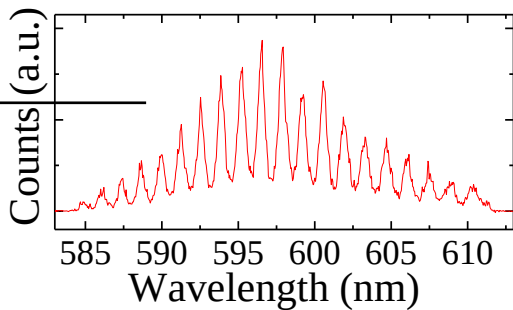
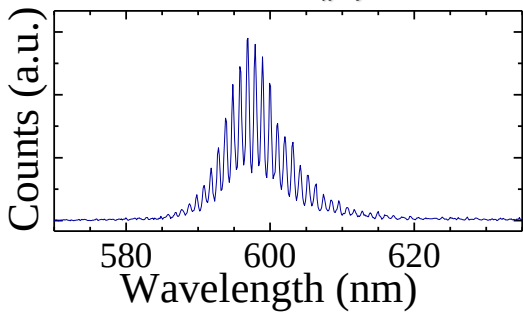
Διαμήκεις ρυθμοί (longitudinal modes) της κοιλότητας του λέιζερ

κοιλότητα ~0.1 mm

Εκπεμπόμενη ακτινοβολία



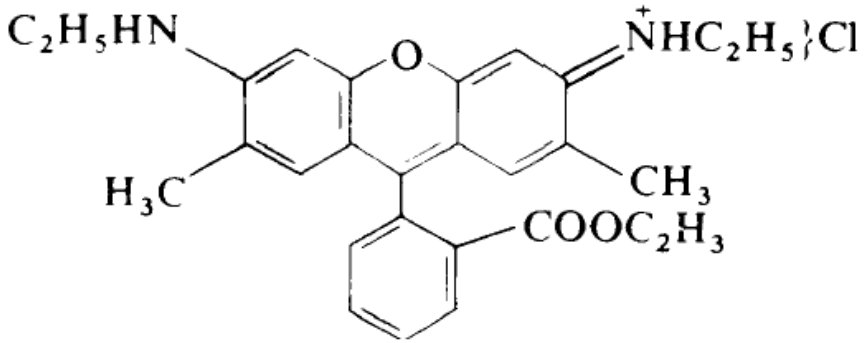
$$\Delta \nu = \frac{c}{2d}$$
$$\Delta \lambda \approx \frac{c \Delta \nu}{\nu^2} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta \nu$$
$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2d}$$



$\Delta \lambda = 1.37 \text{ nm}$

Μεθανολικό διάλυμα της οργανικής χρωστικής R101 (Ροδαμίνη 101) τοποθετημένο μεταξύ 2 γυάλινων πλακιδίων (ισοδυναμεί με κυψελίδα οπτικού δρόμου ~ d) αντλείται με παλμικό λέιζερ Nd:YAG που εκπέμπει στα 532 nm με αποτέλεσμα να παρατηρείται δράση λέιζερ από τη χρωστική στην περιοχή των 600 nm με χαρακτηριστικούς διαμήκεις ρυθμούς με $\Delta \lambda = 1,37 \text{ nm}$.

Να προσδιορισθεί η αντίστοιχη τιμή του d καθώς και η οπτική διαδρομή της κοιλότητας, d .



Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Διαμήκεις ρυθμοί (longitudinal modes) της κοιλότητας του λέιζερ

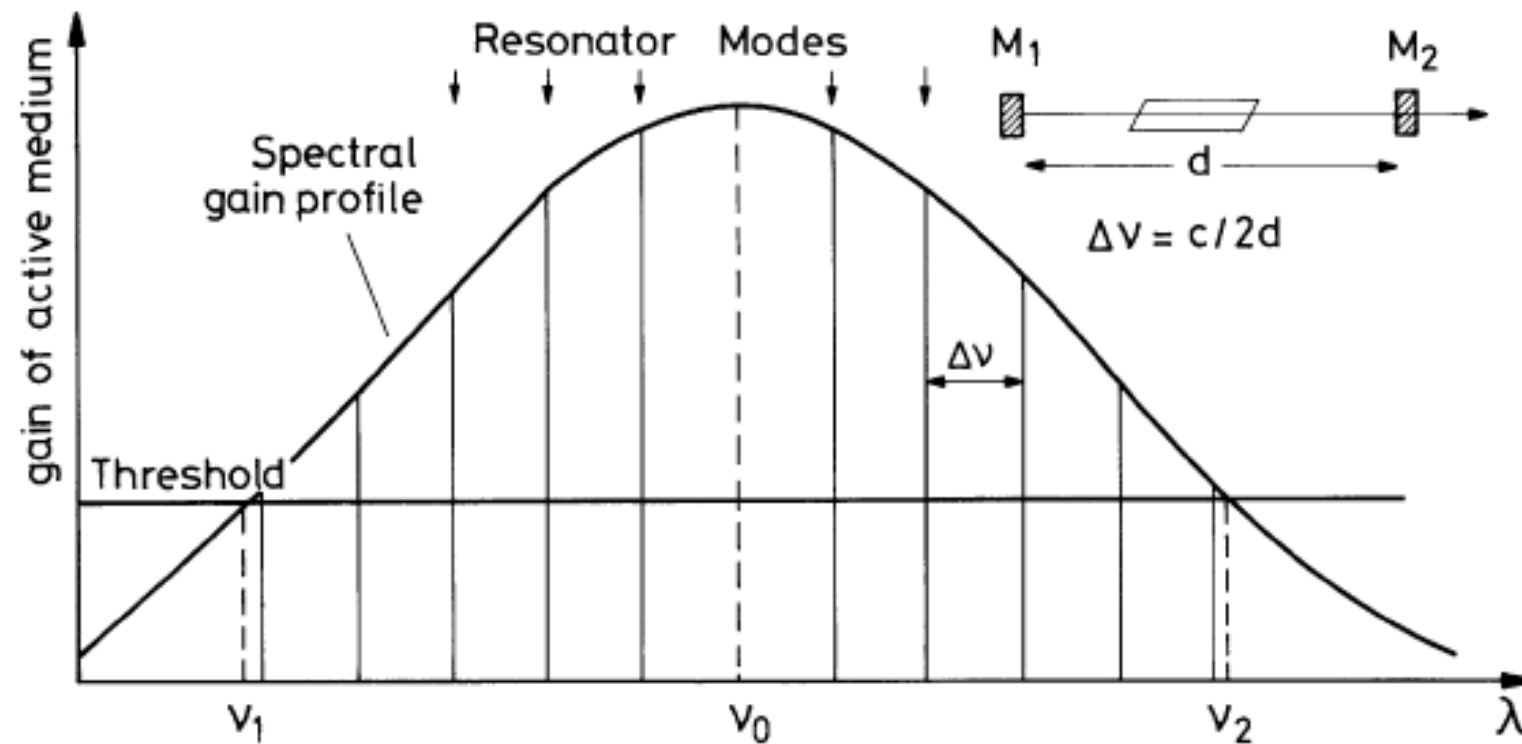
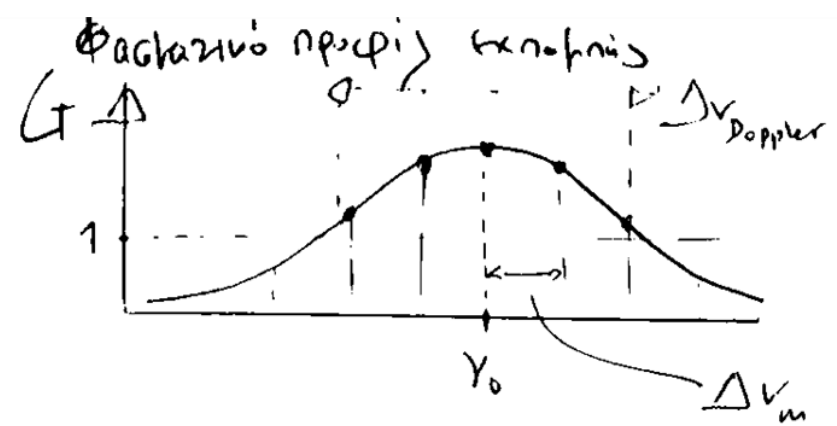


Fig. 5.22. Gain profile of a laser transition with resonator eigenfrequencies of axial modes

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

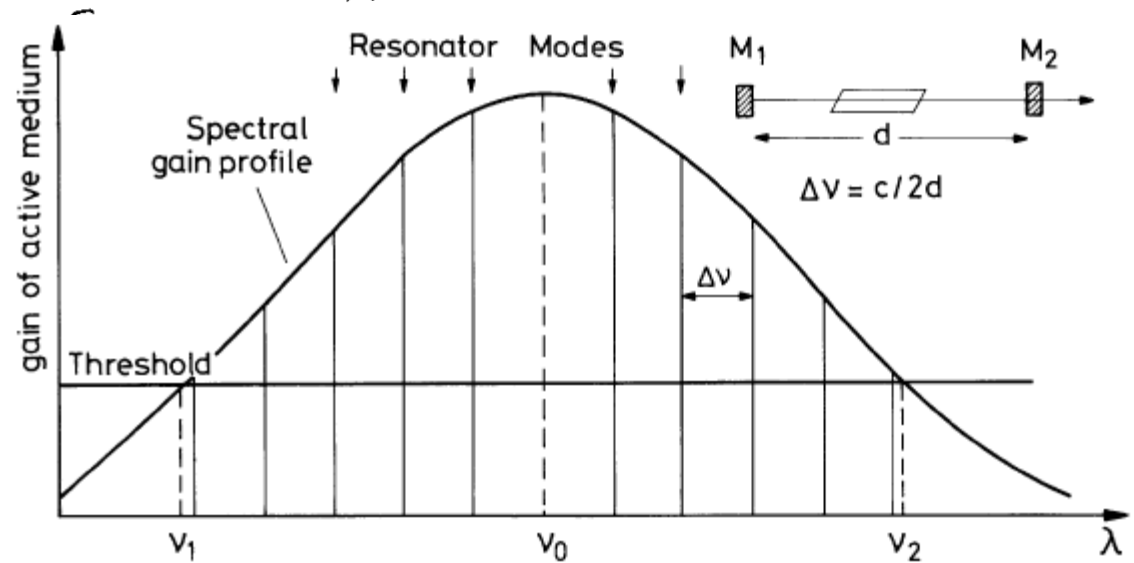
Διαμήκεις ρυθμοί (longitudinal modes) της κοιλότητας του λέιζερ



Διαμήκεις ή Αξονικοί
Ρυθμοί Κοιλότητας

Άρα εντός του φασματικού προφίλ γραμμής $g(\nu)$ η κοιλότητα υποστηρίζει ημίον τον ενός ρυθμής ταλάντωσης.

Εν τούτοις επικρίνουν εκτός οι ρυθμοί (λ) που υπερβαίνουν το κατώφλι gain.



line
→ για την
✓

Fig. 5.22. Gain profile of a laser transition with resonator eigenfrequencies of axial modes

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

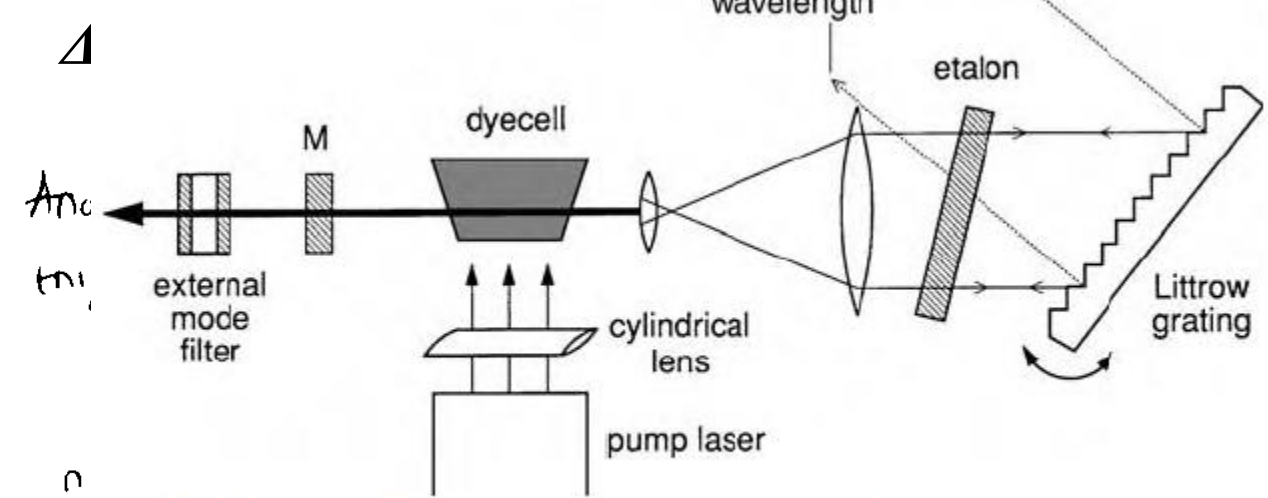
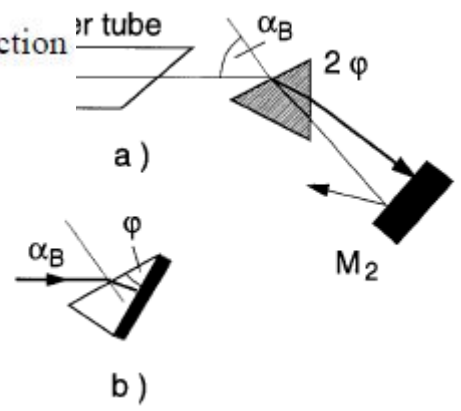


Fig.5.45. Short Hänsch-type dye laser cavity with Littrow grating and mode selection either with an internal etalon or an external FPI as “mode filter” [5.58]

Handwritten notes in Greek:
 Λέιζερ
 Ηλεκτρονική Φάση

ως του λέιζερ

Handwritten notes in Greek:
 για την
 ...



T = 4 %

Συντελεστής Q (ποιότητας)

$$Q = \frac{\text{ενέργεια που αποθηκεύεται στην κοιλότητα}}{\text{ενέργεια που απεχρύνεται}} = \frac{\text{συχνότητα συντονισμού}}{\text{κύρος δρομίου}} = \frac{\nu}{\delta \nu}$$

∠

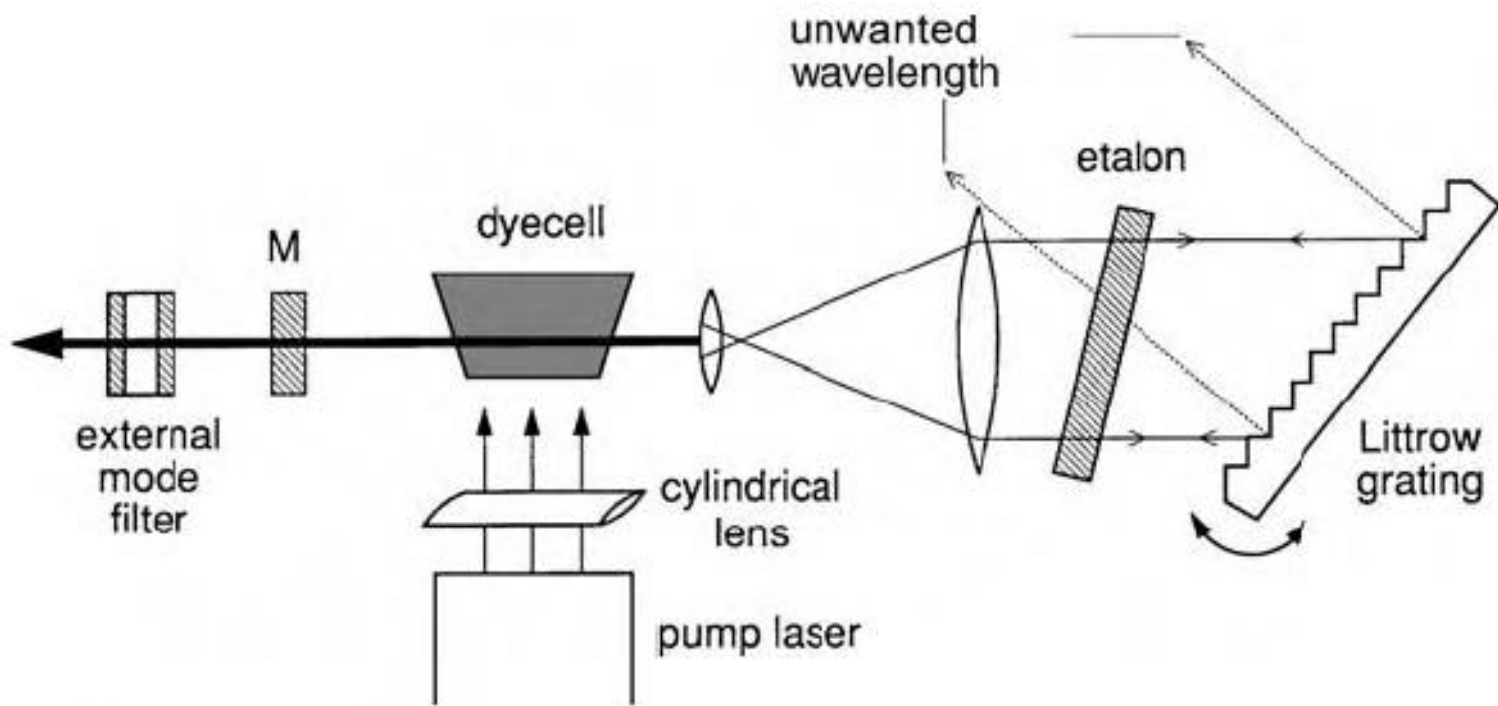


Fig.5.45. Short Hänsch-type dye laser cavity with Littrow grating and mode selection either with an internal etalon or an external FPI as “mode filter” [5.58]

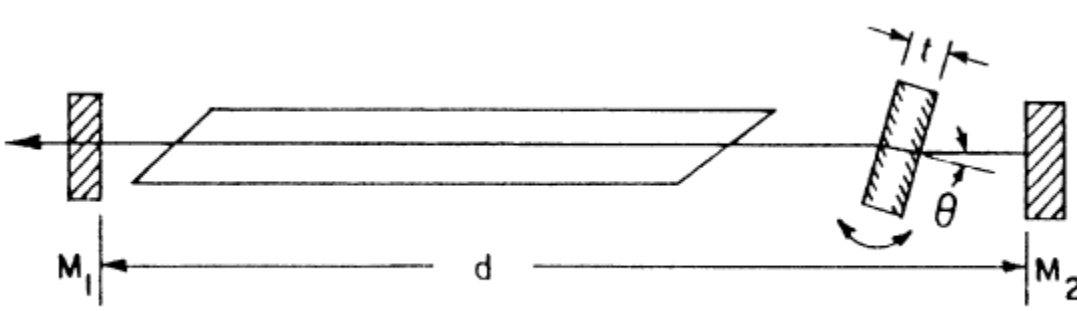
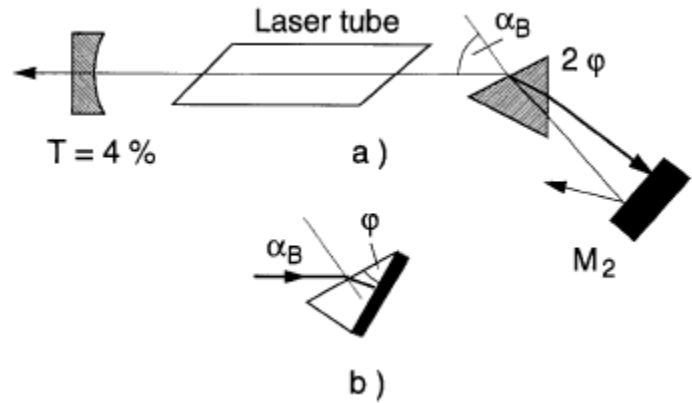


Fig.5.37. Single-mode operation by inserting a tilted etalon inside the laser



Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

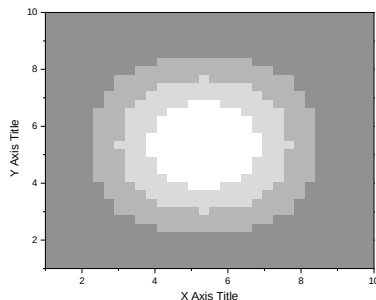
Εγκάρσιοι ρυθμοί (transverse modes) της κοιλότητας του λέιζερ

Η κοιλότητα του λέιζερ φαντάζει σαν ένα τρισδιάστατο πηγάδι (φρεάτιο)
Δύο από αυτές τις διαστάσεις είναι κάθετες στην διεύθυνση διάδοσης του φωτός
και η κατανομή της έντασης περιγράφεται με τους **εγκάρσιους τρόπους** –
transverse electric modes (TEM_{ml}) όπου **m** και **l** είναι ο αριθμός των κομβικών
επιπέδων στην κατακόρυφη και οριζόντια διεύθυνση αντιστοίχως.
Οι λύσεις του διδιάστατου σωματιδίου σε φρεάτιο είναι γνωστές.

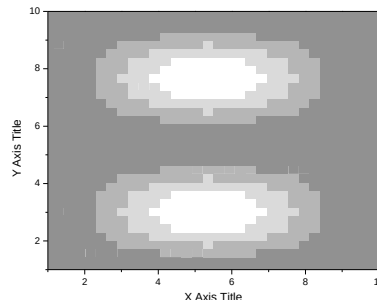
$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right).$$

$$\Psi_{n_x n_y}(x, y) = \Psi_{n_x}(x) \Psi_{n_y}(y)$$

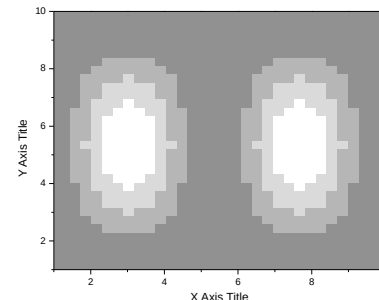
TEM₀₀



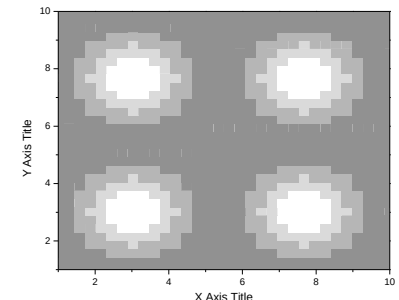
TEM₀₁



TEM₁₀



TEM₁₁



Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λείζερ

Εγκάρσιοι ρυθμοί (transverse modes)

λότητας του λείζερ

Εγκάρσιοι ρυθμοί

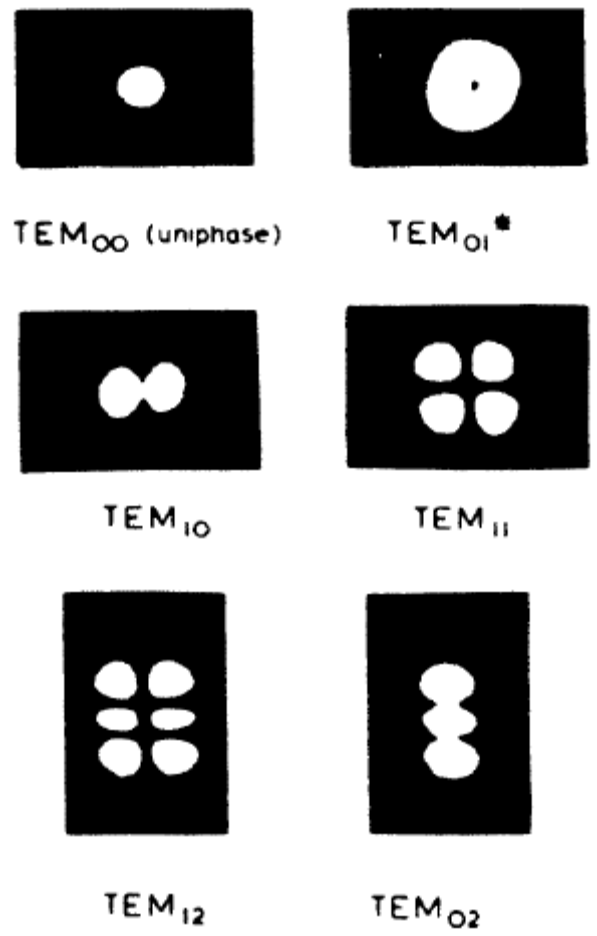
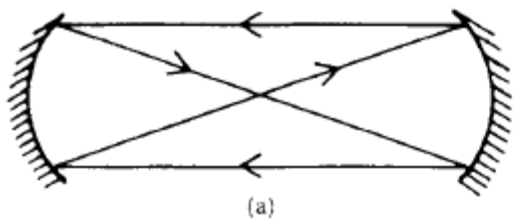
Κύματα που δίνονται ταξινόμηση
π.χ. η-κύματα

Λόγω της αντιστάσεως του E
ηλεκτρικών ρυθμών (TEM)

TEM₀₀ 

TEM₁₀ 

TEM₀₁



ηλεκτρικών

κύματα αυτά παράγουν
magnetic modes)

TEM₀₀ : φαλαγγία
καθαρότητα

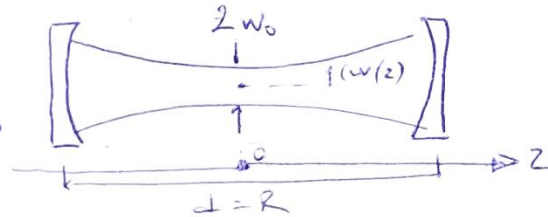
TEM_{high} : υψηλό
ισχύος

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λείζερ

Εγκάρσιοι ρυθμοί (transverse modes) της κοιλότητας του λείζερ

Έστω σφαιρική κοιλότητα (confocal resonator)

$R_1 = R_2 = R = d$
ακτίνα καμπυλότητας
κατόπτρων



Η διακύβανση αυτή παρέχει σχέση με χωρικό προφίλ Gauss.

$$H_{mn}(x, y) = C^* \underbrace{H_m^*(x)}_{\substack{\text{παράγωγος} \\ \text{κανονικοποίηση}}} \underbrace{H_n^*(y)}_{\substack{\text{παράγωγος} \\ \text{Hermite}}} e^{-r^2/w^2} e^{-i\phi(z, r, R)}$$

$x^* = \sqrt{2} x/w$
 $y^* = \sqrt{2} y/w$
 στο μήκος z
 και ακτίνα r
 στο άξονα
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

(TEM₀₀): $I(x, y, z) \sim I_0 e^{-2r^2/w^2}$

(E_{00}, E_{00}^*)

$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (z_0 = d/2)$

$w_0(z_0) = \sqrt{\frac{\lambda R}{2\pi}}$: beam waist
σφύζ δέκτης

$w^2(z) = \frac{\lambda d}{2\pi} \left[1 + \left(\frac{2z}{d}\right)^2 \right]$

center
 $z = 0 \rightarrow w_0$
 $z = \pm \frac{d}{2}$ (mirrors) $\sqrt{2} w_0$
 $z = z_0$

$\lambda = 632.8 \text{ nm}$
 $R = d = 30 \text{ cm}$
 $w_0 = 0.17 \text{ mm}$

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Συμφωνία (Coherence)

Η συμφωνία μιάς δέσμης λέιζερ υποδηλώνει το ότι τα κύματα ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ευρίσκονται σε φάση.

Αλλά εξαιτίας του πεπερασμένου φασματικού εύρους $\Delta\nu$, οι διαφορετικού μήκους κύματος συνιστώσες της δέσμης λέιζερ τελικά καταλήγουν να ταλαντώνονται εκτός φάσης.

Προφανώς υψηλή μονοχρωματικότητα δέσμης συνεπάγεται υψηλή συμφωνία.

Χρονική συμφωνία : Ο χρόνος, τ_c , ό οποίος μεσολαβεί έτσι ώστε δύο H/M κύματα με διαφορά συχνότητας $\Delta\nu$ να έλθουν εκτός φάσης κατα ένα πλήρη κύκλο.

Χρόνος συμφωνίας (coherence time) : $\tau_c = 1/\Delta\nu$

Η χρονική συμφωνία εκφράζεται και με βάση το:

Μήκος συμφωνίας (coherence length) : $\ell_c = \lambda^2/\Delta\lambda$

Χωρική συμφωνία (spatial coherence) : Εκφράζει τη συμφωνία σε μία κάθετη διατομή της δέσμης.

Άσκηση

Να υπολογίσετε το μήκος συμφωνίας της κίτρινης γραμμής του Na, θεωρώντας διαπλάτυνση Doppler και να το συγκρίνετε με το αντίστοιχο ενός λέιζερ He-Ne.

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Λαμπρότητα (Brightness), Ισχύς (Power), Ενέργεια (Energy)

Ισχύς ακτινοβολίας (Radiant Power): P (W)

Radiance : $L = P / A \Delta\Omega$ (W/cm² sr) A : διατομή πηγής

Πυκνότητα ενέργειας (Radiant energy density) : ρ (J/m³)

Φασματική πυκνότητα ισχύος (Spectral power density): $P(\nu)$ (W/Hz)

Λαμπρότητα (Brightness) : $\beta_\nu = P(\nu) / A \Delta\Omega \Delta\nu$ (W/cm² sr Hz)

Φασματική ένταση (Intensity) : $I(\nu) = P(\nu) / A \Delta\nu$ (W/cm² Hz)

Ήλιος : β_ν (580 nm; 5800 K) $\approx 1,5 \times 10^{-12}$ W/cm² sr Hz

Λέιζερ He-Ne, $P=1$ mW β_ν (632,8 nm; $\Delta\nu=1 \times 10^4$ Hz) ≈ 25 W/cm² sr Hz

Ενέργεια παλμού λέιζερ (pulse energy) : $E = \int P(t) dt$ (J)

Ισχύς παλμού (Peak power) : $P = E / \Delta\tau$ $\Delta\tau$: χρονικό εύρος παλμού (FWHM)

Ροή ισχύος (Irradiance, Power density) : $I = P / A$

Ροή ενέργειας (Energy density) : $F = E / A$

A : διατομή ακτινοβολούμενης επιφάνειας

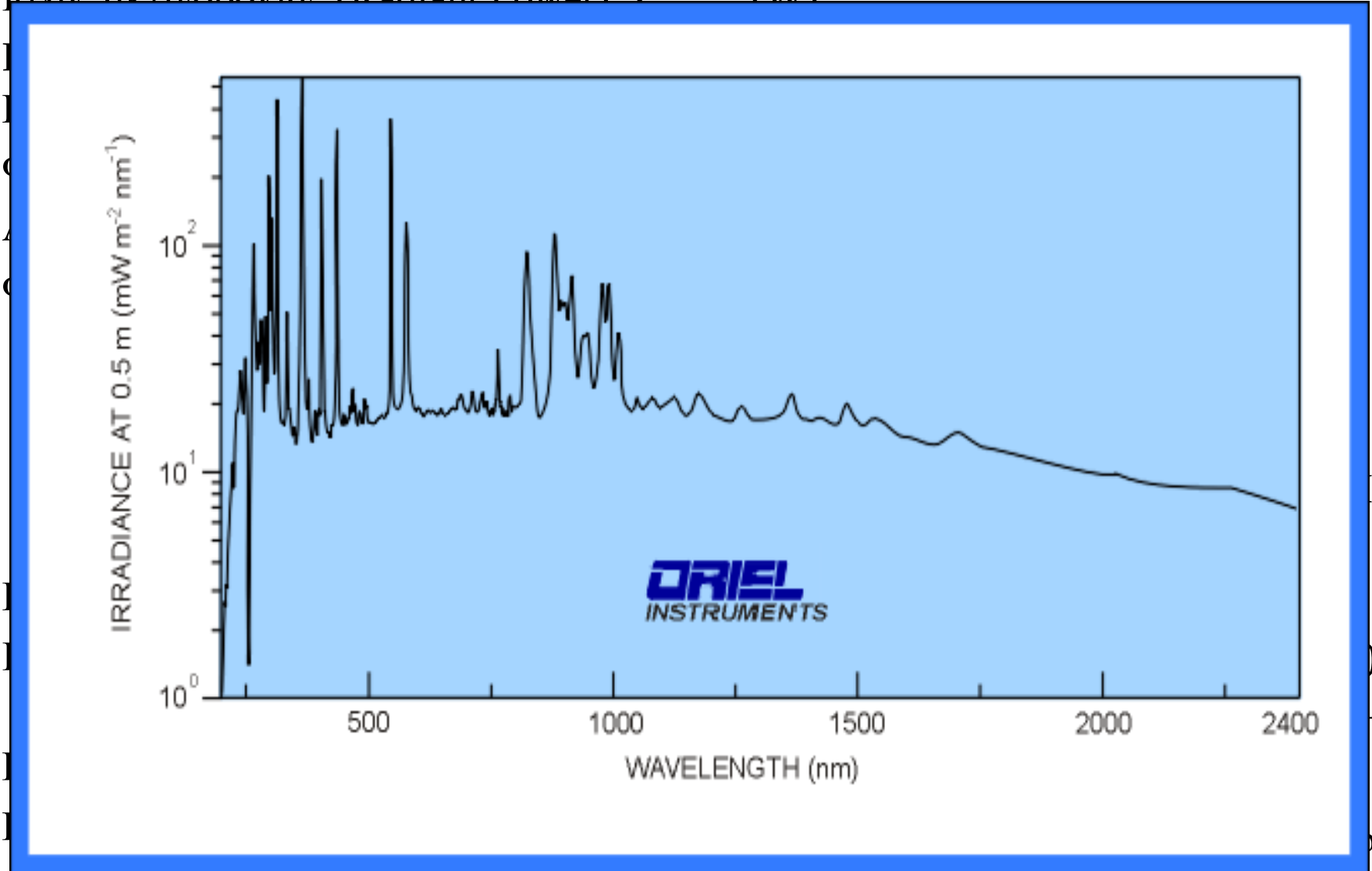
Άσκηση

Να επιβεβαιώσετε το αποτέλεσμα των ανωτέρω υπολογισμών των τιμών β_ν .

Χαρακτηριστικά ακτινοβολίας λέιζερ

Λαμπρότητα (Brightness), Ισχύς (Power), Ενέργεια (Energy)

Ισχύς ακτινοβολίας (Radiant Power): P (W)



Α. διατομή ακτινοβολούμενης επιφάνειας

υπολογισμών των τιμών β_v .

Το φως ως Η/Μ κύμα

Ένταση φωτός

Πυκνότητα ενέργειας Η/Μ πεδίου :

$$U = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \\ B^2 = \frac{E^2}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0 E^2 \end{array} \right\} U = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx - \omega t + \delta)$$

Για μονοχρωματικό επίπεδο κύμα ισχύει :

Ροή ενέργειας (διάνυσμα Poynting) :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

Για μονοχρωματικό επίπεδο κύμα ισχύει :

$$\vec{S} = \hat{z} c \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx - \omega t + \delta) = cU\hat{z}$$

Ορμή Η/Μ πεδίου :

$$\vec{p} = \frac{1}{c^2} \vec{S}$$

Μέση ενέργεια Η/Μ πεδίου :

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

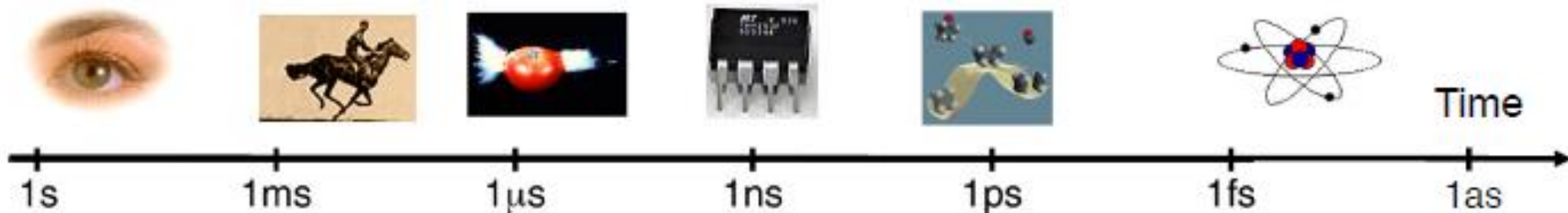
Μέση ροή ενέργειας :

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \hat{z} = c \langle U \rangle \hat{z}$$

Ένταση = Μέτρο της μέσης ροής ενέργειας : $I = \langle S \rangle = (1/2)c \epsilon_0 E_0^2$

Παλμικά Λείζερ

Για τη μελέτη ταχέων φαινομένων (χρον. κλίμακα: ps, ns, μs, ms) απαιτούνται πηγές παλμικής ακτινοβολίας αντίστοιχα στενής χρονικής διάρκειας.



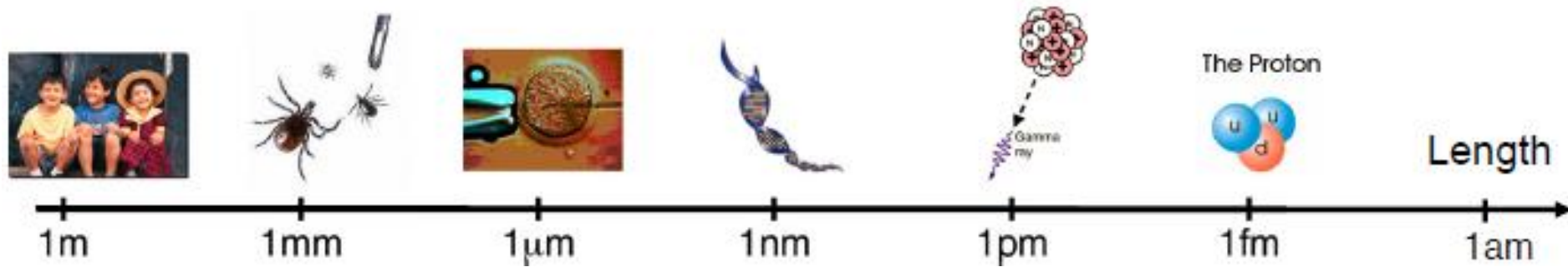
https://en.wikipedia.org/wiki/Eadweard_Muybridge

Eadweard_Muybridge

1 picosecond = 1 ps = 10^{-12} s

1 femtosecond = 1 fs = 10^{-15} s

1 attosecond = 1 as = 10^{-18} s



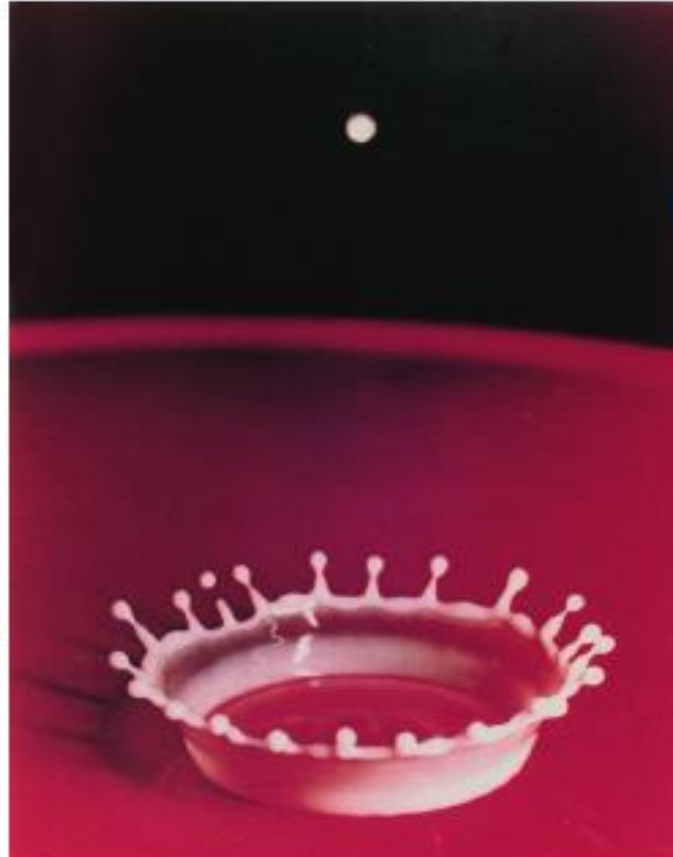
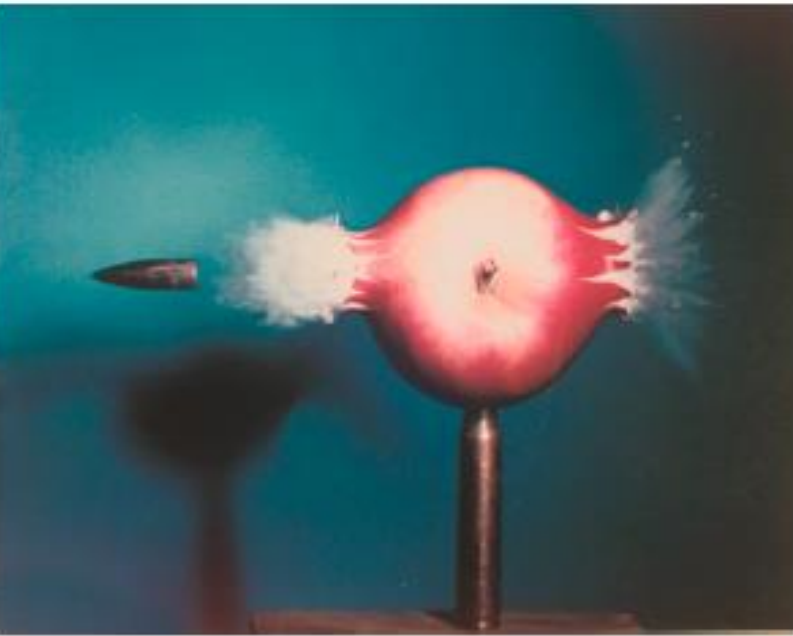
Παλμικά Λείζερ

Για τη μελέτη ταχέων φαινομένων (χρον. κλίμακα: ps, ns, μ s, ms) απαιτούνται πηγές παλμικής ακτινοβολίας αντίστοιχα στενής χρονικής διάρκειας.

Electronics

⇒ triggered flash lamps

⇒ $< \mu$ s time resolution (around 1935)



Harold E. Edgerton, MIT
1903-1990

Παλμικά Λείζερ

Για τη μελέτη ταχέων φαινομένων (χρον. κλίμακα: ps, ns, μs, ms) απαιτούνται πηγές παλμικής ακτινοβολίας αντίστοιχα στενής χρονικής διάρκειας.

Παλμικές λυχνίες (flash lamps) παράγουν παλμούς ακτινοβολίας στην κλίμακα των ns, μs, όμως με ευρύ φασματικό εύρος, το οποίο συνεπάγεται ότι η ενέργεια παλμού είναι εξαιρετικά χαμηλή στην περίπτωση που απαιτείται σχετικά μονοχρωματική διέγερση.

Παλμικές πηγές λείζερ παράγουν ακτινοβολία υψηλής μονοχρωματικότητας περιορισμένη σε μικρή χρονική διάρκεια, της τάξης των λίγων ns.

Παραγωγή παλμών λείζερ κατόπιν οπτικής διέγερσης ενεργού υλικού το οποίο χαρακτηρίζεται από:

a) τ_i πολύ μικρό
 A_{10} : υψηλή τιμή
π.χ. Excimer Laser

b) $\tau_i > \tau_k$
αυτό-τερματιζόμενη
δράση λείζερ
π.χ. Λείζερ N_2

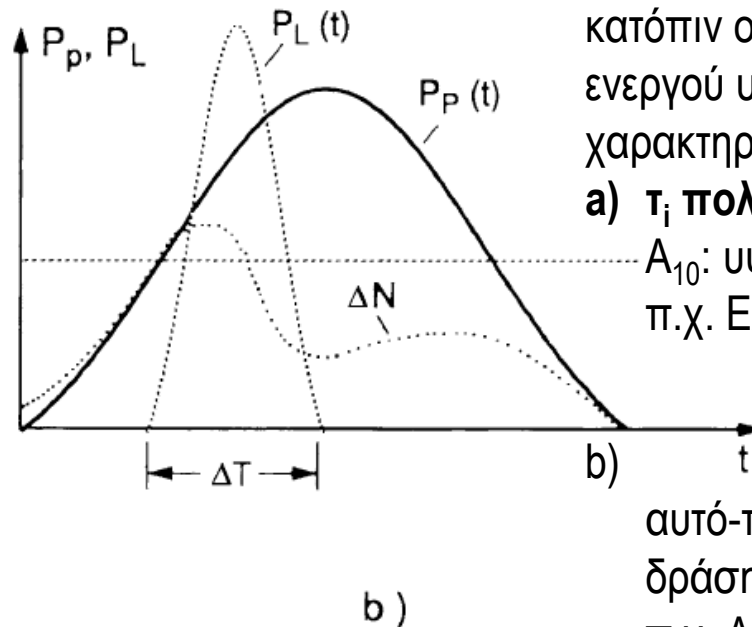
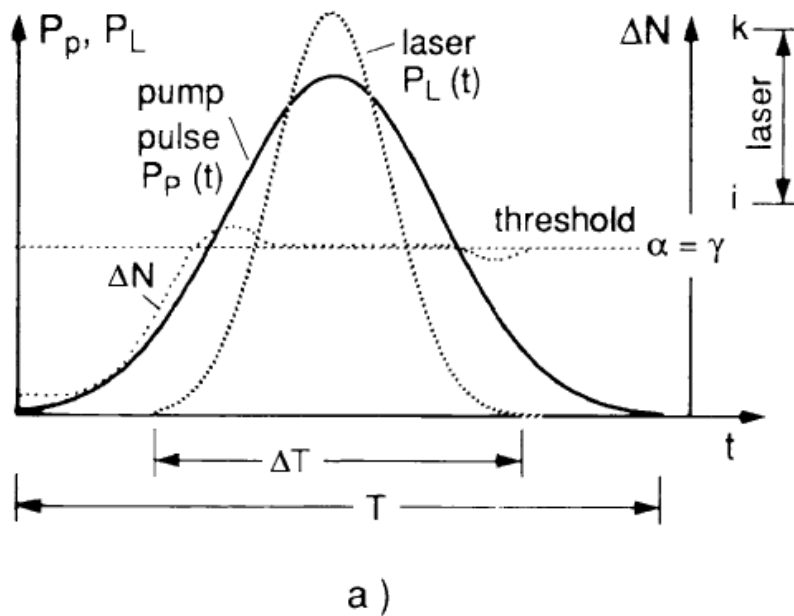


Fig. 6.1a,b. Time profiles of the pump power $P_p(t)$, the inversion density $\Delta N(t)$, and laser output power $P_L(t)$: (a) for sufficiently short lifetime τ_i of the lower laser level; and (b) for a self-terminating laser with $\tau_i^{\text{eff}} > \tau_k^{\text{eff}}$

Παλμικές Λυχνίες

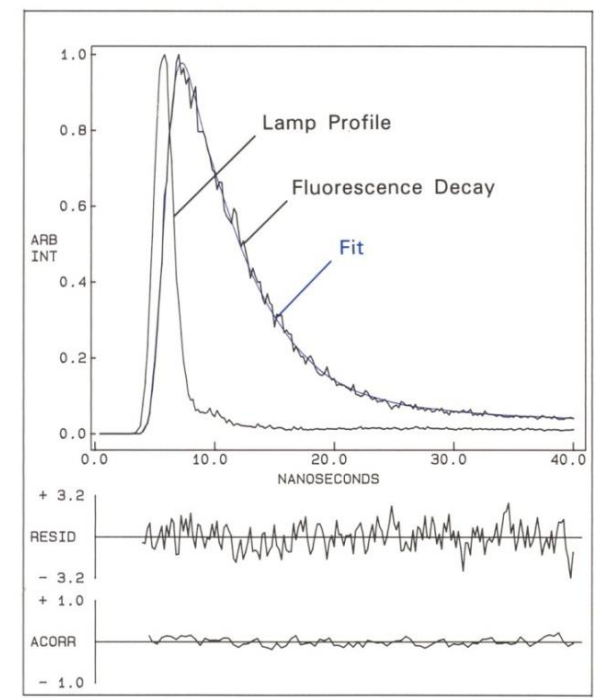
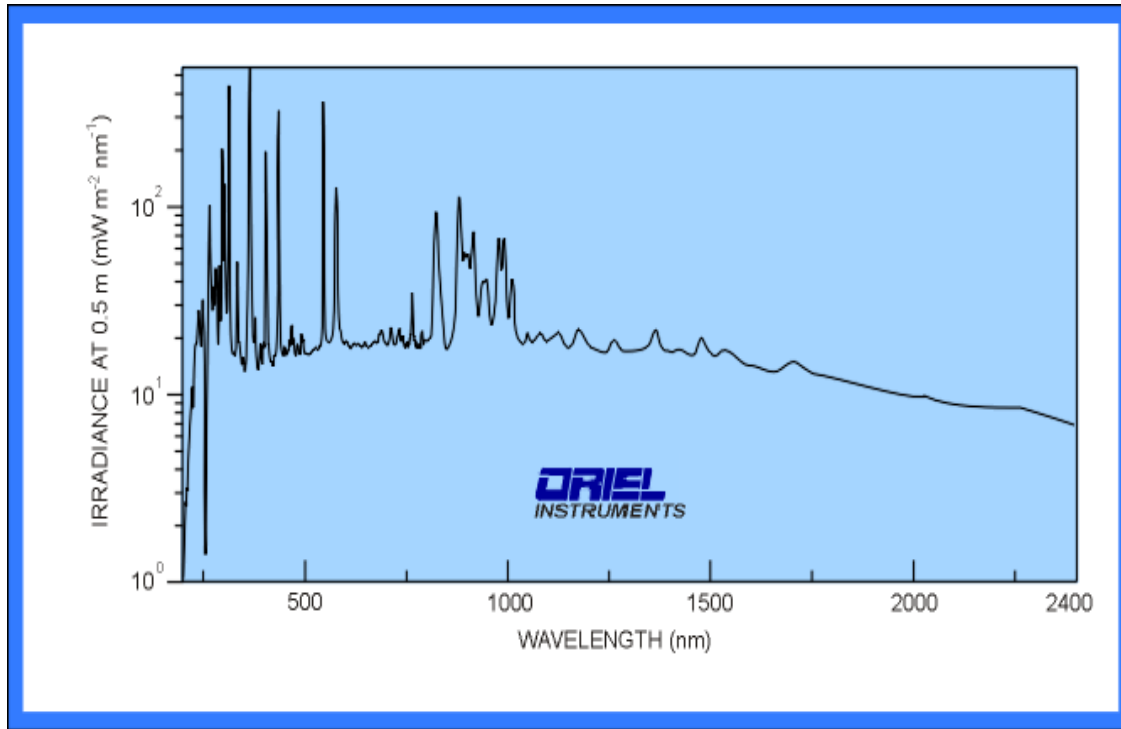
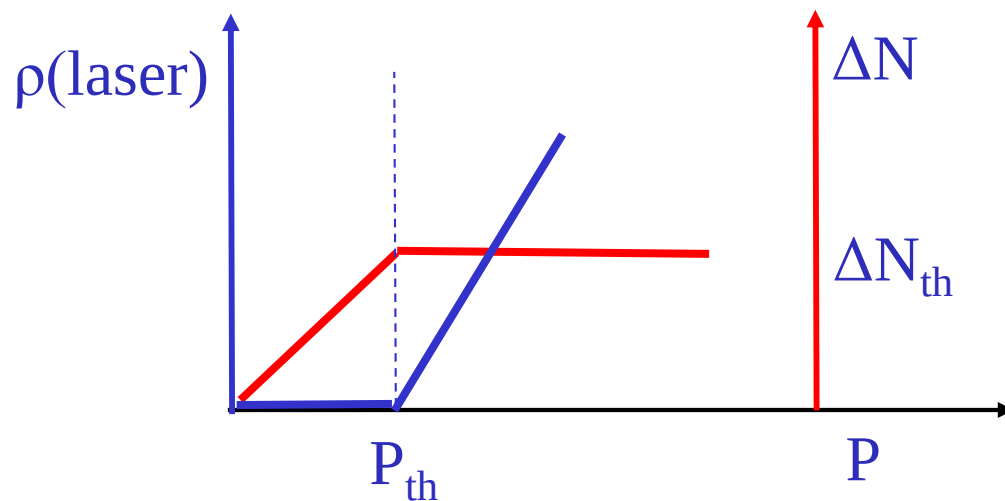


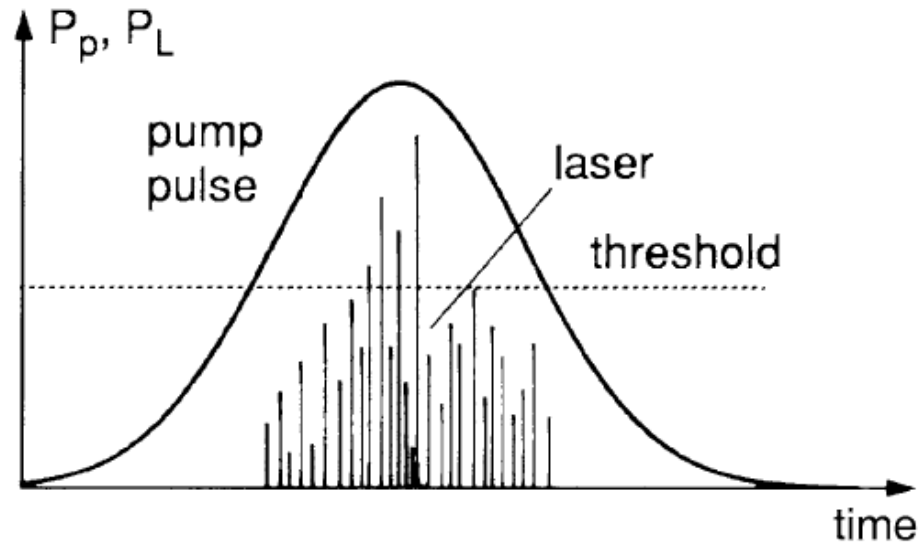
Figure 1. Rapid fluorescence lifetime determination of perylene with the StrobeMaster. The entire data set was collected in less than 25 seconds! The lifetime is measured as 5.07 ns. Excitation: 405 nm. Emission: 465 nm. $\chi^2 = 1.04$. Note the excellent agreement with the results in Figure 2. The residuals and the autocorrelation function appear in each TimeMaster plot.



$\Delta N(P)$: στο κατώφλι εμφάνισης της δράσης λέιζερ αποκαθίσταται ισορροπία στην αναστροφή πληθυσμού (στάσιμη κατάσταση).

$\rho(P)$: Χαρακτηριστική **καμπύλη κατωφλίου ισχύος** εξόδου λέιζερ (output power).

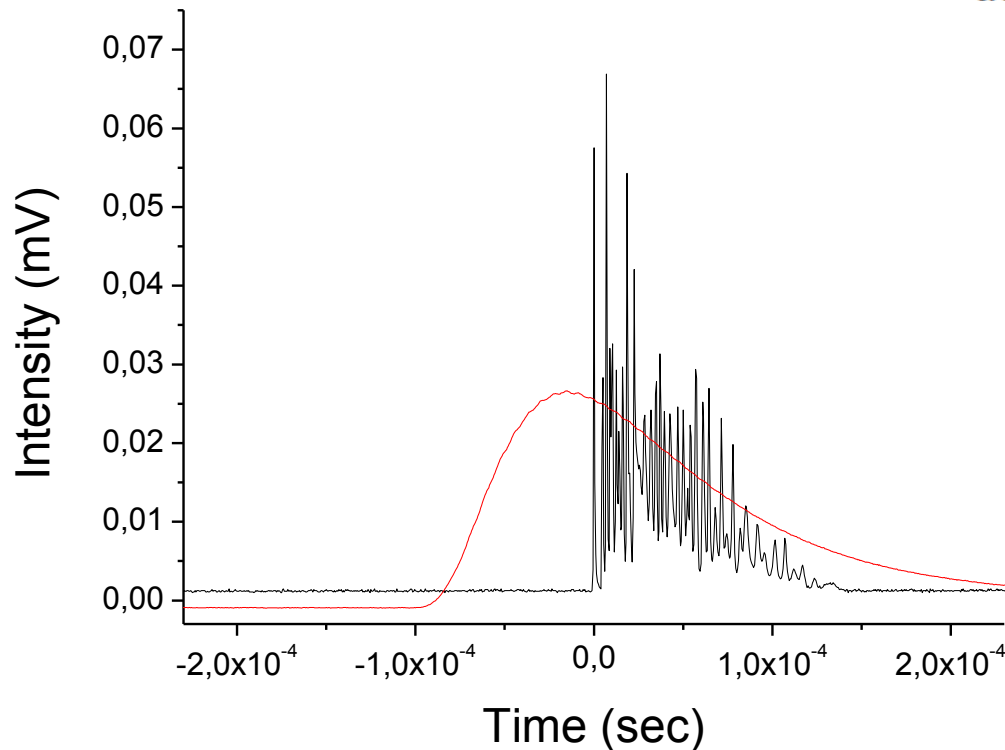
Παλμικά Λείζερ



c) τ_i, τ_k : πολύ αργό
επανειλημμένοι κύκλοι αναστροφής πληθυσμού
και εξαναγκασμένης εκπομπής οδηγούν σε
εμφάνιση αλληλοδιάδοχων παλμών.

Πώς επιτυγχάνεται λειτουργία ενός παλμού?

Fig. 6.2. Schematic representation of spikes in the emission of a flashlamp-pumped solid-state laser with long relaxation times τ_i, τ_k



Παλμικά Λείζερ (Q-switching)

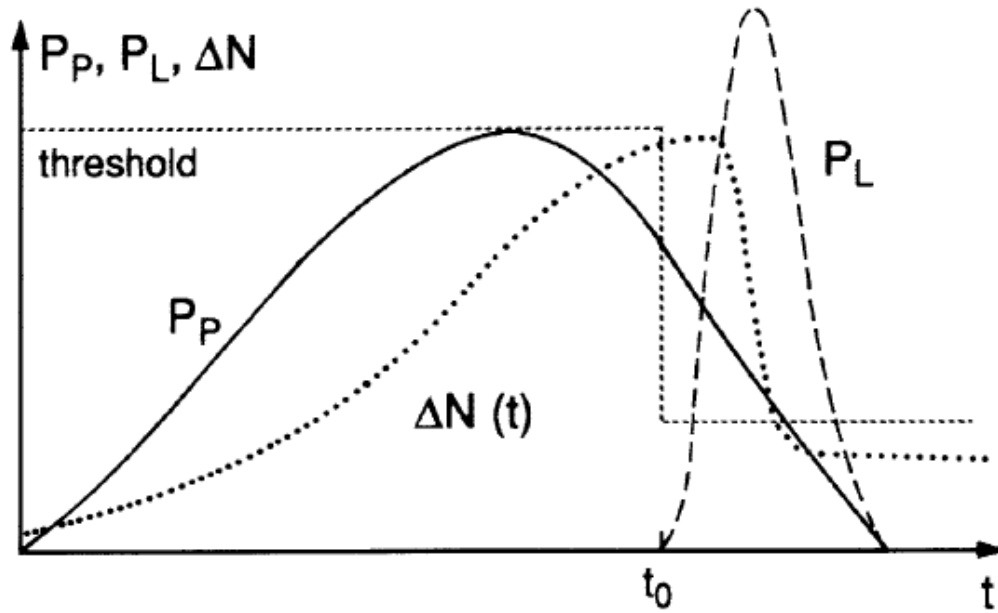
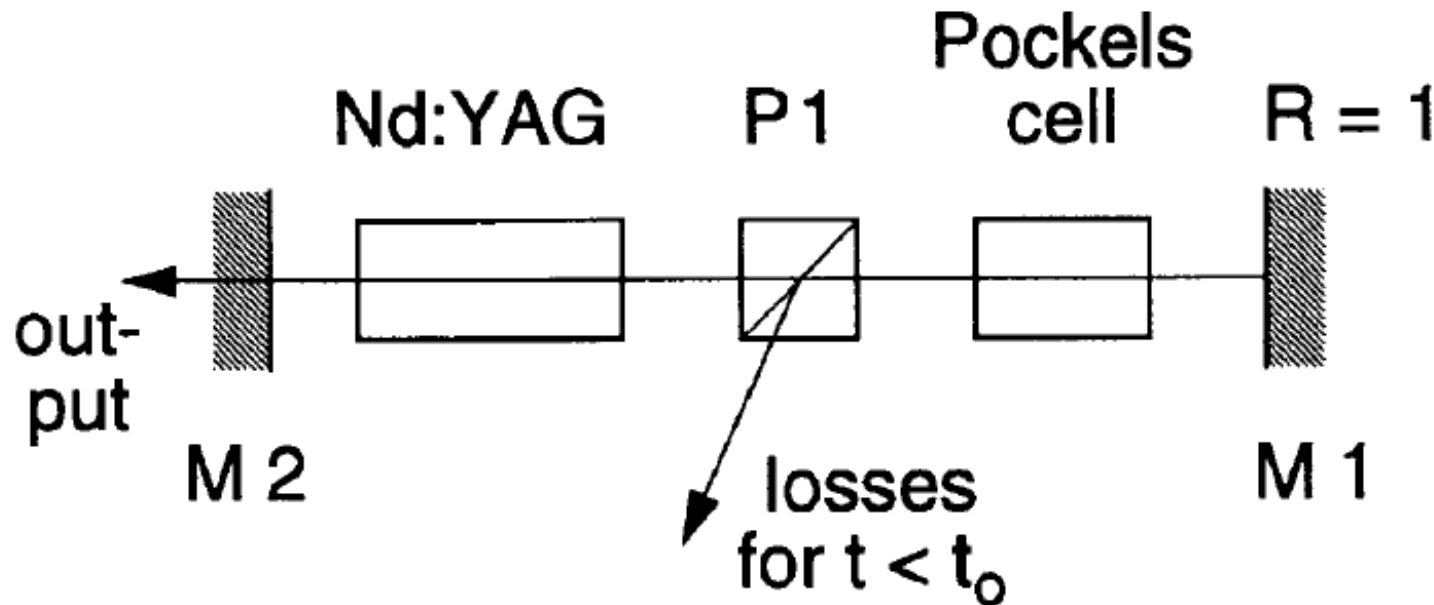
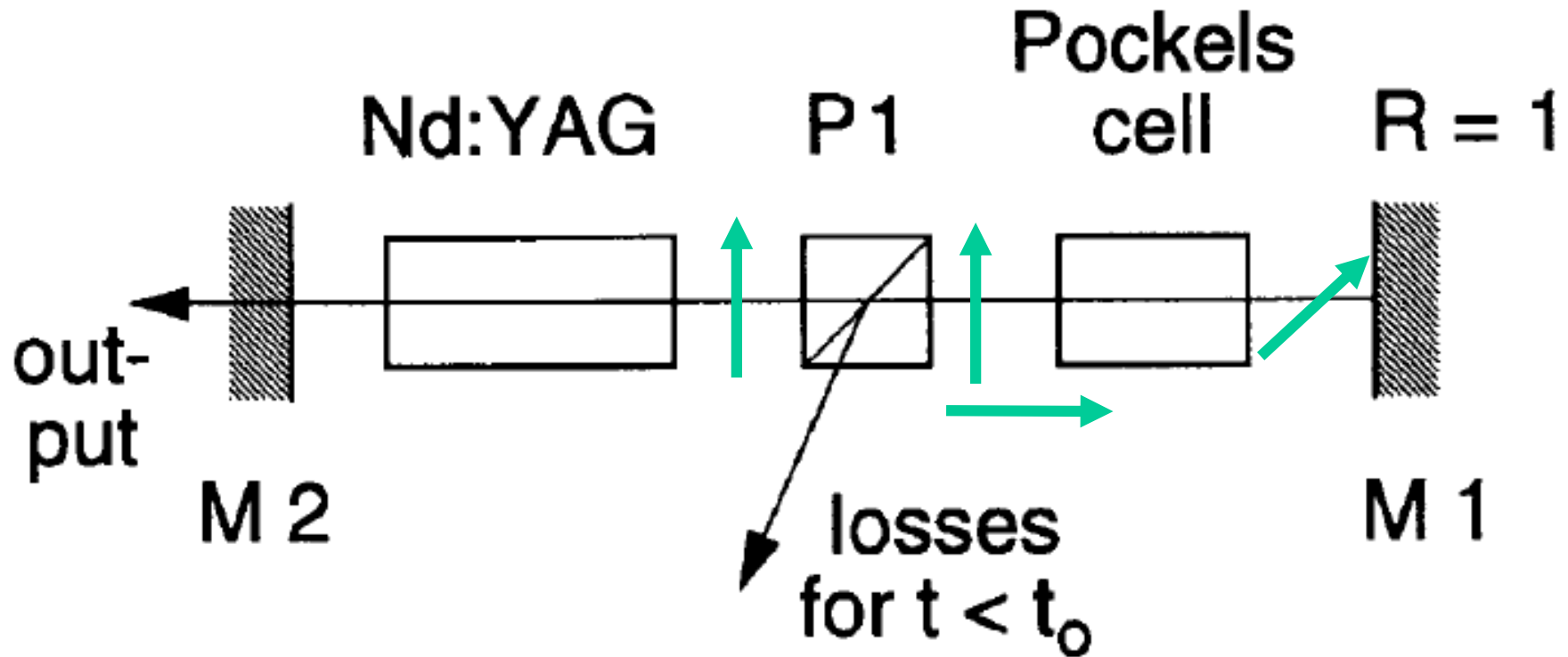


Fig. 6.3. Pump power $P_p(t)$, resonator losses $\gamma(t)$, inversion density $\Delta N(t)$, and laser output power $P_L(t)$ for a Q-switched laser



Παλμικά Λείζερ (Q-switching)



Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)

Μια κοιλότητα λέιζερ συνεχούς λειτουργίας (cw) υποστηρίζει σημαντικό αριθμό διαμήκων ρυθμών (συχνοτήτων ω) του ΗΠ εντός της φασματικής καμπύλης απολαβής.

$$E_m(t) = E_0 \exp[i(\omega_m t + \delta_m)]$$

Η συχνότητες που υποστηρίζει η κοιλότητα είναι :

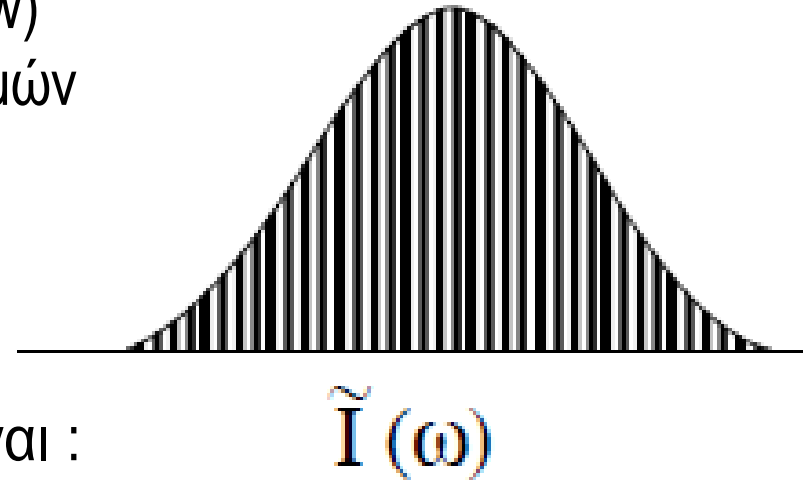
$$\omega_m = \omega_0 \pm m 2\pi(c/2d) = \omega_0 \pm m \Delta\omega$$

Εν γένει, η φάση δ_m κάθε ρυθμού είναι τυχαία.

Το συνολικό ΗΠ, $E(t)$, προκύπτει ως υπέρθεση των ΗΠ για κάθε ρυθμό, $E_m(t)$. (Σύνολο: $N = 2m+1$)

$$E(t) = \sum_{-m}^m E_m(t) = E_0 \sum_{-m}^m \exp[i(\omega_m t + \delta_m)]$$

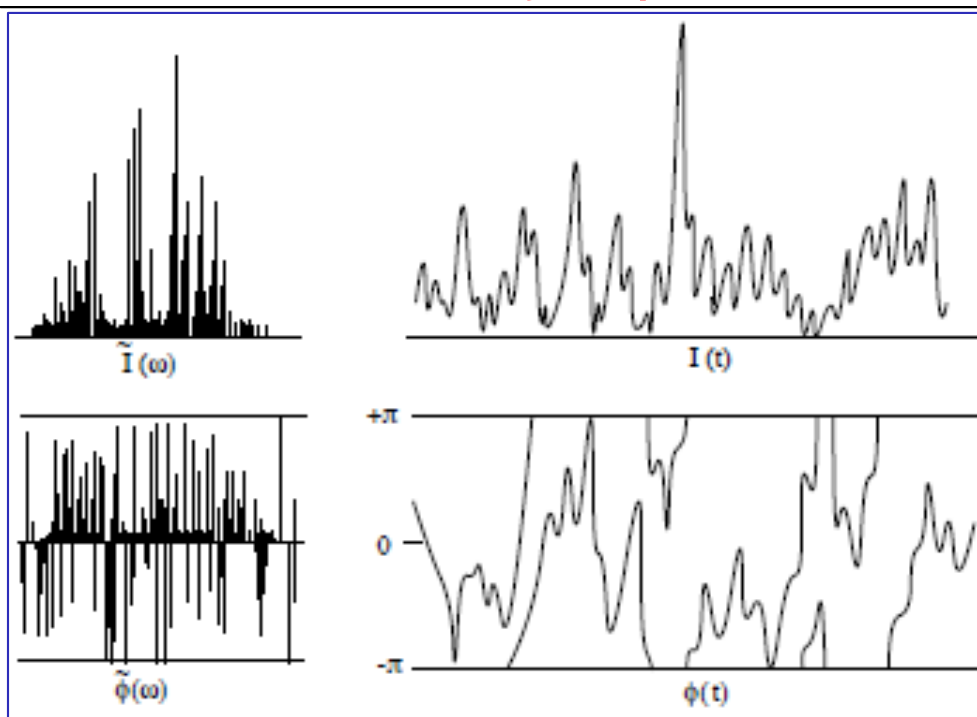
Λόγω της τυχαίας φάσης των ρυθμών (ασύμφωνη υπέρθεση) η ένταση της ακτινοβολίας εξόδου, $I(t) \sim E^*(t) E(t)$ είναι χαμηλή και ασταθής ($I_{\max} \sim N E_0^2$).



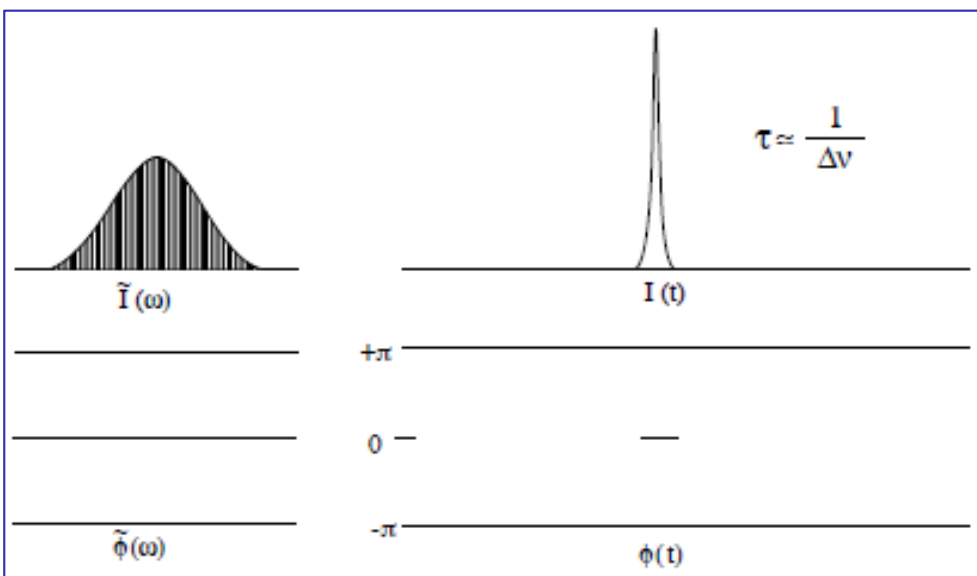
$$n \frac{\lambda}{2} = d \Rightarrow n \frac{c}{2\nu} = d \Rightarrow \nu = n \frac{c}{2d} \Rightarrow$$

$$\Delta\nu = \nu(n+1) - \nu(n) = \frac{c}{2d}$$

Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)



Ασύμφωνη υπέρθεση ρυθμών με τυχαίο πλάτος ταλάντωσης, E_m , και τυχαία φάση, δ_m , οδηγεί σε ασθενή και ασταθή ισχύ εξόδου κοιλότητας, $I(t)$ με $I_{\max} \sim \Sigma E_m^2 \sim NE_o^2$



Σύμφωνη υπέρθεση ρυθμών με πλάτος ταλάντωσης, E_m , που ικανοποιεί την καμπύλη απολαβής της μετάβασης, $I(\omega)$, και με σταθερή φάση, δ , οδηγεί σε δημιουργία στενών παλμών, $I(t)$ με

$$I_{\max} \sim (\Sigma E_m)^2 \sim (NE_o)^2$$

Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)

Τι θα συμβεί αν η υπέρθεση πραγματοποιηθεί σε ρυθμούς με την ίδια φάση δ (coherent superposition) ??  **Mode Locking**

Η σύμφωνη υπέρθεση (εγκλείδωση ρυθμών) παράγει χρονικά στενούς παλμούς ακτινοβολίας.

$$E(t) = \sum_{-m}^m E_m(t) = E_0 \sum_{-m}^m \exp[i(\omega_m t + \delta)]$$

$$\omega_m = \omega_0 \pm m 2\pi(c/2d) = \omega_0 \pm m \Delta\omega$$

$$E(t) = E_0 \exp[i(\omega_0 t + \delta)] \sum_{-m}^m \exp[im\Delta\omega t]$$

$$E(t) = E_0 \exp[i(\omega_0 t + \delta)] \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)}$$

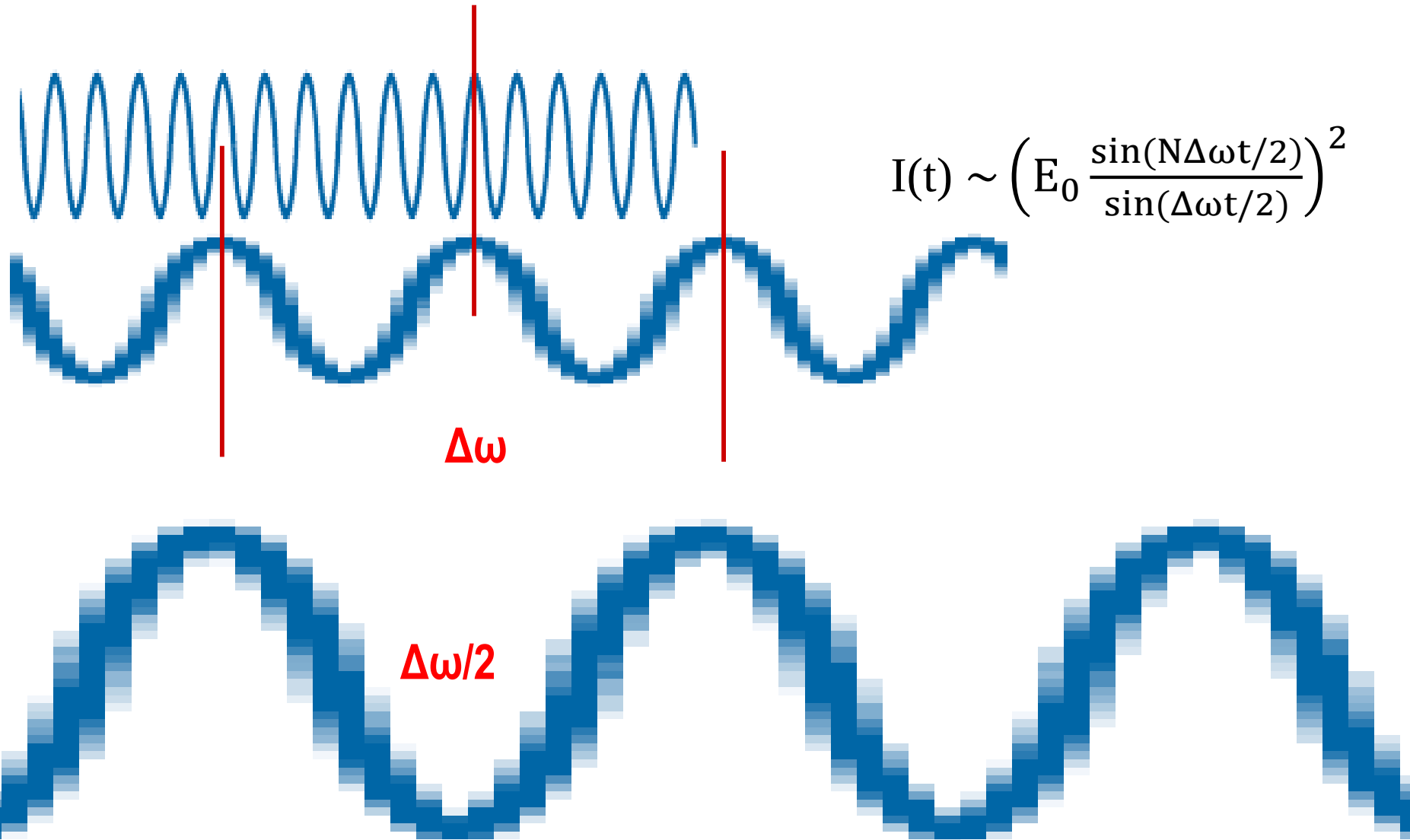
$$I(t) \sim \left(E_0 \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)} \right)^2$$

Περιγραφή του **προφίλ** (περιβάλλουσας) της χρονικής μεταβολής της έντασης, $I(t)$.

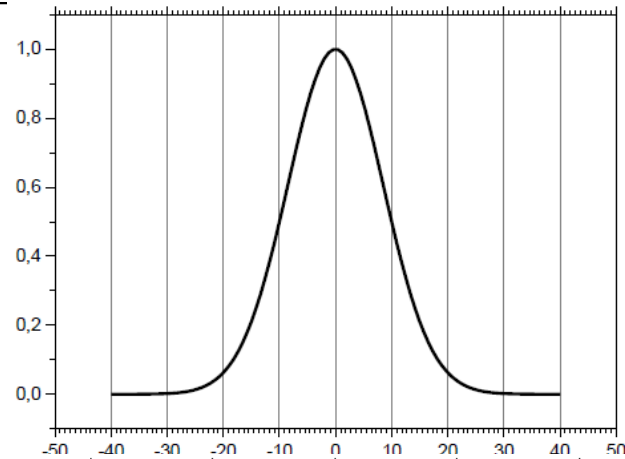
$$I(t) \sim \left(E_0 \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)} \right)^2 \cos^2(\omega_0 t)$$

Ακριβής περιγραφή της έντασης, $I(t)$, λαμβάνοντας υπόψη και τη συχνότητα ω_0 .

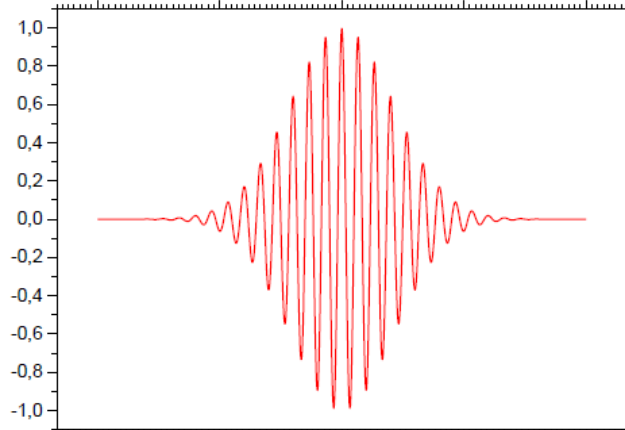
Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)



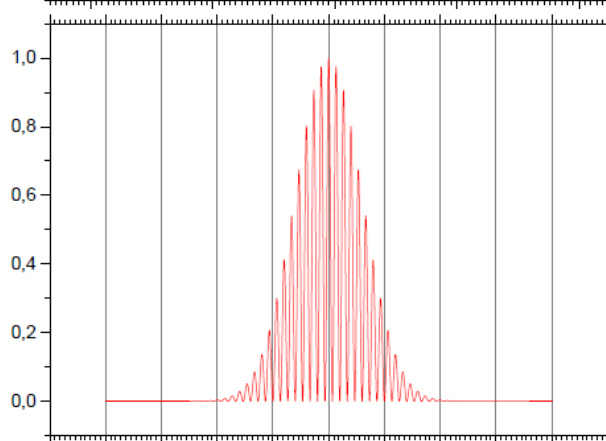
Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)



Χρονικό προφίλ παλμού λείζερ
(περιβάλλουσα)

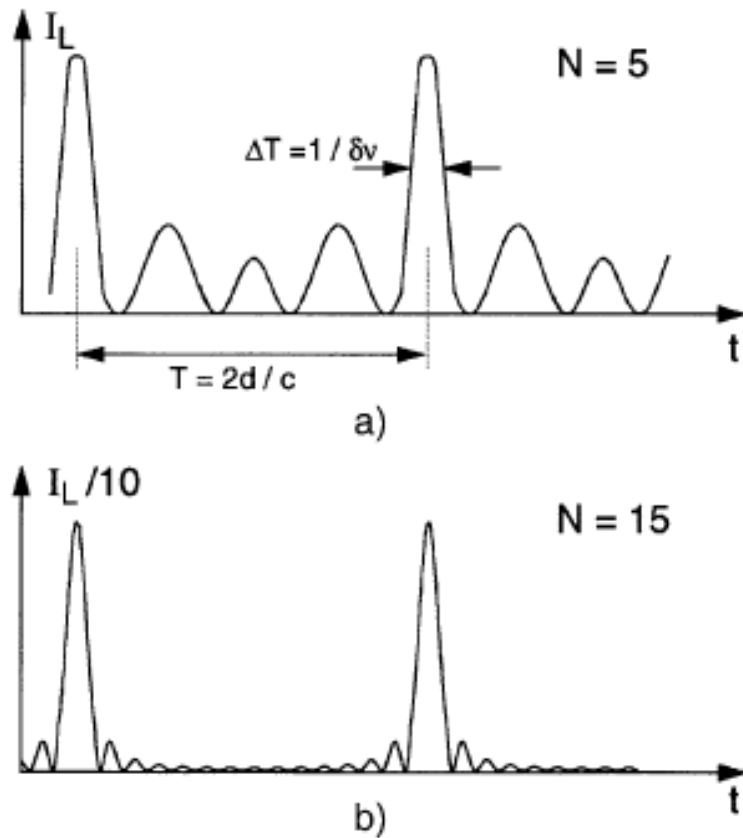


Ηλεκτρικό πεδίο, $E(t)$



Ένταση ακτινοβολίας, $I(t) \sim [E(t)]^2$

Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)



$$I(t) \sim \left(E_0 \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)} \right)^2$$

$$I_{\max} \sim (NE_0)^2.$$

Χρονική απόσταση μεταξύ διαδοχικών παλμών (τ) [round trip time]

Ρυθμός επανάληψης (Repetition rate, r)

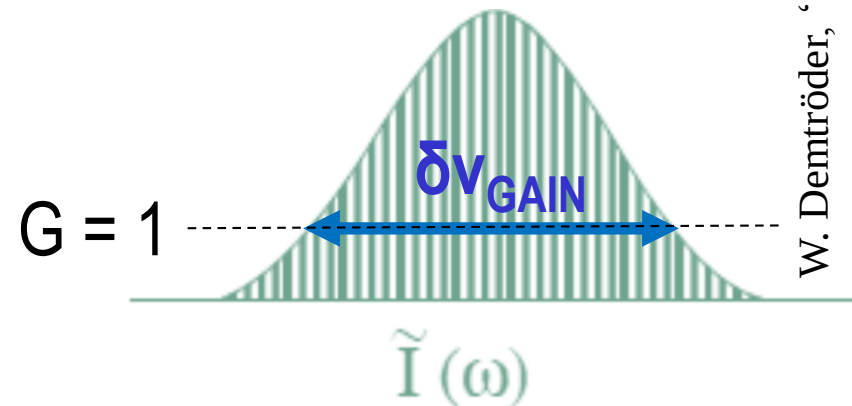
$$r = (1/T) = (\Delta\omega/2\pi) = \Delta\nu = (c/n2d)$$

Fig. 6.9a,b. Schematic profile of the output of a mode-locked laser: (a) with 5 modes locked; (b) with 15 modes locked

Χρονικό εύρος παλμού (τ_p)

$$\tau_p \approx (2\pi/N\Delta\omega) = (1/N\Delta\nu)$$

$$N \approx \delta\nu_{\text{GAIN}}/\Delta\nu \quad (\tau_p \approx 1/\delta\nu_{\text{GAIN}})$$



Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)

Παράδειγμα

Λείζερ ιόντων αργού (Ar^+)

$\lambda = 514.5 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 0.0044 \text{ nm}$, $\delta\nu_{\text{GAIN}} = 5 \text{ GHz}$

Μήκος κοιλότητας $d = 1.5 \text{ m}$

Ρυθμός επανάληψης (Repetition rate, r)

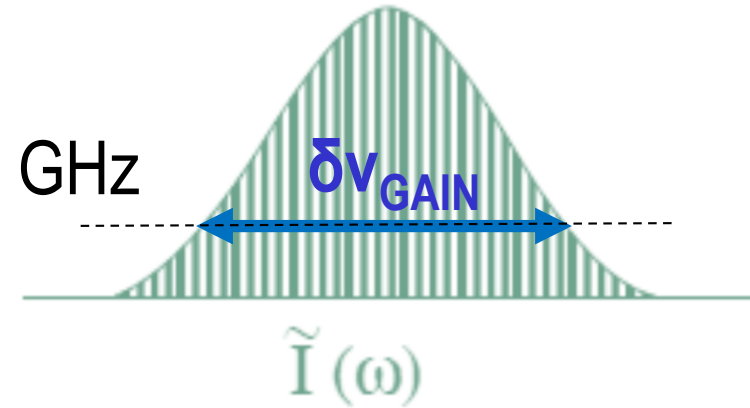
$$r = (1/T) = \Delta\nu = (c/2d) = 10^8 \text{ Hz} = 100 \text{ MHz} \Rightarrow T = 10 \text{ ns}$$

Χρονικό εύρος παλμού (τ_p)

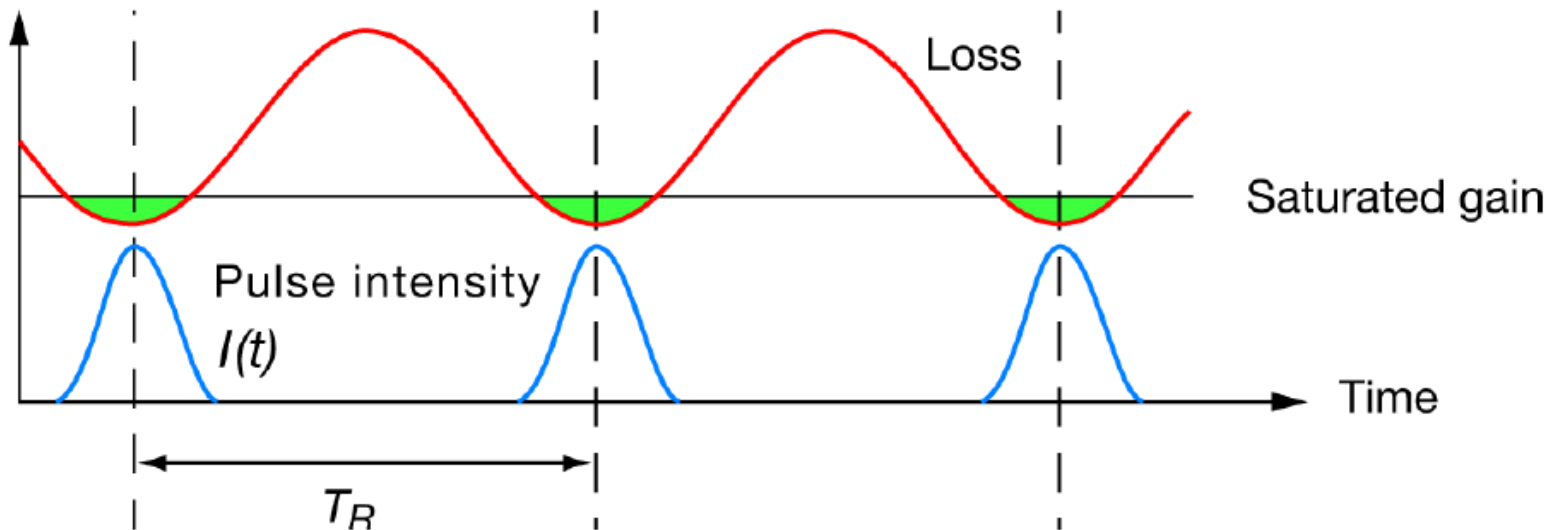
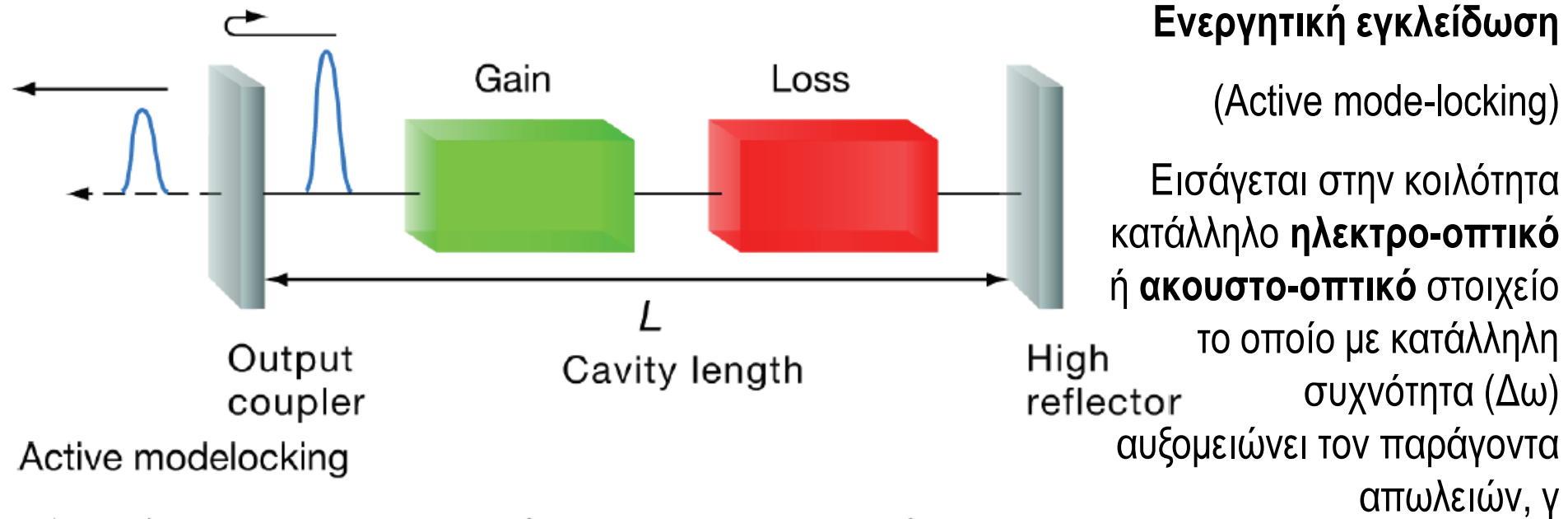
$$N \approx \delta\nu_{\text{GAIN}}/\Delta\nu = 50$$

$$\tau_p \approx (1/N\Delta\nu) = (1/\delta\nu_{\text{GAIN}}) = 200 \text{ ps}$$

$$\langle P \rangle = 1 \text{ W} \Rightarrow E_p = 1\text{W}/100\text{MHz} = 10 \text{ nJ/pulse} \text{ και } I_p = 50 \text{ W}$$

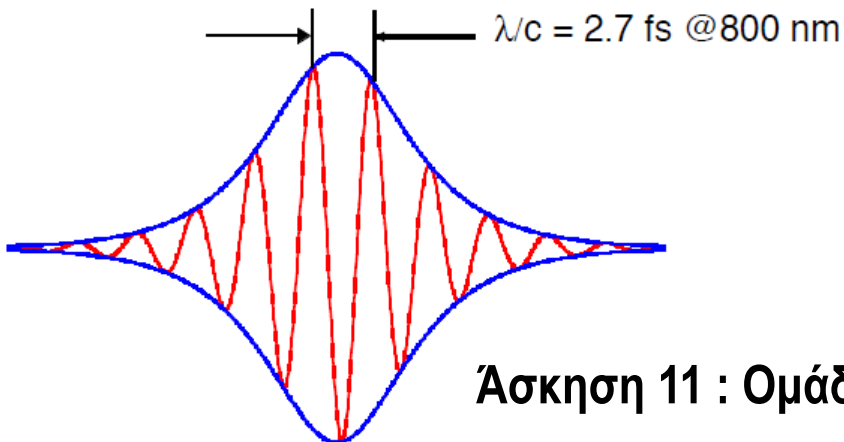
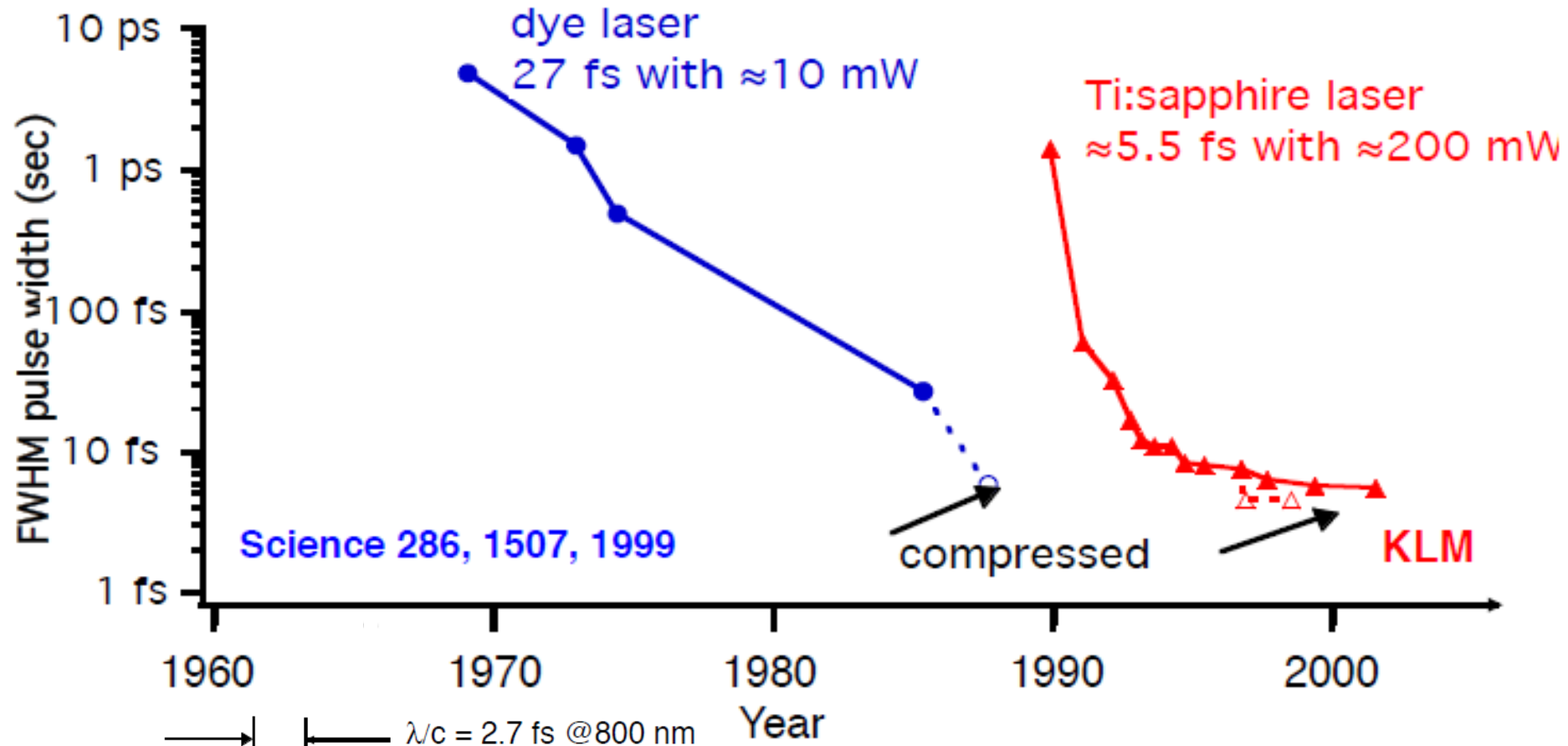


Παλμικά Λείζερ (Εγκλείδωση ρυθμών – Mode Locking)



Παθητική εγκλείδωση (Passive mode-locking) : Με χρήση κατάλληλων χρωστικών των οποίων η απορροφητικότητα μειώνεται με αύξηση της έντασης (κορέσιμος απορροφητής).

Παλμικά Λείζερ (παλμοί femtosecond)



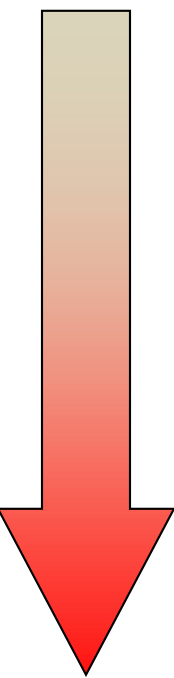
Άσκηση 11 : Ομάδα ασκήσεων 2

Τύποι λέιζερ

- * Αερίων (Gas lasers)
 - * Υγρών /χρωστικές (Dye lasers)
 - * Στερεάς κατάστασης (Solid state lasers)
 - * Ημιαγωγών (Semiconductor diode lasers)
 - * Χημικά laser (Chemical lasers)
 - * Χρωματικών κέντρων (Color center lasers)
 - * Ελευθέρων ηλεκτρονίων (Free-electron laser)
-

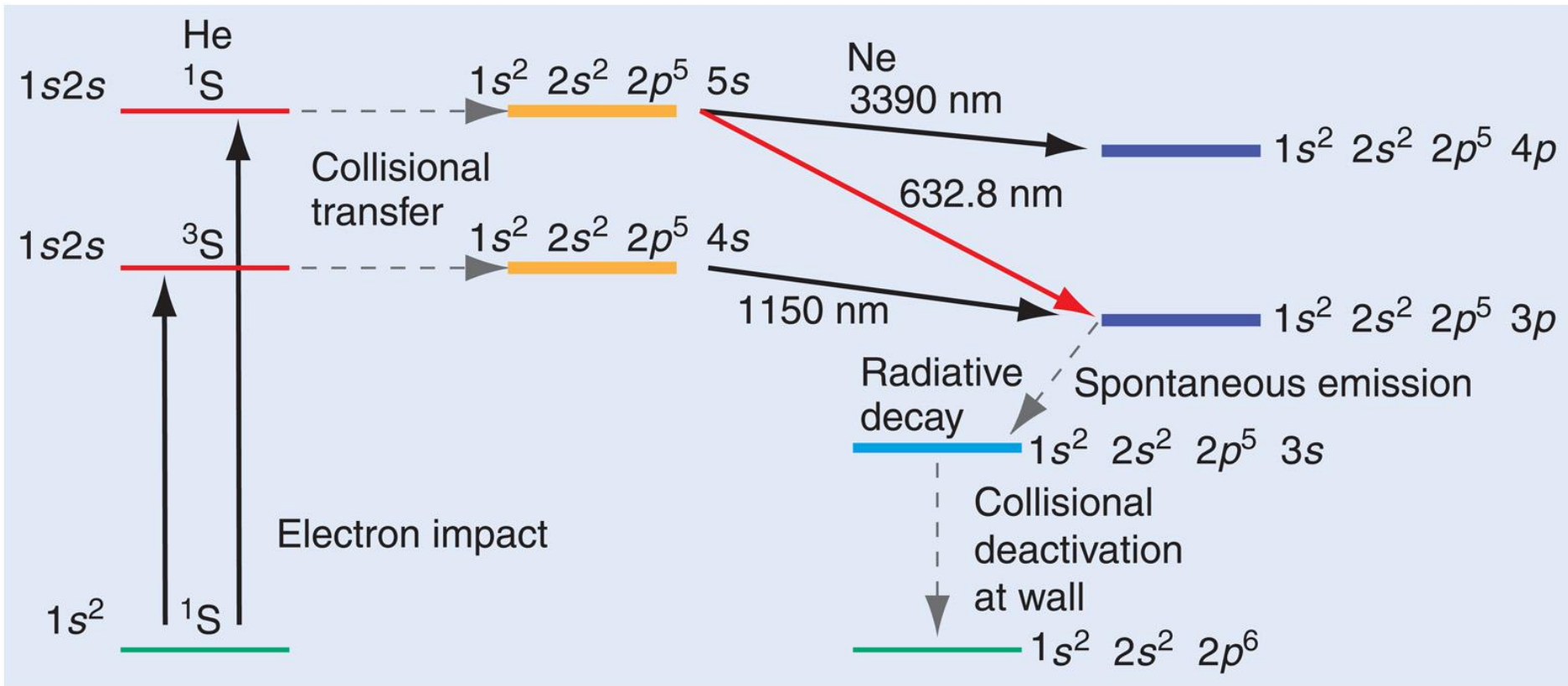
Ενεργό υλικό	ΤύποςΚατηγορία	Μήκος κύματος
F ₂	Gas	157 nm
ArF	Excimer	193 nm
KrF	Excimer	248 nm
XeCl	Excimer	308 nm
N ₂	Gas	337 nm
Organic dyes	Dye lasers	320 -1000 nm (tunable)
He-Cd	Gas	325, 42 nm
Ar ⁺ (Argon ion)	Gas	275-303, 330-360, 477, 514 nm
Kr ⁺ (Krypton ion)	Gas	
He-Ne	Gas	543, 632.8, 1150 nm
GaAlInP family	Semiconductor	630-680 nm
Ti:Sapphire	Solid state	680-1130 nm (tunable)
Ruby : Cr ³⁺ :Al ₂ O ₃	Solid state	694 nm
Alexandrite	Solid state	720-800 nm (tunable)
GaAlAs family	Semiconductor	750-900 nm
Nd:YAG (YAG : Y ₃ Al ₅ O ₁₂)	Solid state	1064 nm (harmonics: 532, 355, 266, 213 nm
InGaAsP family	Semiconductor	1.2-1.6 μm
HF	Gas	2.6-3.0 μm
CO	Gas	5 - 6 μm
CO ₂	Gas	9.6, 10.6 μm

Ταξινόμηση λέιζερ με βάση την ισχύ ακτινοβολίας εξόδου

- 
- **CLASS 1** <0.4 mW cw
«ακίνδυνο» αν δεν αποσυναρμολογηθεί !!!
CD, DVD (40mW!!!)
 - **CLASS 2** < 1 mW cw, ορατή ακτινοβολία
επικίνδυνο υπό συνθήκες συνεχούς έκθεσης
 - **CLASS 2a** < 1 mW cw, ορατή ακτινοβολία
επικίνδυνο υπό συνθήκες εστίασης
super-market scanners
 - **CLASS 3a** 1 – 5 mW cw
επικίνδυνο υπό συνθήκες συνεχούς έκθεσης
δείκτες laser
 - **CLASS 3b** 5- 500 mW cw
υψηλής επικινδυνότητας, καμμία άμεση έκθεση
εργαστηριακά, ερευνητικά laser
 - **CLASS 4** Παλμικά και συνεχή (>500 mW)
υψηλής επικινδυνότητας
εργαστηριακά, ερευνητικά, ιατρικά, στρατιωτικά laser

(1) **He–Ne** (λείζερ αερίων ουδέτερων ατόμων), συνεχής λειτουργία

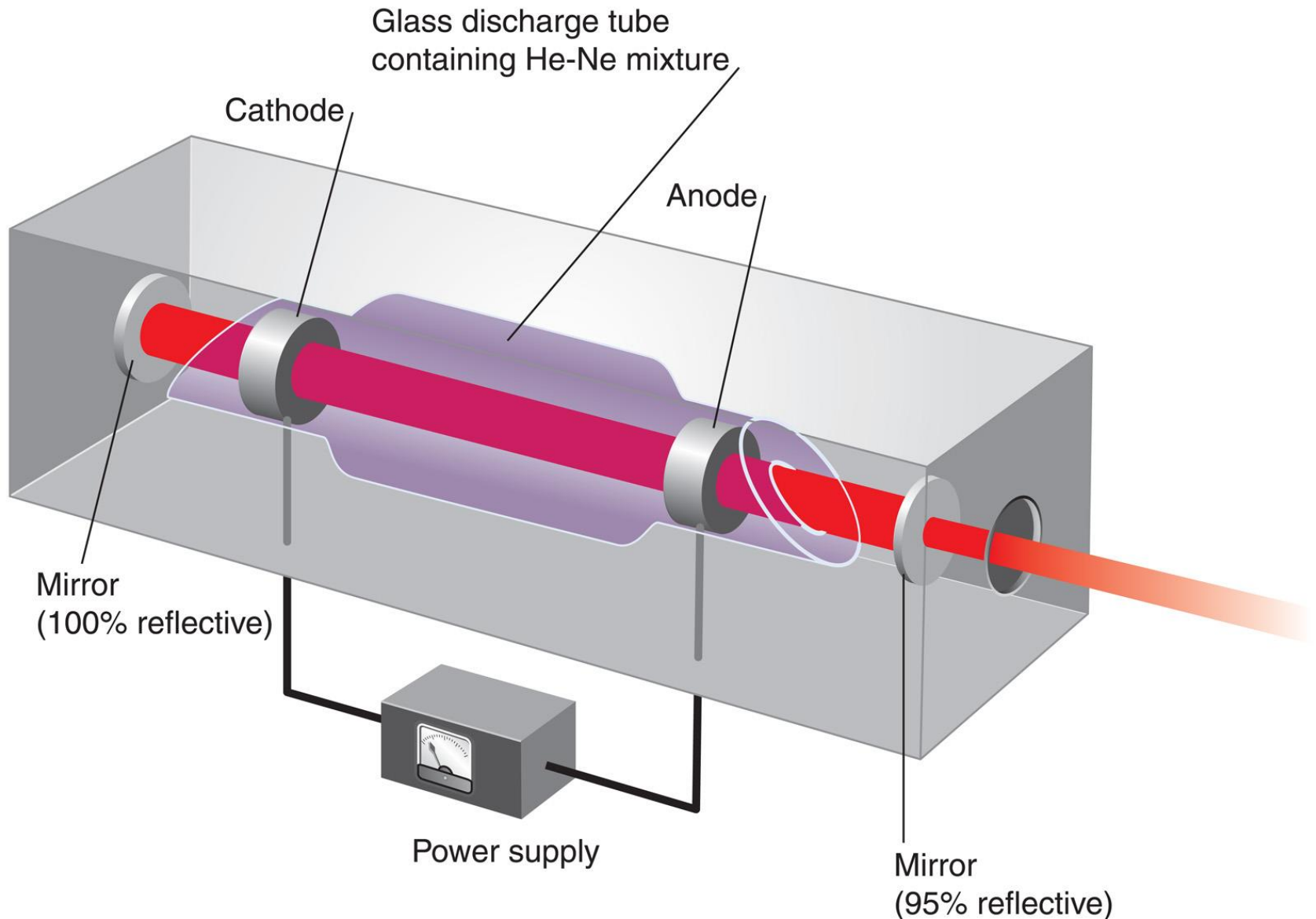
λ : 3.39 μm , **632.8nm**, 1.15 μm , Ισχύς < 1mW μέχρι δεκάδες mW



© 2010 Pearson Education, Inc.

(1) **He-Ne** (λείζερ αερίων ουδέτερων ατόμων), συνεχής λειτουργία

λ : 3.38 μm , **632.8nm**, 1.15 μm , Ισχύς < 1mW μέχρι δεκάδες mW



(1) **He-Ne** (λείζερ αερίων ουδέτερων ατόμων), συνεχής λειτουργία

λ : 3.38 μm , **632.8nm**, 1.15 μm , Ισχύς < 1mW μέχρι δεκάδες mW

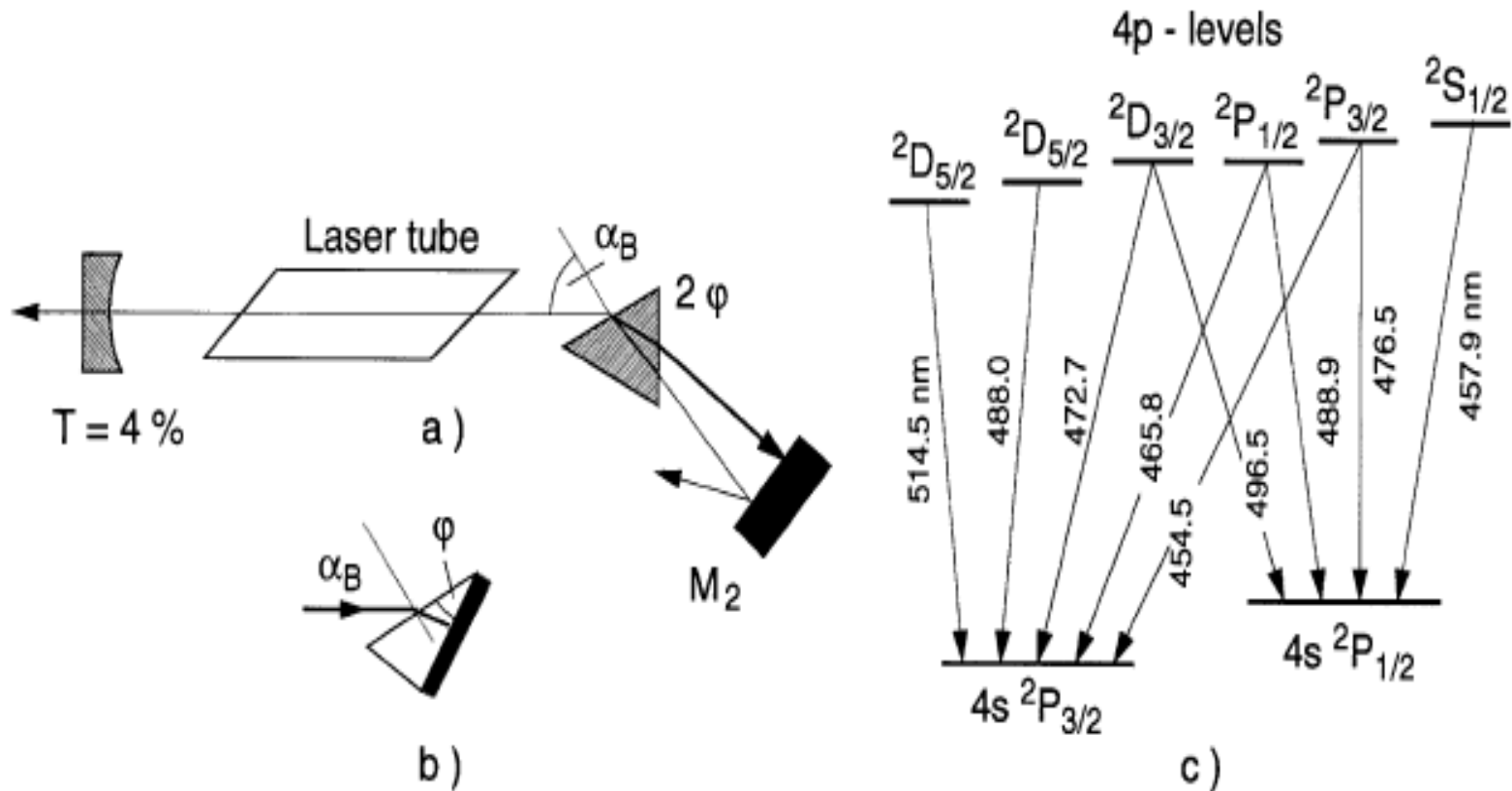


Fig. 5.29a–c. Line selection in an argon laser with a Brewster prism (a) or a Littrow prism reflector (b). Term diagram of laser transition in Ar^+ (c)

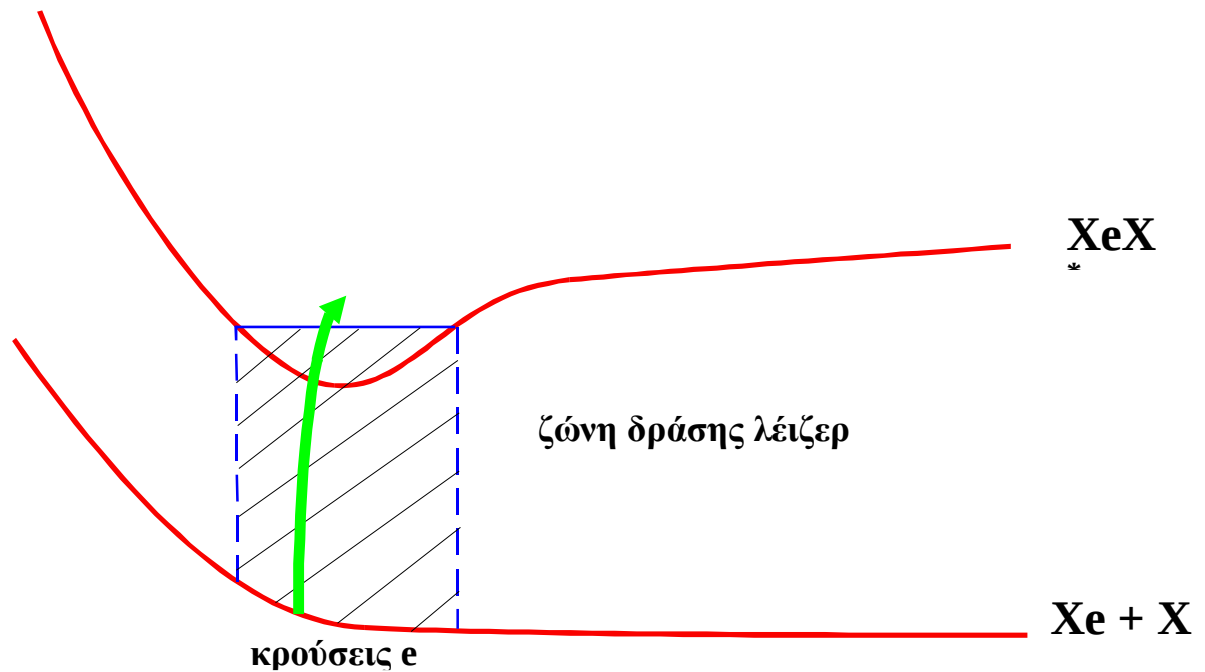
(2) *Excimer lasers* (Διεγερμένων διμερών)

ArF (193nm), KrF (248nm), XeCl (308nm), XeF (351nm)

Παλμική λειτουργία ~10ns, μερικά J

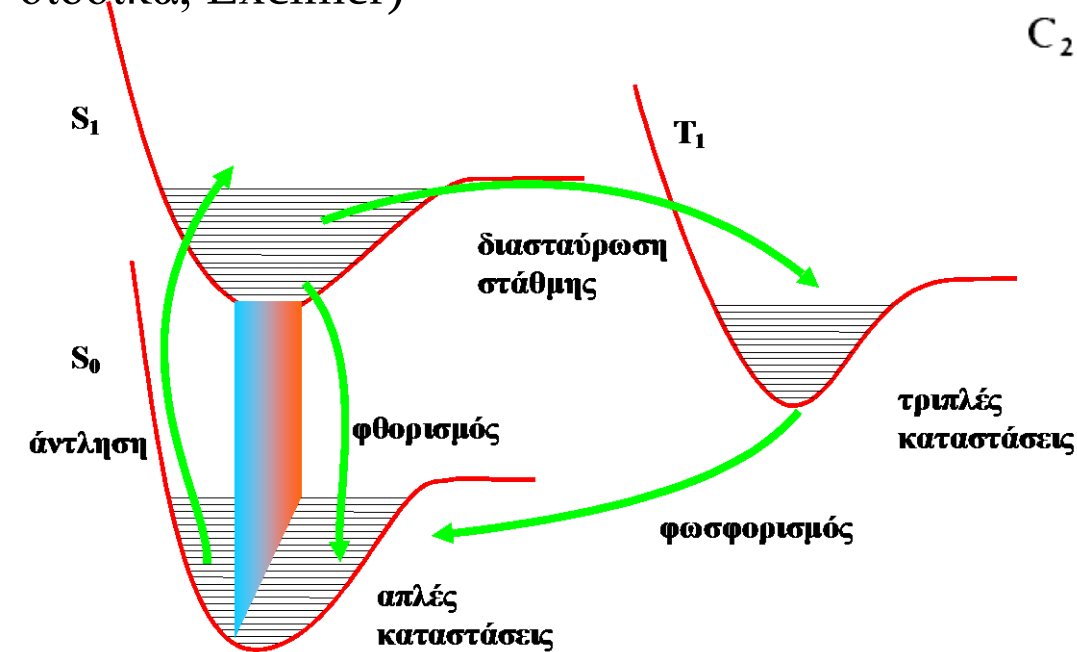
Άντληση κοιλότητας με ηλεκτρική εκκένωση

Τα ευγενή αέρια έχουν κλειστές στοιβάδες στην βασική ηλεκτρονική κατάσταση. Όταν όμως διεγερθούν μοιάζουν με αλκάλια και έτσι μπορούν να δημιουργήσουν σταθερούς δεσμούς με άτομα αλογόνων.



(3) Λείζερ οργανικών χρωστικών (dye lasers)

Πολυμεθινικές χρωστικές 0.7 - 1 μm , ξανθένια 0.5 - 0.7 μm , κουμαρίνες 0.4 - 0.5 μm
σε διαλύματα μεθανόλης, DMSO, διοξάνιου σε συνεχή κυκλοφορία του διαλύματος
Οπτική άντληση με λυχνίες τόξου, εκκένωσης, άλλα λείζερ (Ar^+ , Kr^+ , Nd:YAG ,
διοδικά, Excimer)



Πλεονέκτημα

Λειτουργία σε πολλά μήκη κύματος επιλεκτικότητα (tunability) ή παραγωγή
χρονικά στενών παλμών

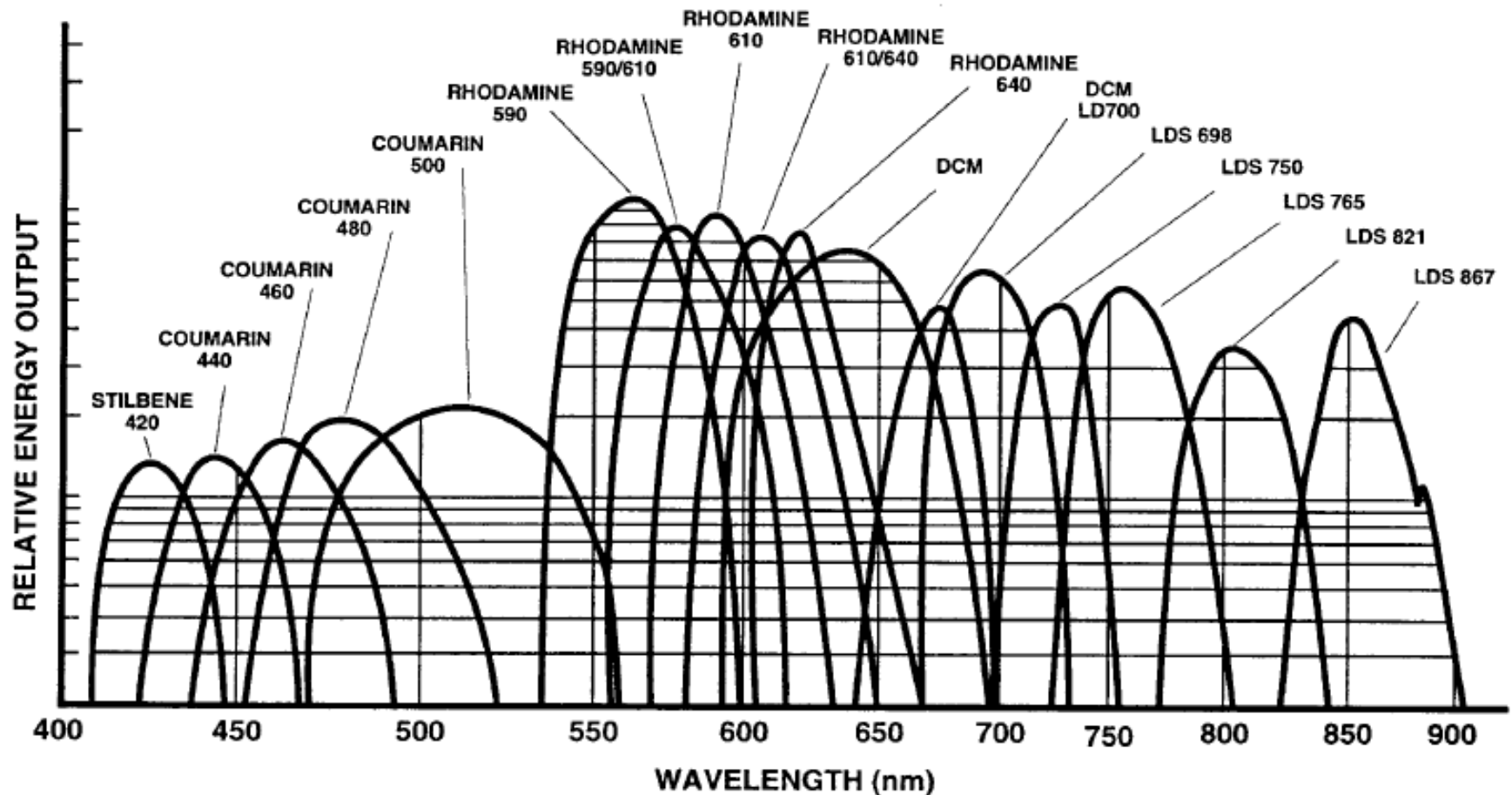
Μειονεκτήματα

Σχετικά μικρός χρόνος ζωής, περιορισμένο εύρος επιλεκτικότητας ανά χρωστική

(3) Λείζερ οργανικών χρωστικών (dye lasers)

TUNING CURVES

Nd:YAG PUMPED LASER DYES (Continuum)⁵³



(4) Λείζερ στερεάς κατάστασης

Ruby $\text{Cr}^{+3} \text{Al}_2\text{O}_3$

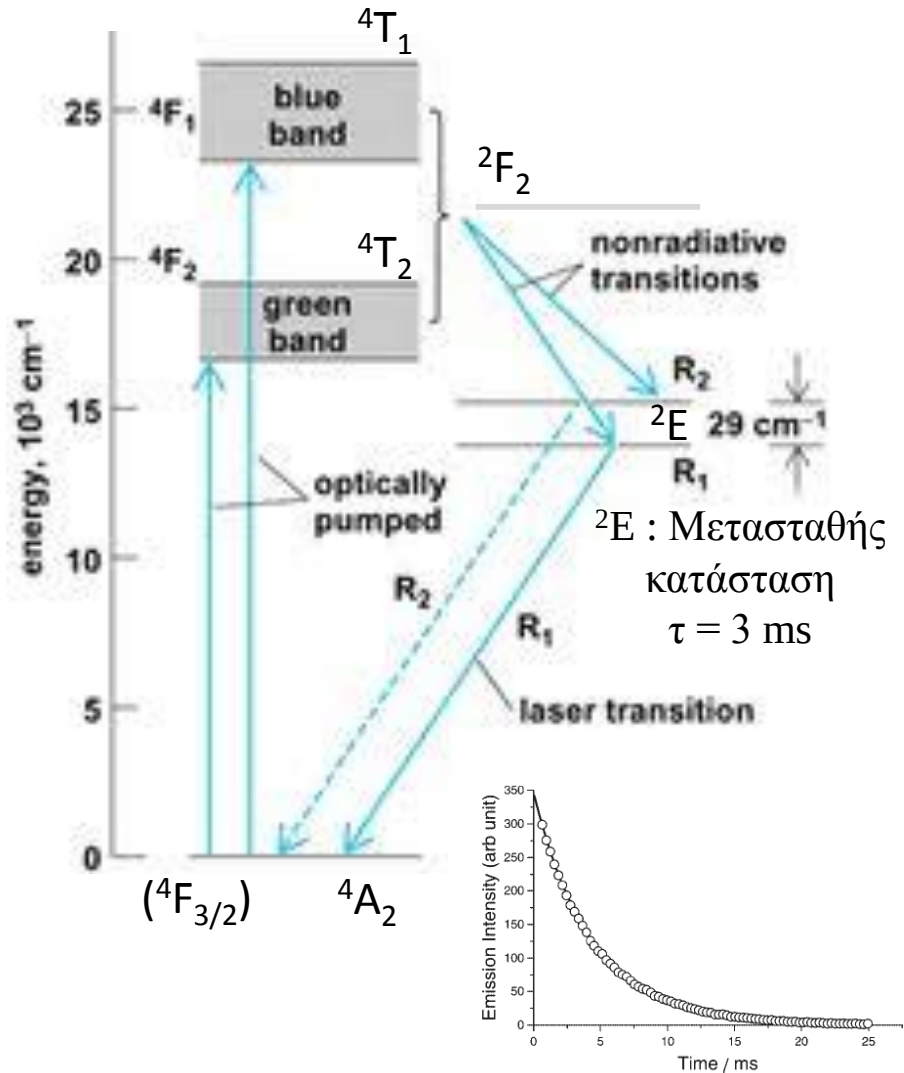


Figure 3. Radiative decay of the ^2E state. Emission wavelength 694.2 nm. Circles indicate experimental points (1/10 of the total number), whereas the continuous line corresponds to the fitted mono-exponential decay function.

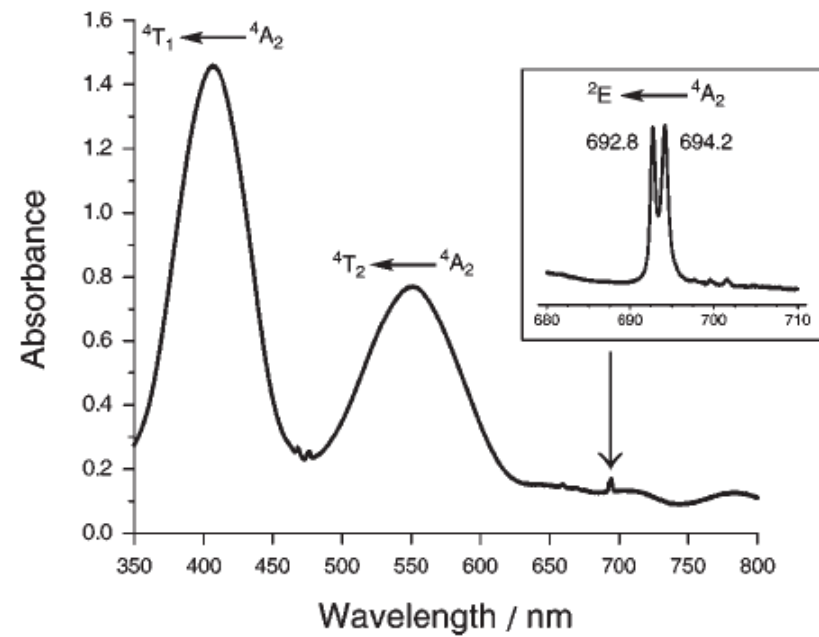


Figure 1. The absorption spectrum of ruby in the visible region.

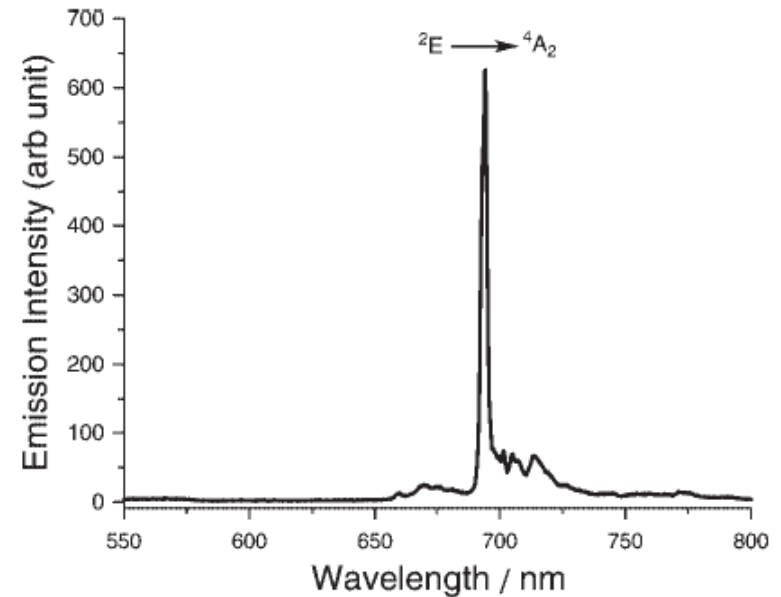
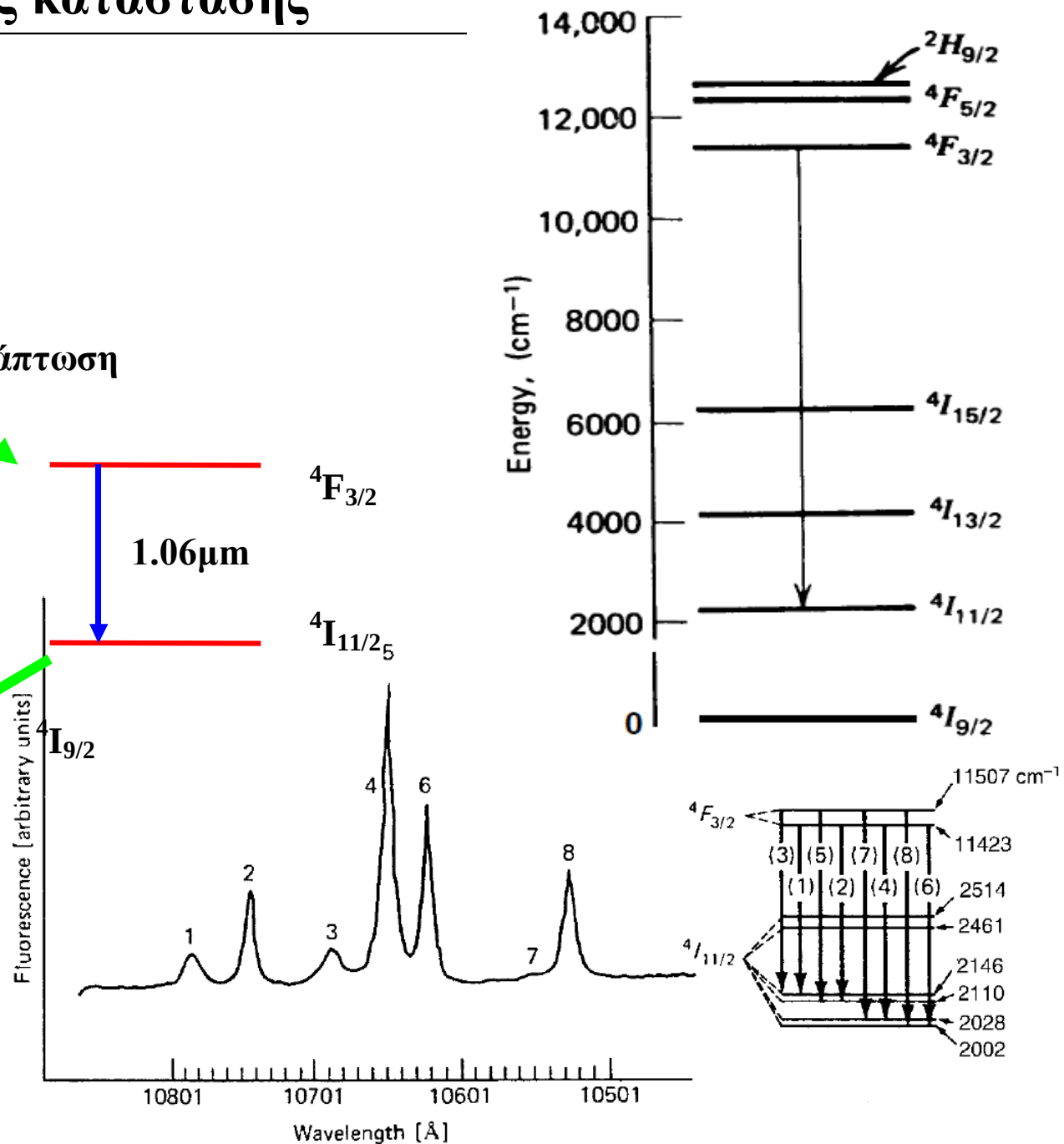
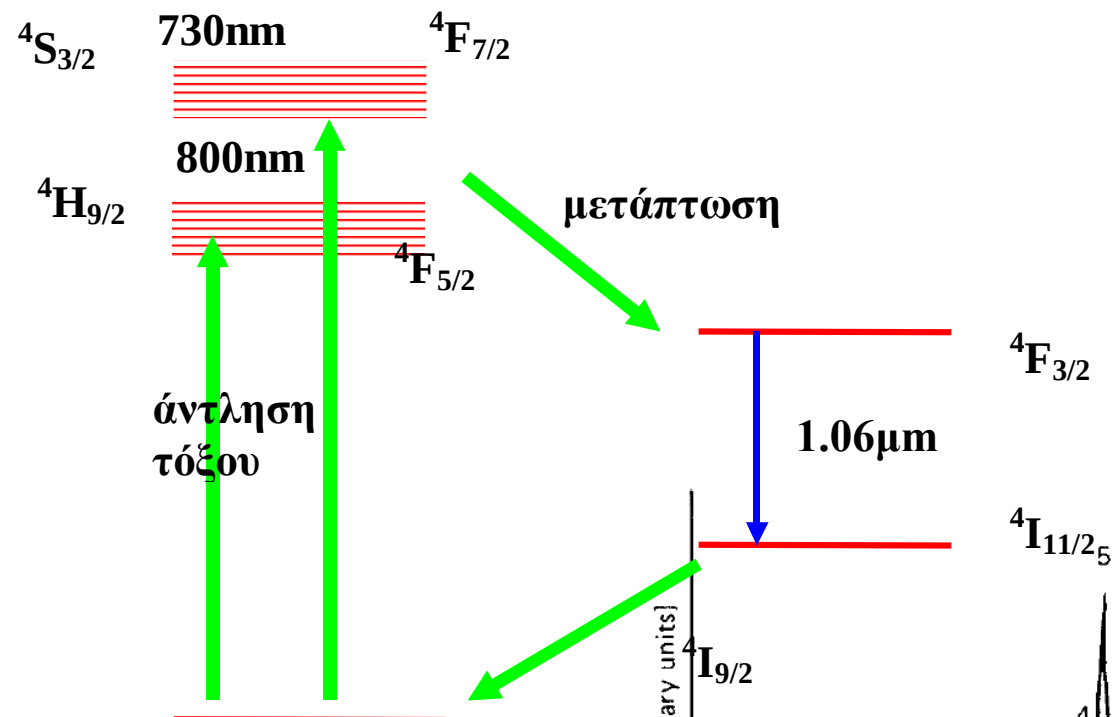


Figure 2. The fluorescence spectrum of ruby. Excitation wavelength is 407 nm.

(4) Λείζερ στερεάς κατάστασης

Nd³⁺ YAG



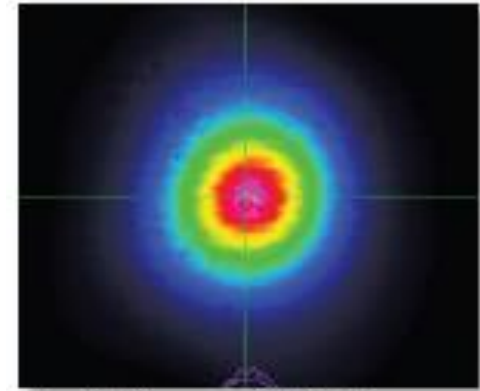
(4) Λέιζερ στερεάς κατάστασης

Nd^{+3} YAG

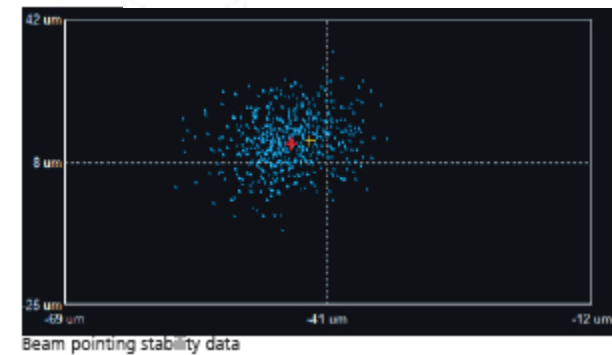
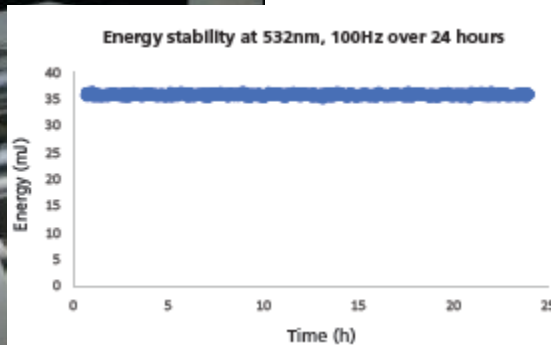


PULSED DIODE PUMPED SOLID STATE LASERS

2 0 2 1



Near field beam profile 1064nm
(Stable)



FEATURES

- Repetition rates up to 300Hz
- Fully motorised attenuator and harmonics
- Choice of resonator options
- Ultra high stability
- Exceptional diode life
- Field replaceable diodes
- Excellent beam quality
- Compact PSU
- Detachable, compact chiller



nano DPSS PLASMA

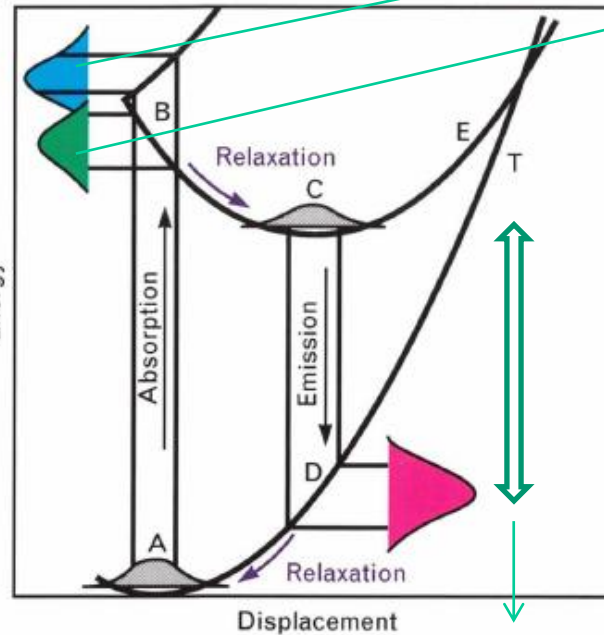
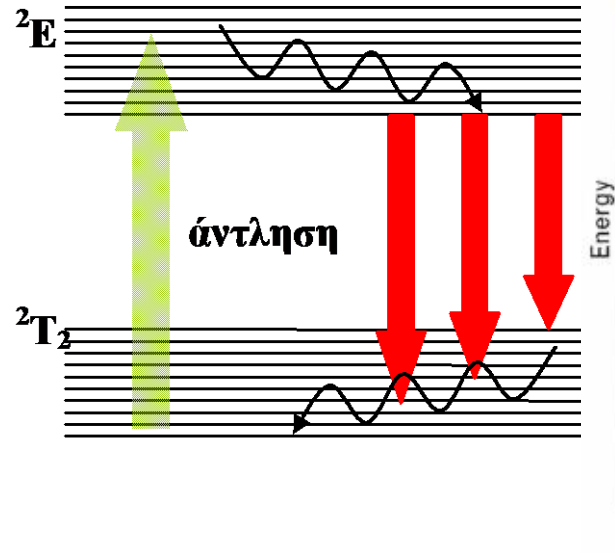
TECHNICAL DATA

Model	Nano DPSS 80 - 100	Nano DPSS 70 - 200	Nano DPSS 55 - 300	Nano DPSS G 60-100	Nano DPSS ST 70-100
Type of Resonator	Stable	Stable	Stable	Super-Gaussian	Stable Telescopic
Repetition Rate (Hz)	100	200	300	100	100
Output Energy (mJ)					
1064nm	80	70	55	60	70
532nm	40	30	25	25	35
355nm	25	20	12	15	
266nm	10	8	5	6	
213nm ⁽¹⁾					
Pulse Stability (%RMS) ⁽²⁾					
1064nm	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4
532nm	0.3	0.3	0.3	0.5	0.5
355nm	1.0	1.0	1.0	0.6	
266nm	1.5	1.5	1.5		
Pulse Length (ns) ⁽³⁾					
1064nm	<10	<10	<10	<10	<10
532nm	<11	<11	<11	<11	<11
355nm	<11	<11	<11	<11	
266nm	<12	<12	<12	<12	
Beam Parameter					
Beam Diameter (mm) ⁽⁴⁾	5	5	5	5	5
Beam Divergence (mrad)	≤2	≤2	≤2	≤0.5	≤0.8
M ²				≤2	
Pointing Stability (μrad) ⁽⁵⁾	<20	<20	<20	<20	<20
Timing Jitter (ns) ⁽⁶⁾	≤0.5	≤0.5	≤0.5	≤0.5	≤0.5
Polarisation	Linear	Linear	Linear	Linear	Linear
Diode Life (pulses) ⁽⁷⁾	2x10 ⁹	2x10 ⁹	2x10 ⁹	2x10 ⁹	2x10 ⁹

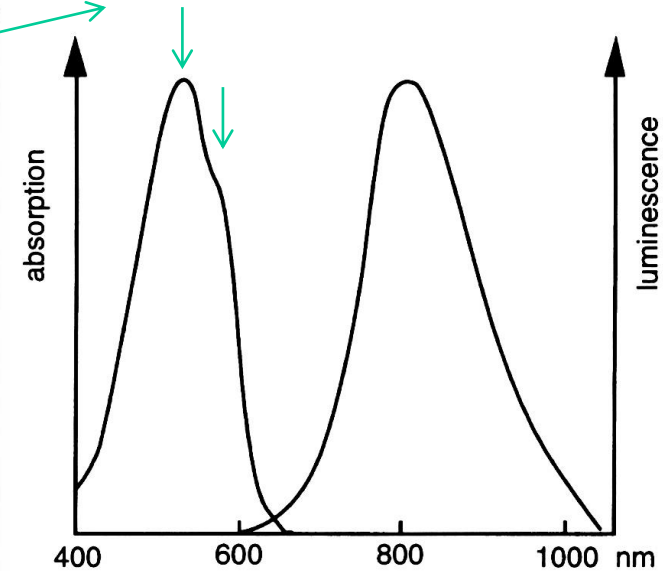
All specifications at maximum repetition rate unless otherwise stated.

(4) Λείζερ στερεάς κατάστασης

Ti³⁺ sapphire

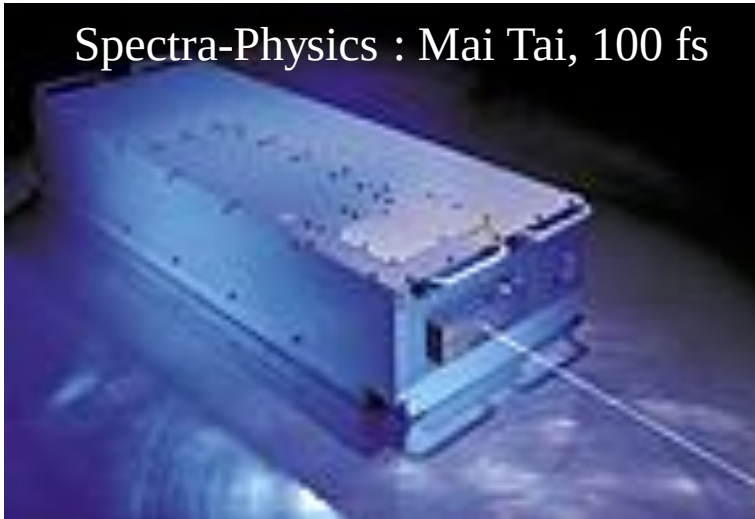


Διάσχιση της 2E λόγω φαινομένου Jahn-Teller



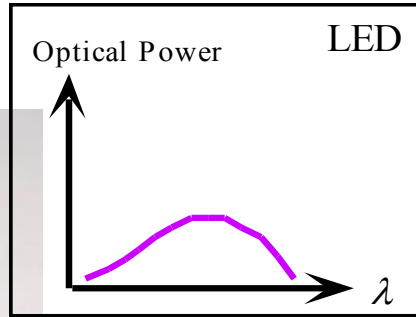
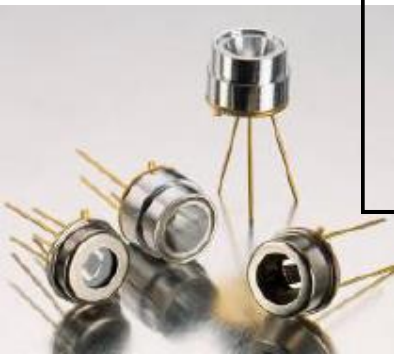
1. Ευνοείται η αναστροφή πληθυσμών διότι η αποδιέγερση οδηγεί σε δονητικώς διεγερμένο επίπεδο της θεμελιώδους 2T και κατά συνέπεια μη πληθυσμένο.
2. Το φασματικό εύρος της εκπομπής του $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ επιτρέπει εκπομπή λέιζερ σε ευρεία περιοχή: 660-1180 nm, κατ' αναλογία με τα λέιζερ οργανικών χρωστικών.

Spectra-Physics : Mai Tai, 100 fs

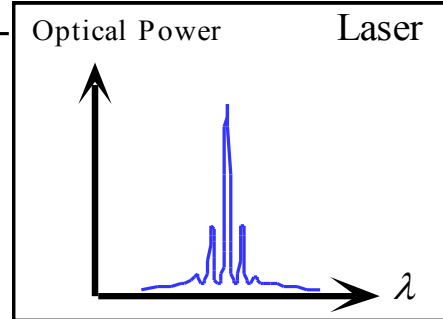
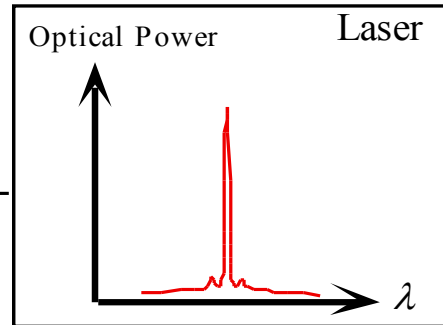
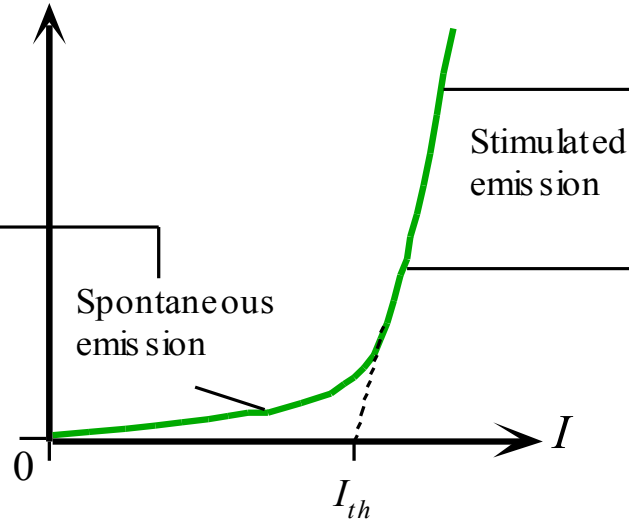


(4) Λείζερ στερεάς κατάστασης

Διοδικά λείζερ



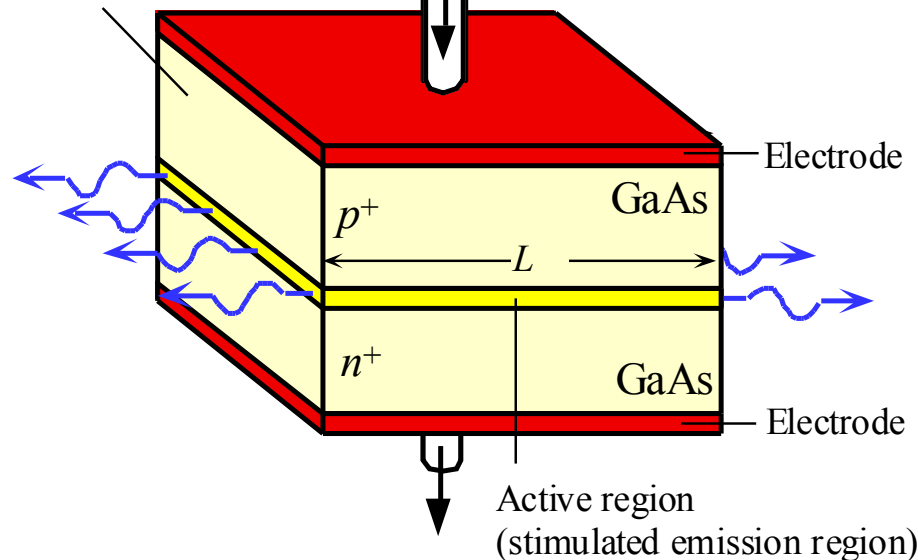
Optical Power



Current



Cleaved surface mirror



Αρχή λειτουργίας

Διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος έντασης μεγαλύτερης μιάς τιμής κατωφλίου (I_{th}) μέσω του ημιαγωγού οδηγεί σε εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας ως αποτέλεσμα του υψηλού ρυθμού της επανασύνδεσης ηλεκτρονίων οπών.

Πλεονεκτήματα - Εφαρμογές

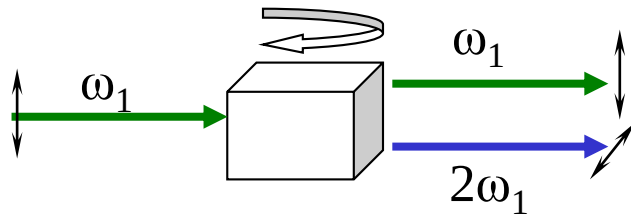
Το πολύ μικρό μέγεθος των διοδικών λείζερ και η μαζική παραγωγή ελαχιστοποιούν το κόστος και επιτρέπουν τη χρήση σε πληθώρα ηλεκτρονικών συσκευών (CD, DVD κ. ά.)

Εφαρμογές σε περιβαλλοντικές μετρήσεις αερίων ρύπων.

(4) Λείζερ στερεών (μη-γραμμικών κρυστάλλων)

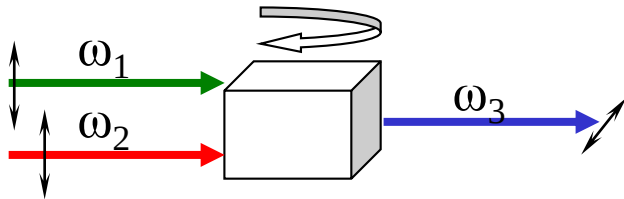
Οι μη-γραμμικοί κρύσταλλοι έχουν την ιδιότητα κάτω από συγκεκριμένες γωνίες εισόδου της θεμελιώδους ακτινοβολίας να παράγουν αρμονικές της συχνότητας

Γένεση 2^{ης} αρμονικής - *Second Harmonic Generation (SHG)*



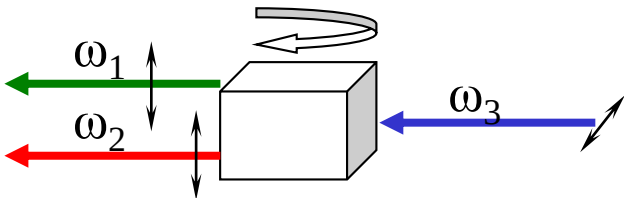
δεύτερη αρμονική : $\omega_2 = 2\omega_1$
η πόλωση στρέφεται κατά 90°,
απόδοση της διαδικασίας ~ 52%)

Αθροιση συχνοτήτων - *Frequency mixing*



$$\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$$

Οπτική παραμετρική ταλάντωση – *Optical Parametric Oscillator (OPO)*



$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$$

Μη γραμμικοί κρύσταλλοι

KDP	KH_2PO_4
KD*P	KD_2PO_4
CDP	CsH_2PO_4
ADP	$(\text{NH}_4)\text{H}_2\text{PO}_4$
KTP	KTiPO_4
BBO	$\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$
LBO	$\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$
	LiNbO_3
	LiIO_3

(4)

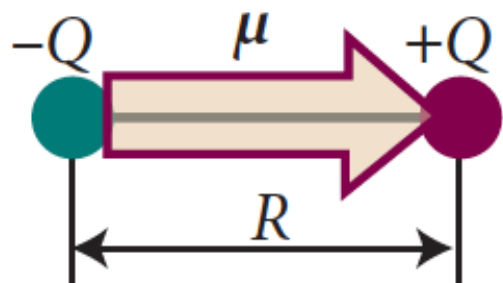
Table 5.7. Characteristic data of nonlinear crystals used for frequency doubling or sum-frequency generation

Material	Transparency range [nm]	Spectral range of phase matching of type I or II	Damage threshold [GW/cm ²]	Relative doubling efficiency	Reference
ADP	220–2000	500–1100	0.5	1.2	[5.5]
KD*P	200–2500	517–1500 (I) 732–1500 (II)	8.4	1.0 8.4	[5.245]
Urea	210–1400	473–1400 (I)	1.5	6.1	[5.256]
BBO	197–3500	410–3500 (I) 750–1500 (II)	9.9	26.0	[5.229–5.235]
LiIO ₃	300–5500	570–5500 (I)	0.06	50.0	[5.257, 5.239]
KTP	350–4500	1000–2500 (II)	1.0	215.0	[5.255]
LiNbO ₃	400–5000	800–5000 (II)	0.05	105.0	[5.245]
LiB ₃ O ₅	160–2600	550–2600	18.9	3	[5.246]
CdGeAs ₂	1–20 μm	2–15 μm	0.04	9	[5.260]
AgGaSe ₂	3–15 μm	3.1–12.8 μm	0.03	6	
Te	3.8–32 μm		0.045	270	[5.245]

Table 5.8. Abbreviations for some commonly used nonlinear crystals

ADP	= Ammonium dihydrogen phosphate	NH ₄ H ₂ PO ₄
KDP	= Potassium dihydrogen phosphate	KH ₂ PO ₄
KD*P	= Potassium dideuterium phosphate	KD ₂ PO ₄
KTP	= Potassium titanyl phosphate	KTiOPO ₄
KNbO ₃	= Potassium niobate	KNbO ₃
LBO	= Lithium triborate	LiB ₃ O ₅
LiIO ₃	= Lithium iodate	LiIO ₃
LiNbO ₃	= Lithium niobate	LiNbO ₃
BBO	= Beta-barium borate	β-BaB ₂ O ₄

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

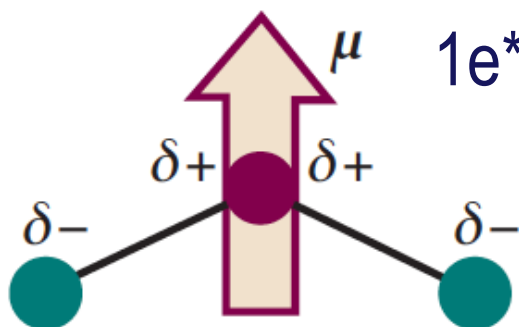


Διπολική
ροπή
 $\mu = QR$

Εικ. 1 Ηλεκτρικό δίπολο

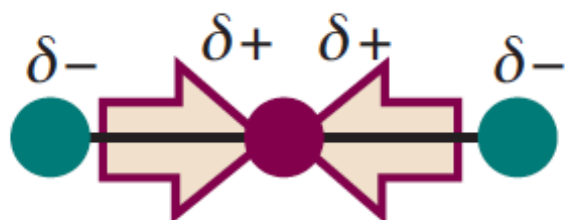
$$1 \text{ Debye} = 3.336 \cdot 10^{-34} \text{ Cm}$$

$$1 \text{ e} \cdot 1 \text{ \AA} = 4.8 \text{ Debye}$$



$\mu \neq 0$

Εικ. 2 Όζον, O_3



$\mu = 0$

Εικ. 3 Διοξείδιο του άνθρακα, CO_2

Ηλεκτρικές ιδιότητες ατόμων και μορίων

Table 11.3 Dipole moments and
mean polarizability volumes

	μ/D	$\alpha'/(10^{-30} \text{ m}^3)$
Ar	0	1.66
CCl_4	0	10.3
C_6H_6	0	10.4
H_2	0	0.819
H_2O	1.85	1.48
NH_3	1.47	2.22
HCl	1.08	2.63
HBr	0.80	3.61
HI	0.42	5.45

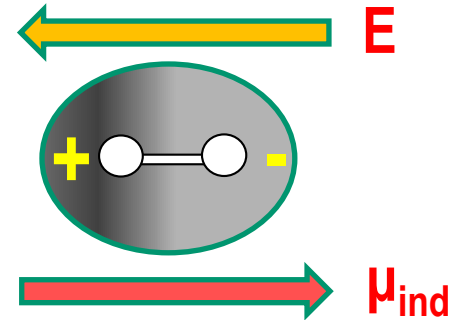
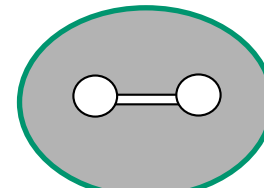
Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Ατομική, μοριακή πολωσιμότητα (polarizability)

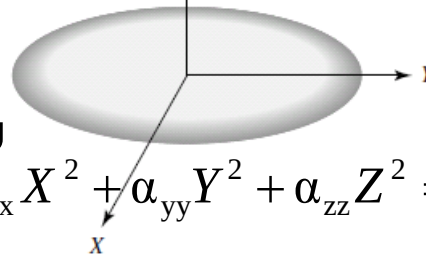
Η δυνατότητα παραμόρφωσης της ηλεκτρονιακής κατανομής, δηλ. πόλωσης, που εμφανίζει άτομο ή μόριο υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου E , ονομάζεται **πολωσιμότητα, α** .

$$\mu = \mu_0 + \mu_{\text{ind}} = \mu_0 + \alpha E$$

Η διαφορετική παραμόρφωση της ηλεκτρονιακής κατανομής σε σχέση με τον προσανατολισμό του μορίου ως προς το E υποδηλώνει την ύπαρξη **ανισότροπης πολωσιμότητας ($\alpha_{\perp} \neq \alpha_{\parallel}$)**

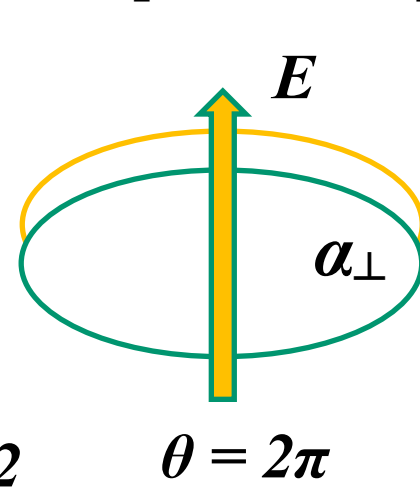
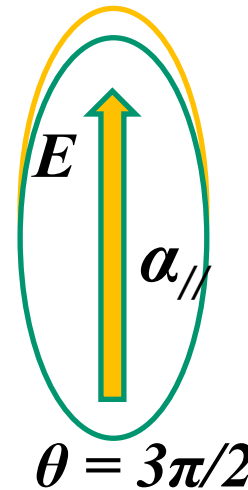
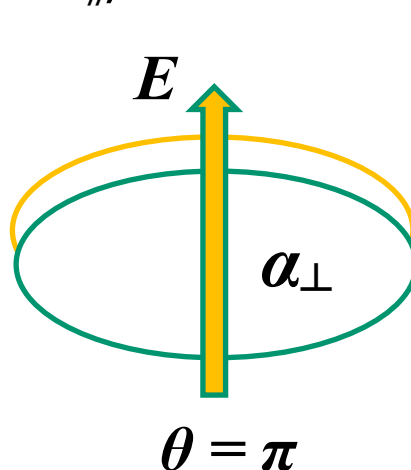
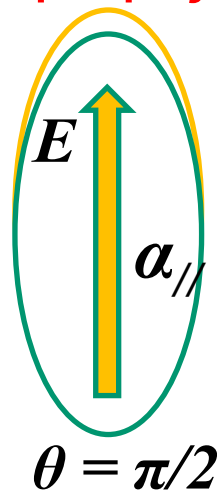
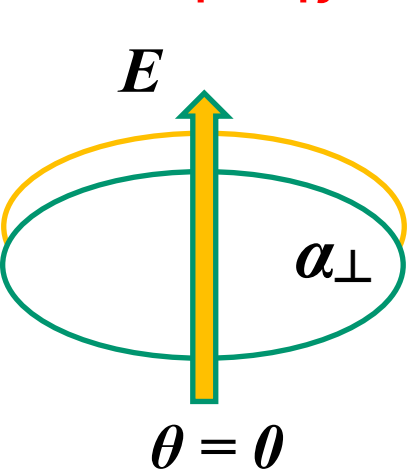


Ελλειψοειδής
πολωσιμότητας



Τανυστής
πολωσιμότητας

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix}$$



Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Πόλωση (Polarization) P

Σε ένα διηλεκτρικό υλικό (οπτικό μέσο), ως **πόλωση** ορίζουμε τη μέση τιμή της διπολικής ροπής ανά μονάδα όγκου. $\mathbf{P}_m = N\langle\mu\rangle = (N/3\epsilon_0)[\alpha + (\mu^2/k_B T)]$

Σε ισότροπο μέσο: $\mathbf{P} = 0$

Εξίσωση Debye

Παρουσία εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου: $\mathbf{P} \neq 0$.

Μη γραμμική Πόλωση (Non-linear Polarization) $\mathbf{P}_{NL}$

Η επαγόμενη διπολική ροπή δεν είναι απαραίτητα γραμμική συνάρτηση της έντασης του ΗΠ.

Δηλαδή είναι δυνατόν να περιλαμβάνει και μη γραμμικούς όρους.

$$\mu_{ind} = \alpha E + (1/2)\beta EE + (1/6)\gamma EEE$$

Για την πόλωση συνολικά θα ισχύει

$$\chi^{(1)} = n^2 - 1 = \epsilon_r - 1$$

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 (\tilde{\chi}^{(1)} \mathbf{E} + \tilde{\chi}^{(2)} \mathbf{E}^2 + \tilde{\chi}^{(3)} \mathbf{E}^3 + \dots)$$

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Μη γραμμική Πόλωση (Non-linear Polarization) P_{NL}

$$P_i^{(2)} = \epsilon_0 \left(\sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k + \sum_{j,k=1}^3 \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k \right) \quad (1 \hat{=} x, 2 \hat{=} y, 3 \hat{=} z)$$

$$\begin{pmatrix} P_x^{(1)} \\ P_y^{(1)} \\ P_z^{(1)} \end{pmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} P_x^{(2)}(\omega) \\ P_y^{(2)}(\omega) \\ P_z^{(2)}(\omega) \end{pmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xxx}^{(2)} & \chi_{xxy}^{(2)} & \dots & \chi_{xzz}^{(2)} \\ \chi_{yxx}^{(2)} & \chi_{yyx}^{(2)} & \dots & \chi_{yzz}^{(2)} \\ \chi_{zxx}^{(2)} & \chi_{zxy}^{(2)} & \dots & \chi_{zzz}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(\omega_1) \cdot E_x(\omega_2) \\ E_x(\omega_1) \cdot E_y(\omega_2) \\ E_x(\omega_1) \cdot E_z(\omega_2) \\ E_y(\omega_1) \cdot E_x(\omega_2) \\ E_y(\omega_1) \cdot E_y(\omega_2) \\ E_y(\omega_1) \cdot E_z(\omega_2) \\ \vdots \\ E_z(\omega_1) \cdot E_z(\omega_2) \end{pmatrix}$$

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

Έστω ΗΜ ακτινοβολία συχνότητας ω .

Το ΗΠ είναι: $\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{z})$ ή $\mathbf{E}_0 \cos \omega t$ ή $\mathbf{E}_0 \exp(i\omega t)$

Πόλωση

$$\mathbf{P}_L = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}_0 \cos \omega t \quad (\text{Rayleigh})$$

Ανακαλύφθηκε πειραματικά το 1961 με τη διέλευση δέσμης λέιζερ ruby μέσω κρυστάλλου χαλαζία (quartz)

$$\mathbf{P}_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} (\mathbf{E}_0 \cos \omega t)^2 = (1/2) \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_0^2 (1 + \cos 2\omega t)$$

Η **μη γραμμική πόλωση** παράγει όρο που μεταβάλλεται με συχνότητα **2ω** άρα διπλάσια της θεμελιώδους,

Αυτή η διαδικασία ονομάζεται **γένεση 2^{ης} αρμονικής**

Επομένως ισχύει : **$\omega + \omega = 2\omega$** : **Διατήρηση Ενέργειας** ($2\hbar\omega = \hbar 2\omega$)

Οφείλει όμως να ισχύει και η **Αρχή Διατήρησης της Ορμής**

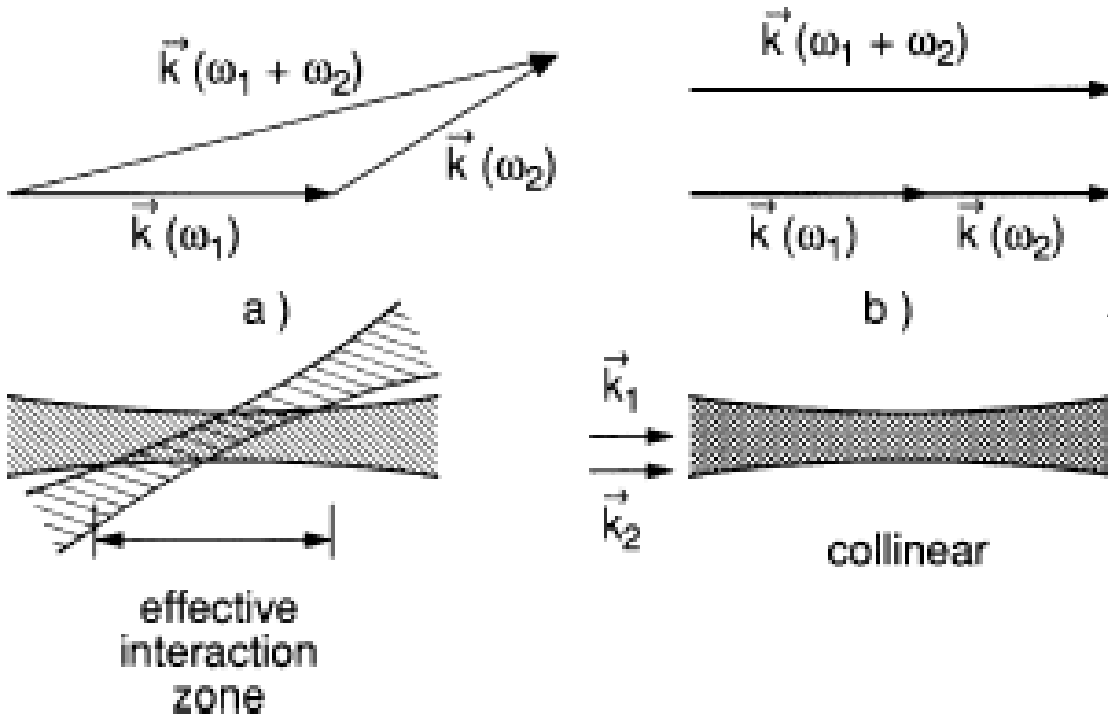
Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

Πώς εκφράζεται η ορμή ενός Η/Μ κύματος? $\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{z})$

Παρατήρηση: Όπως $\hbar\omega \rightarrow \mathbf{W}$ (ενέργεια, Joule) φάση

Ομοίως: $\hbar\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}$ (ορμή, kg m s^{-1}) Διατήρηση ορμής / φάσης
(phase matching)



$$k_\omega + k_\omega = k_{2\omega}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda\nu} = \frac{\omega}{u} = \frac{n\omega}{c}$$

$$2k_\omega = \frac{2n_\omega\omega}{c} \stackrel{?}{\neq} \frac{n_{2\omega}2\omega}{c} = k_{2\omega}$$

Fig. 5.111a,b. Phase-matching condition as momentum conservation for (a) noncollinear and (b) collinear propagation of the three waves

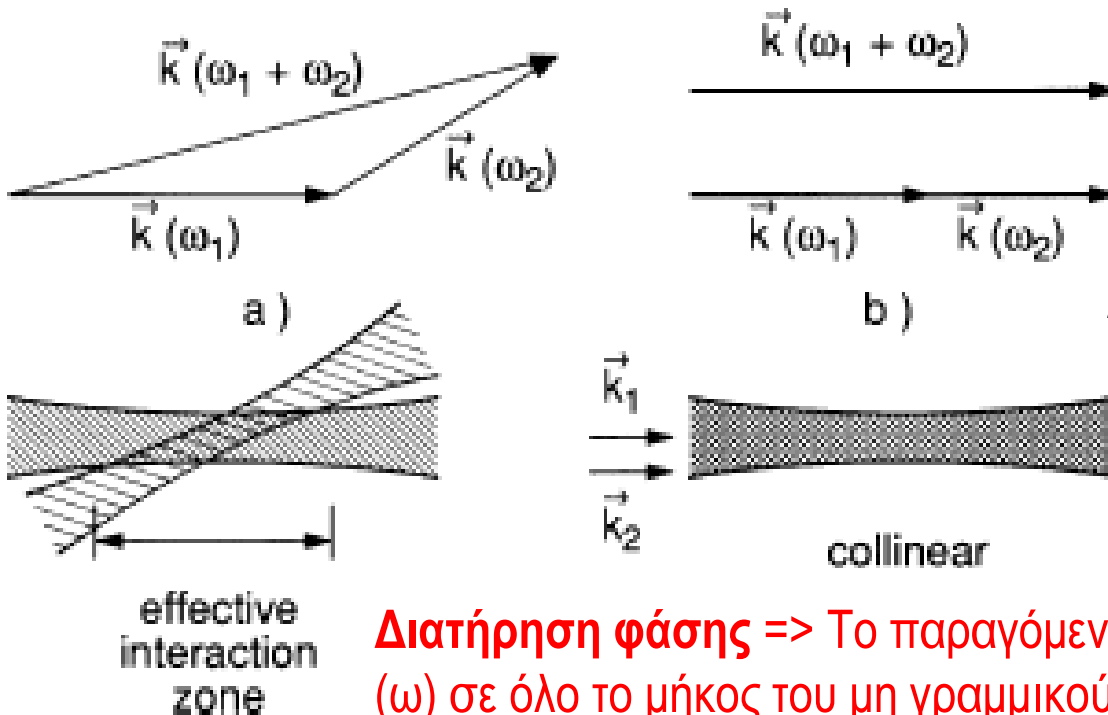
Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

Πώς εκφράζεται η ορμή ενός Η/Μ κύματος? $\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{z})$

Παρατήρηση: Όπως $\hbar\omega \rightarrow \mathbf{W}$ (ενέργεια, Joule) φάση

Ομοίως: $\hbar\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}$ (ορμή, kg m s^{-1}) Διατήρηση ορμής / φάσης
(phase matching)



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda\nu} = \frac{\omega}{u} = \frac{n\omega}{c}$$

$$\mathbf{k}_\omega + \mathbf{k}_\omega = \mathbf{k}_{2\omega}$$

$$2k_\omega = \frac{2n_\omega\omega}{c} \neq \frac{n_{2\omega}2\omega}{c} = k_{2\omega}$$

Διατήρηση φάσης $\Rightarrow$ Το παραγόμενο κύμα (2ω) συμβαδίζει με το αρχικό (ω) σε όλο το μήκος του μη γραμμικού μέσου.

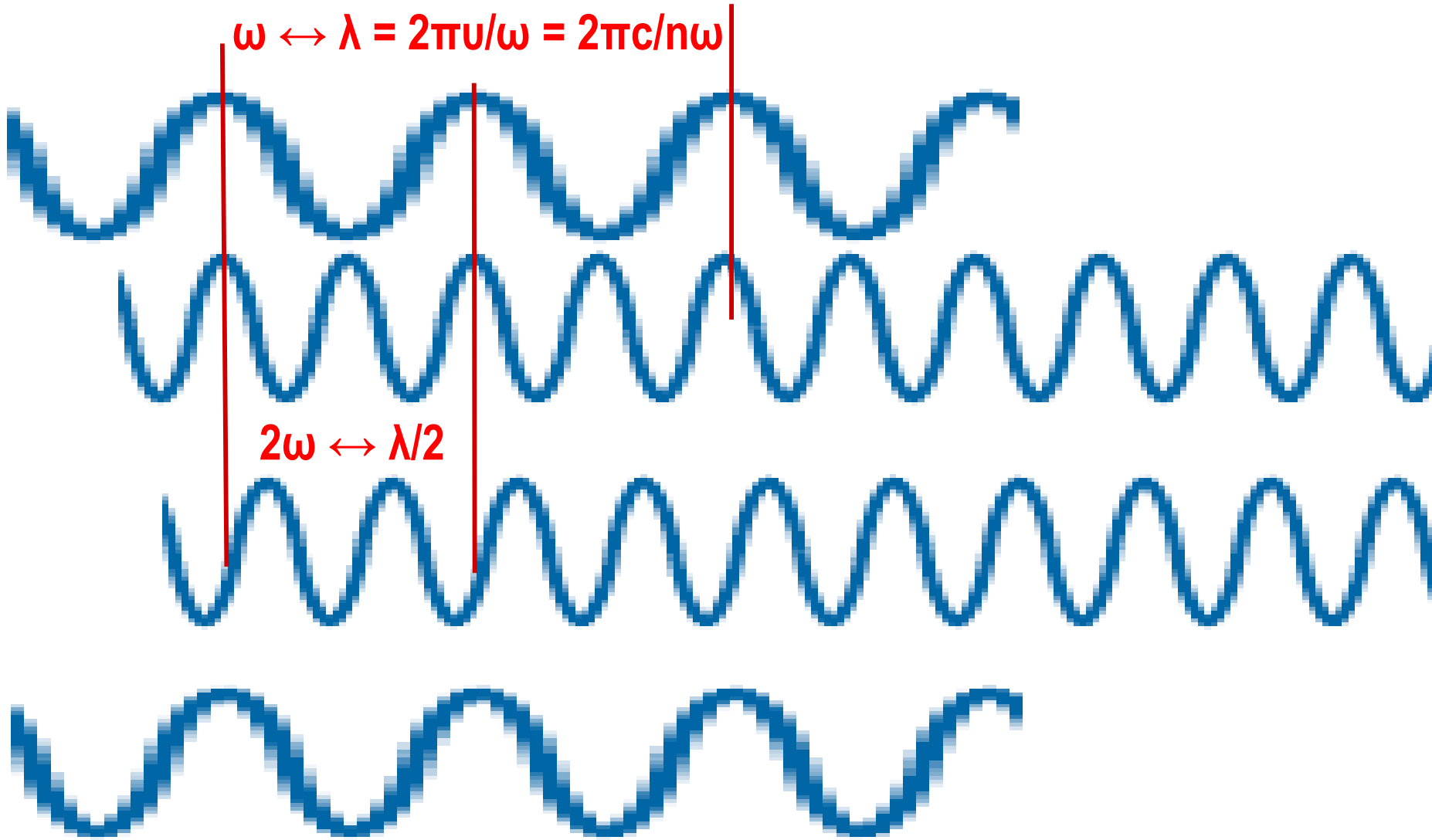
Fig. 5.111a,b. Phase-matching condition as momentum conservation for (a) noncollinear and (b) collinear propagation of the three waves

Διατήρηση ορμής (Phase matching)

$$\omega \leftrightarrow \lambda = 2\pi v / \omega = 2\pi c / n\omega$$

$$2\omega \leftrightarrow \lambda/2$$

$$2\omega / \ll \lambda \gg$$



Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

Για να ικανοποιείται η διατήρηση της ορμής (phase matching) είναι απαραίτητη η χρήση **διπλοθλαστικών** οπτικών μέσων στα οποία υπό κατάλληλη διεύθυνση διάδοσης της δέσμης λέιζερ ως προς τον οπτικό άξονα είναι δυνατόν να επιτευχθεί η συνθήκη **$n_o(\omega) = n_e(2\omega)$** .

Για να έχουν τη δυνατότητα γένεσης 2^{ης} αρμονικής τα κρυσταλλικά υλικά πρέπει να είναι **μη κεντροσυμμετρικά**.

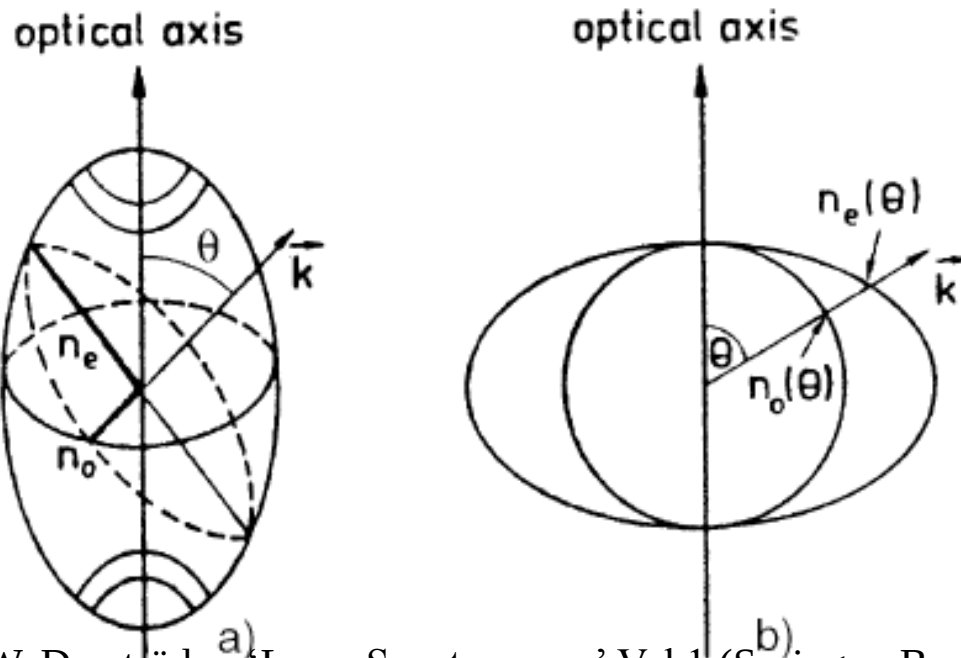


Fig. 5.112. (a) Index ellipsoid and refractive indices n_o and n_e for two directions of the electric vector of the wave in a plane perpendicular to the wave propagation k . (b) Dependence of n_o and n_e on the angle θ between the wave vector k and the optical axis of a uniaxial positive birefringent crystal

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

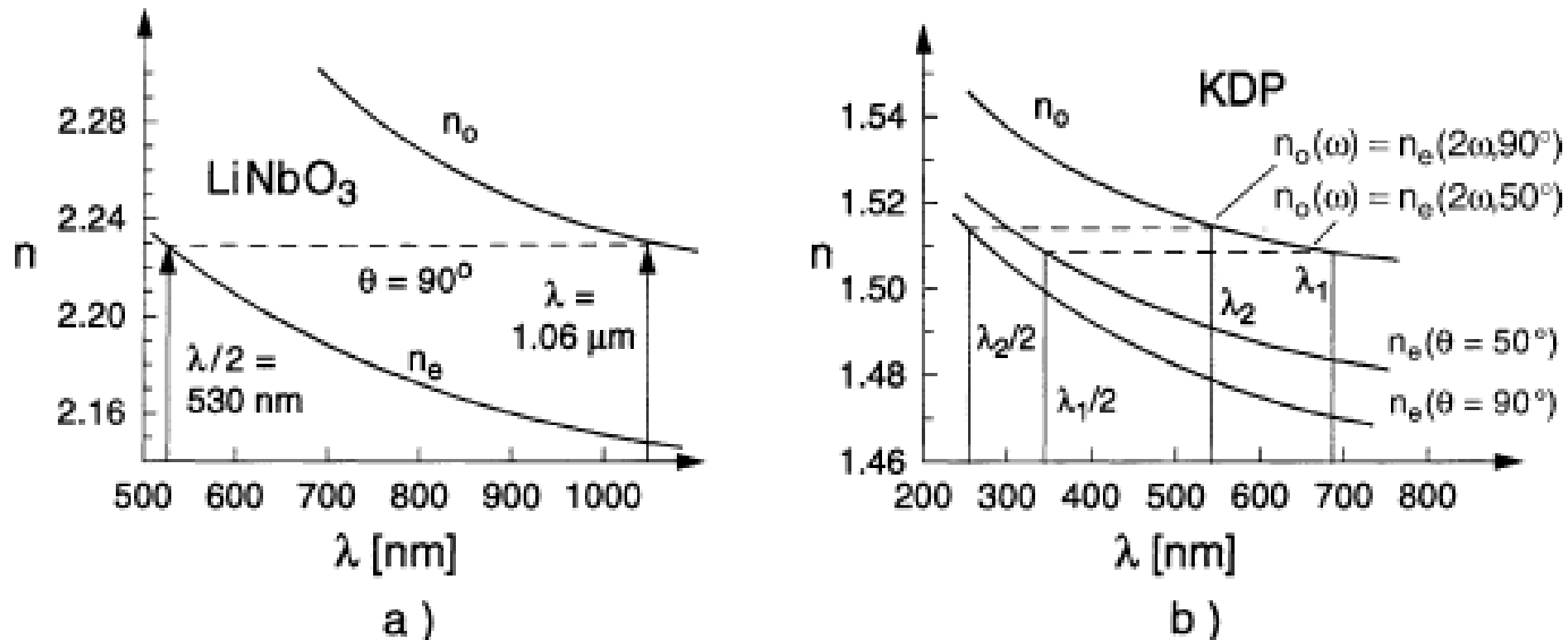


Fig. 5.115a,b. Refractive indices $n_o(\lambda)$ and $n_e(\lambda)$: (a) for $\theta = 90^\circ$ in LiNbO_3 [5.225] and (b) for $\theta = 50^\circ$ and 90° KDP [5.222]. Collinear phase matching can be achieved in LiNbO_3 for $\theta = 90^\circ$ and $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ (Nd^+ laser) and in KDP for $\theta = 50^\circ$ at $\lambda = 694 \text{ nm}$ (ruby laser) or for $\theta = 90^\circ$ at $\lambda = 515 \text{ nm}$ (argon laser)

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

Η μη γραμμική αλληλεπίδραση του ΗΜΠ πεδίου (ακτινοβολίας) σε συχνότητα ω , οδηγεί στη δημιουργία πόλωσης μεταβαλλόμενης σε συχνότητα 2ω καθώς η αρχική δέσμη, $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{z})$, διαδίδεται στο μη γραμμικό μέσο κατά τον άξονα z .

$$P(2\omega) = (1/2) \epsilon_0 \chi^{(2)} [E_0(\omega)]^2 (1 + \cos(2\omega t - 2k_\omega z))$$

Ο όρος της μη γραμμικής πόλωσης, $P(2\omega)$, με τη σειρά του, παράγει αντίστοιχο ΗΜΠ ακτινοβολίας, $E(2\omega, z)$.

Σε οπτικό δρόμο dz το παραγόμενο ΗΠ είναι:

$$dE(2\omega, z) = (2\omega/\epsilon_0 n c) P(2\omega, z) dz$$

$$dE(2\omega, z) = (2\omega/\epsilon_0 n c) (1/2) \epsilon_0 \chi^{(2)} [E_0(\omega)]^2 (\cos(2\omega t - 2k_\omega z))$$

$$\text{Ισχύει: } 2\omega t - k_{2\omega} z = k_{2\omega} u t - 2k_\omega z = |k_{2\omega} - 2k_\omega| z = \Delta k z$$

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

Άρα, το ΗΜΠ που αναπτύσσεται σε κρύσταλλο μήκους L , είναι :

$$E(2\omega, L) = \int_{z=0}^L (\omega/nc) \chi^{(2)} [E_0(\omega)]^2 \cos(\Delta k z) dz$$

Και δεδομένου ότι : $I = (nc\varepsilon_0/2)|E|^2$

η ένταση της 2^{ης} αρμονικής δίδεται από τη σχέση:

$$I(2\omega, L) = [I(\omega)]^2 \frac{2\omega^2 |\chi^{(2)}|^2 L^2}{\varepsilon_0 c^2 n_{2\omega}^3} \frac{\sin^2(\Delta k L)}{(\Delta k L)^2}$$

Μήκος συμφωνίας:

$$L_c = (\pi/2\Delta k) = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_\omega)}$$

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Γένεση 2^{ης} αρμονικής (Second Harmonic Generation, SHG)

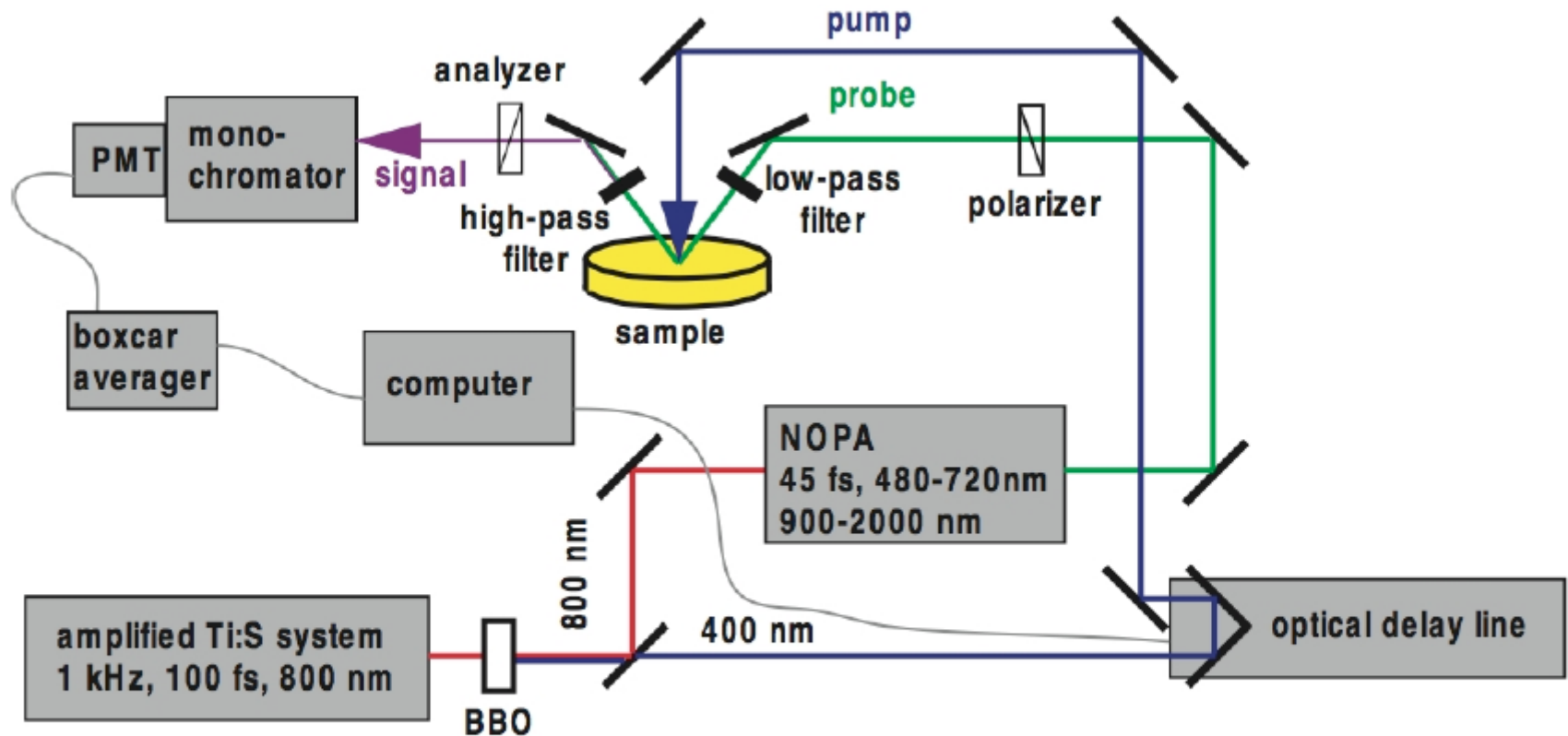


Figure 1: Experimental setup for time-resolved surface SHG. A SHG spectrum can be obtained by blocking the pump pulse and tuning the probe wavelength. The low-pass filter eliminates SHG light generated at the surface of the various optical elements.

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Άθροισμα – Διαφορά συχνοτήτων (Frequency mixing)

Έστω ότι στο μέσο λαμβάνει χώρα αλληλεπίδραση 2 ΗΜ κυμάτων με συχνότητες ω_1 και ω_2 .

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_{01} \cos(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{z}) \text{ και } \mathbf{E}_2(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_{02} \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{z})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{z}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{z}, t)$$

$$\begin{aligned} P^{(2)} &= \epsilon_0 \tilde{\chi}^{(2)} E^2(z=0) \\ &= \epsilon_0 \tilde{\chi}^{(2)} \left(E_1^2 \cos^2 \omega_1 t + E_2^2 \cos^2 \omega_2 t + 2 E_1 E_2 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t \right) \\ &= \epsilon_0 \tilde{\chi}^{(2)} \left\{ \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2) + \frac{1}{2} E_1^2 \cos 2\omega_1 t \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} E_2^2 \cos 2\omega_2 t + E_1 \cdot E_2 [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t] \right\}, \end{aligned}$$

SHG**SFG****DFG**

Γενική περίπτωση διεργασιών που ονομάζονται: 3-wave mixing (π.χ. Raman)

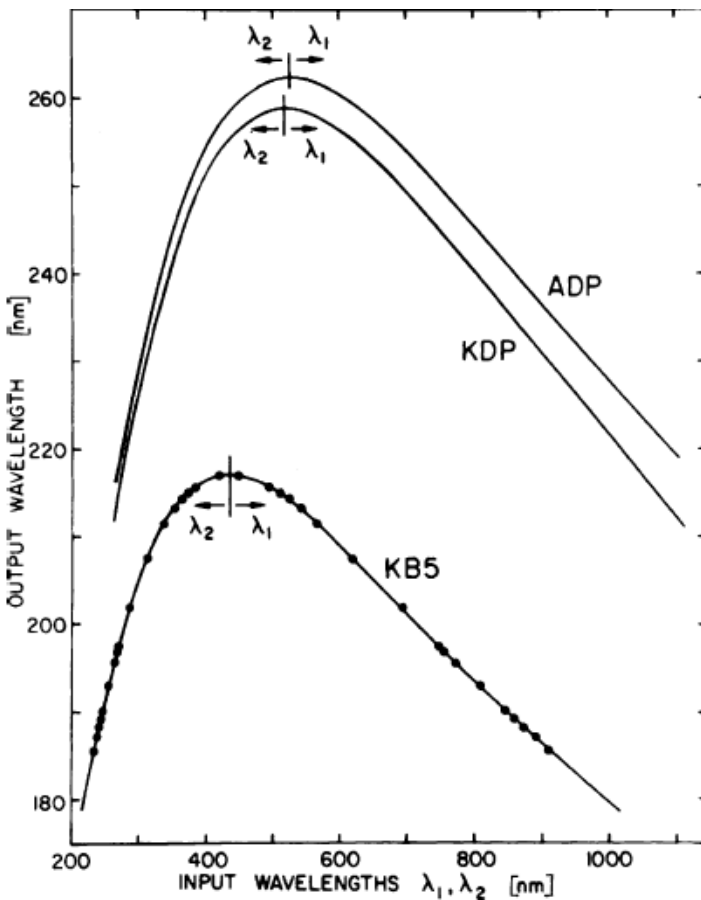
**Sum Frequency
Generation**

**Difference
Frequency Generation**

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Άθροισμα – Διαφορά συχνοτήτων (Frequency mixing)

$$I(\omega_3, L) \sim I(\omega_1)I(\omega_2) \frac{2(\omega_1 + \omega_2)^2 |\chi^{(2)}|^2 L^2}{\epsilon_0 c^2 n_1 n_2 n_3} \frac{\sin^2(\Delta k L)}{(\Delta k L)^2}$$



$$\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$$

Nd:YAG : (1064 nm) + (532 nm) → 355 nm

$$\Delta k = k_{\omega_3} - (k_{\omega_1} \pm k_{\omega_2})$$

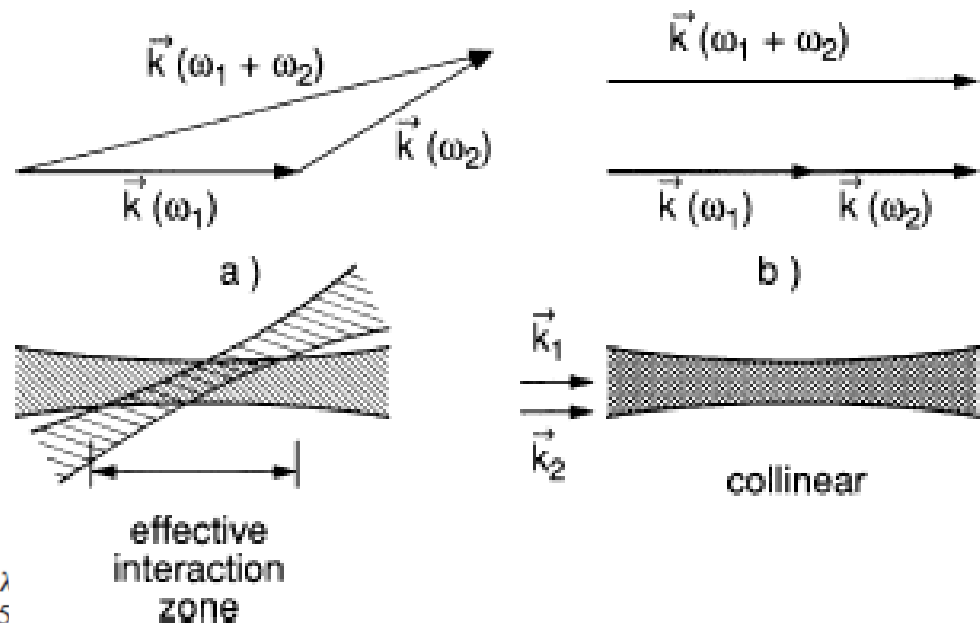


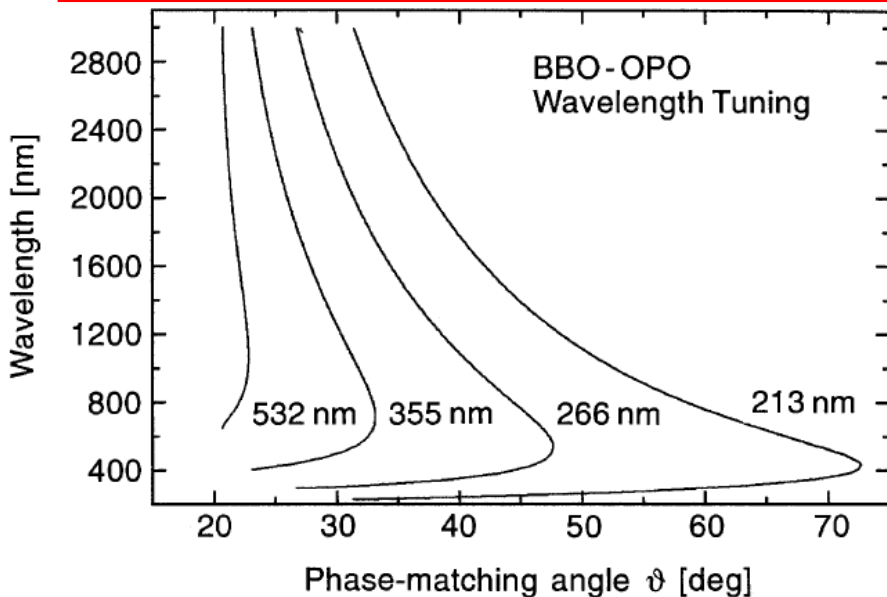
Fig. 5.120. Possible combinations of wavelength pairs (λ_1, λ_2) matched sum-frequency generation in ADP, KDP, and KB5 [5]

Οπτική Παραμετρική Ταλάντωση (Optical Parametric Oscillation)

Όταν ισχυρό πεδίο ακτινοβολίας αλληλεπιδράσει με κατάλληλο μη γραμμικό παρατηρείται διεργασία παραγωγής 2 ΗΜ κυμάτων (φωτονίων) τα οποία ικανοποιούν τη συνθήκη:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i$$

$$I(\omega_s, L) \sim [I(\omega_p)]^2 \frac{2\omega_s\omega_i|\chi^{(2)}|^2 L^2}{\varepsilon_0 c^2 n_i n_s n_p} \frac{\sin^2(\Delta k z)}{(\Delta k z)^2}$$



$$\begin{aligned} \Delta k &= k_p - (k_s + k_i) \\ &= n_p \omega_p - (n_s \omega_s + n_i \omega_i) \end{aligned}$$

Nd:YAG :

355 nm →

$(\lambda_s = \dots \text{ nm}) + (\lambda_i = \text{AM nm})$

Fig. 5.137. Wavelengths of signal and idler waves in BBO as a function of the phase-matching angle ϑ for different pump wavelengths λ_p [5.310]

Μη γραμμική Οπτική (Non-linear Optics)

Οπτική Παραμετρική Ταλάντωση (Optical Parametric Oscillation)

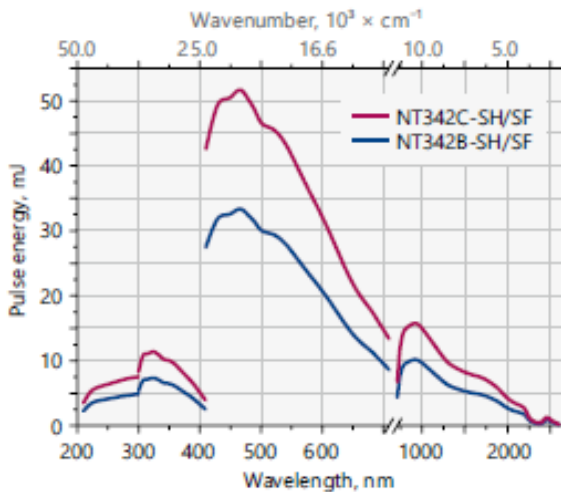


Fig 1. Typical output energy of the NT342 series tunable wavelength systems

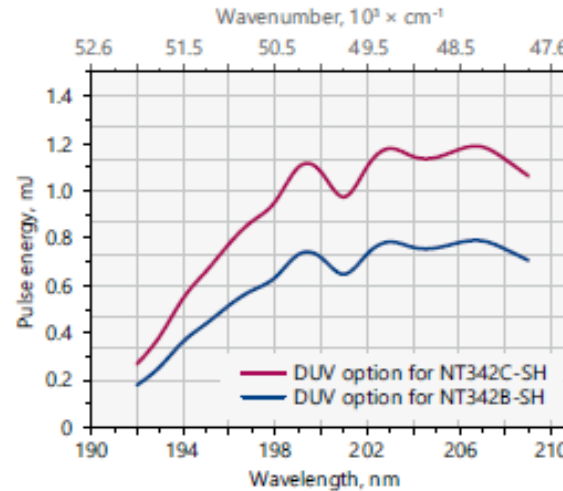


Fig 2. Typical output energy of the NT342 series tunable wavelength systems with SH/UV extension

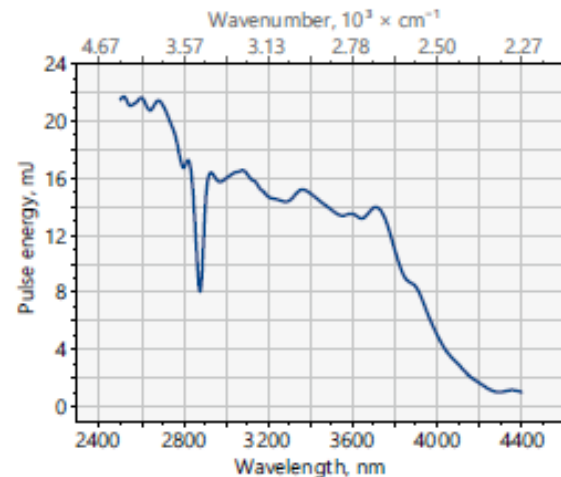


Fig 3. Typical output energy of the NT342 series tunable wavelength systems with MIR extension

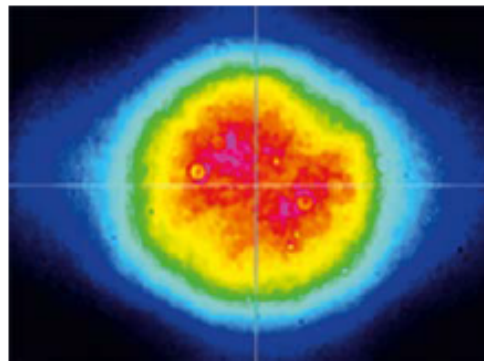


Fig 4. NT342 series laser typical beam profile at 450 nm after ~1.5 m distance from output

Γραφήματα ενέργειας παλμού ως προς μήκος κύματος εκπομπής σε λέιζερ OPO.

<https://ekspla.com/wp-content/uploads/Product/Tunable-Lasers/NT342/NT342-datasheet-20200123.pdf>

Χαρακτηρισμός υπερβραχέων παλμών (Ultrashort pulses)

Αυτοσυσχέτιση παλμού σε μη γραμμικό μέσο

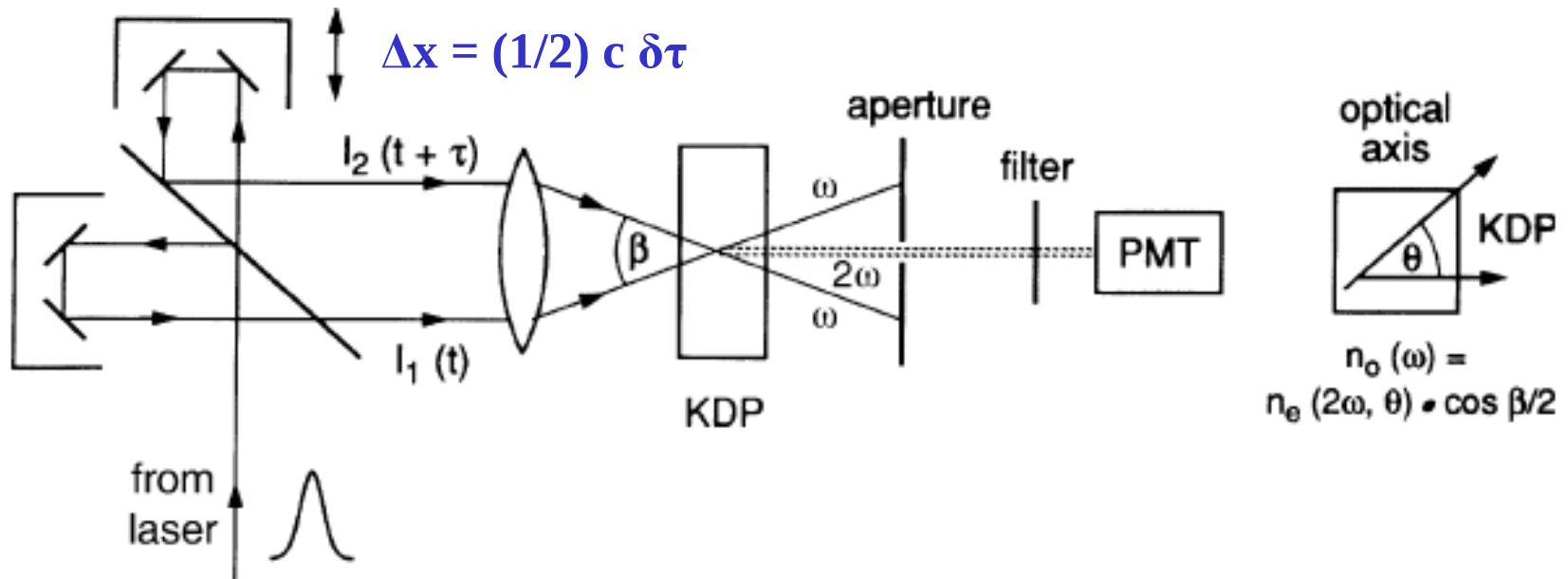
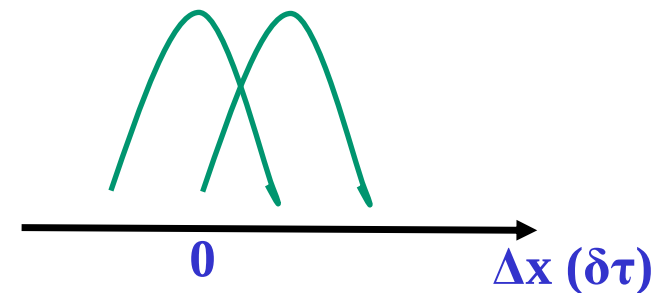


Fig. 6.59. Background-free measurement of the second-order correlation function $G^{(2)}(\tau)$ by choosing the phase-matching condition properly (SF, spectral filter neglecting scattered light of the fundamental wave at ω ; KDP, potassium-dihydrogen-phosphate crystal for frequency doubling)

Η επικάλυψη δύο παλμών στον μη γραμμικό κρύσταλλο (KDP) οδηγεί σε μεγιστοποίηση του σήματος της 2^{ης} αρμονικής.

$$\langle I(2\omega, t) \rangle = \langle I(\omega, t) * I(\omega, t + \delta\tau) \rangle$$





Τμήμα Χημείας Πανεπιστήμιο Κρήτης

Εργαστήρια Λείζερ - Εφαρμογές στη Χημεία ΧΗΜ-425

Εαρινό εξάμηνο 2022-23 (28.02.2023)

1Α. Αρχές Λειτουργίας και Τύποι Λείζερ Μη γραμμική Οπτική

