# Το άτομο του Υδρογόνου

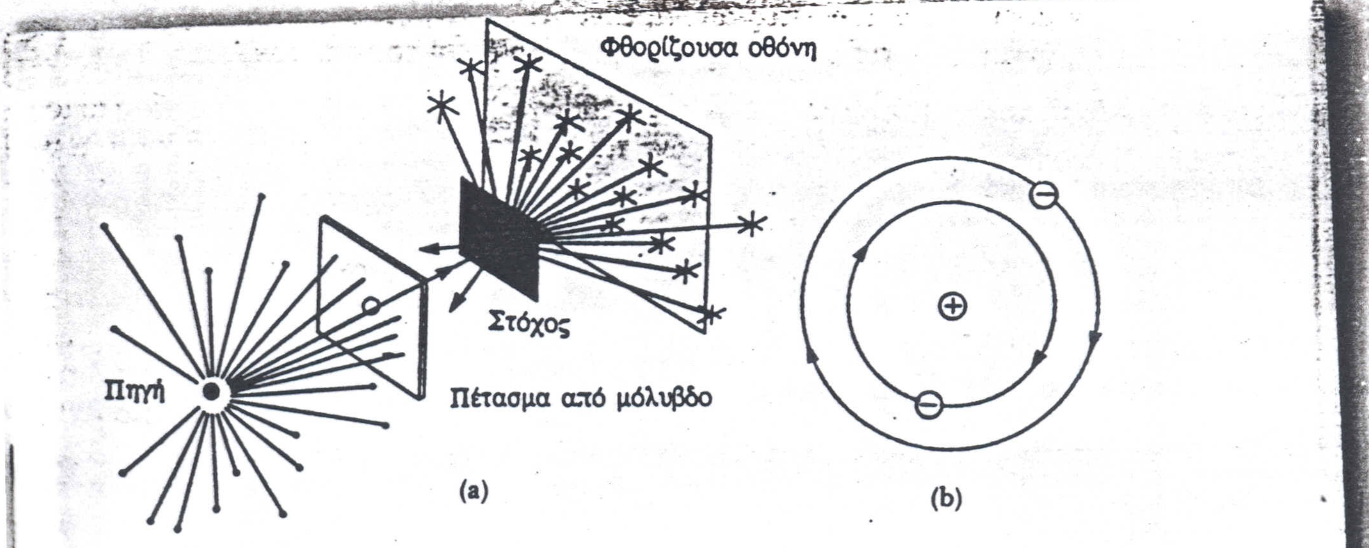
το χαϊδεμένο παιδί της κβαντικής

## Ιστορικά Στοιχεία

Νεύτωνας "άτομα": μικρές σκληρές αδιαίρετες σφαίρες

J.J. Thomson "μοντέλο του σταφιδόψωμου" θετικά φορτισμένος όγκος με διάσπαρτα αρνητικά φορτία

1911 Rutherford "πλανητικό σύστημα"




**Σχήμα 42.2** (a) Το πείραμα τού Rutherford με το οποίο μετρήθηκε η γωνιακή κατανομή τής σκέδασης σωματίων άλφα από λεπτά φύλλα μεταλλικών στόχων. Η πηγή τών σωματίων άλφα είναι ένας φυσικά ραδιενεργός πυρήνας, όπως είναι λ.χ. το ράδιο. (b) Το μοντέλο ατόμου τού Rutherford αποκαλείται και πλανητικό μοντέλο τού ατόμου.

"Ήταν το πιο απίστευτο πράγμα που συνέβη ποτέ στη ζωή μου. Ήταν σαν να έλεγες ότι βομβαρδίζεις ένα λεπτό φύλλο χαρτί με οβίδα 15 mm και αυτή όχι μόνο εκτρέπεται από την πορεία της αλλά το χαρτί την στρέφει κατά 180° και η οβίδα επιστρέφει πίσω και σε χτυπάει"

1913 Bohr

Αξιώματα ή συνθήκες του Bohr

1. Το e περιφέρεται υπό την επίδραση του νόμου Coulomb
2. Μόνο μερικές τροχιές επιτρέπονται και σε αυτές το e δεν ακτινοβολεί
3. Το e ακτινοβολεί μόνο όταν μεταβαίνει από μια επιτρεπτή τροχιά σε μια άλλη
$$\Delta E = h\nu$$
4. Οι επιτρεπτές τροχιές είναι αυτές όπου η στροφορμή $L = n\hbar$ $: n=1,2,3,\dots$
$(L = pr = mvr = n\hbar)$

**Άσκηση** Ποιές είναι οι επιτρεπόμενες ενεργειακές στάθμες καθώς και το μήκος κύματος της ακτινοβολίας;

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r} = -k\frac{e^2}{r} \quad (1)$$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, $\varepsilon_0$: διηλεκτρική σταθερά του κενού

$$F = -\frac{dU}{dr} = k\frac{e^2}{r^2} = \underbrace{m\frac{v^2}{r}}_{\text{κεντρομόλος}} \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} &T = \frac{1}{2}mv^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} T = \frac{ke^2}{2r} \\ &E = T + U \end{aligned}\right\} E = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} \Rightarrow \boxed{E = -k\frac{e^2}{2r}} \quad (3)$$

---

$$\left.\begin{aligned} &T = \frac{ke^2}{2r} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{ke^2}{mr} \\ &L = mvr = n\hbar \Rightarrow v^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m^2r^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{r = \frac{\hbar^2}{mke^2}n^2} \quad (4)$$

ακτίνα Bohr $= a_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 0.529\,Å$
$= 0.0529\,nm = 1\,a.u.$

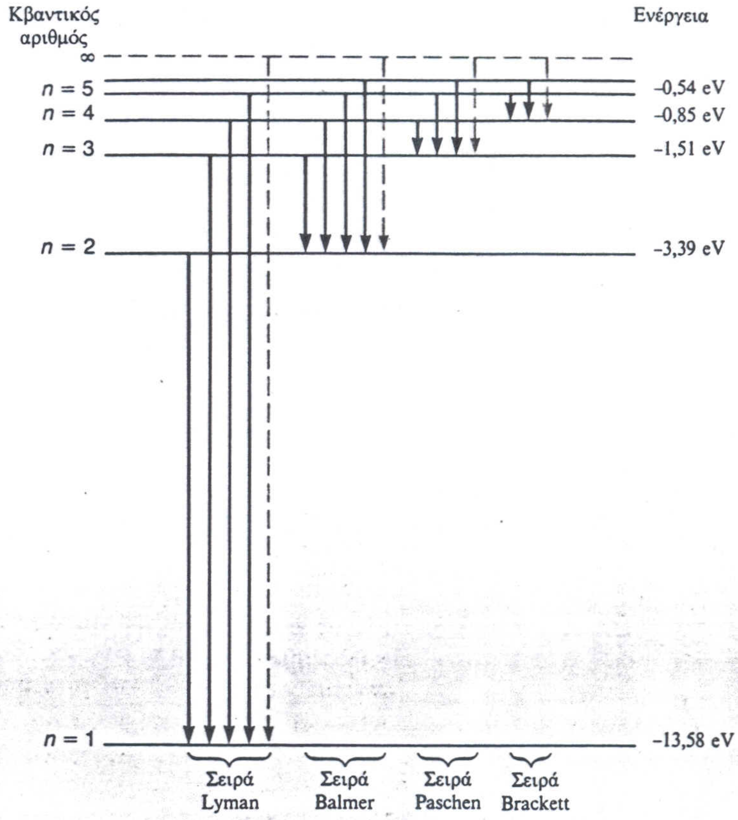
$$(3) \overset{(4)}{\Rightarrow} \boxed{E = -\frac{me^4k^2}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)}$$

$E = -13.6\ eV$

ΑΥ3



*Σχ. 4.13 Διάγραμμα ενεργειακών επιπέδων για το άτομο του υδρογόνου που δείχνει πώς εμφανίζονται οι διάφορες «σειρές» φασματικών γραμμών. Μόνο η σειρά Balmer βρίσκεται στην περιοχή μηκών κύματος που είναι ορατή.*




$$\Delta E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{ke^2}{2a_0 h}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \Rightarrow$$

$$\bar{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{ke^2}{2a_0 hc}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\bar{\nu} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)} \; : \; R_H = 1.0973732 \times 10^7 \, m^{-1}$$

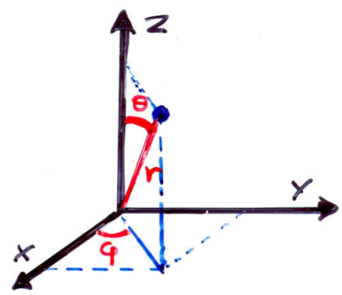
σταθερά Rydberg

# Εξισωση Schrödinger

$$H\psi = E\psi$$

$$\left.\begin{array}{l} H = -\dfrac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r) \\ V(r) = \dfrac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \end{array}\right\} H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (1)$$

$\mu = \dfrac{m_e m_p}{m_e + m_p}$ : ανηγμένη μάζα




Λογο της σφαιρικής συμμετρίας του προβλήματος χρησιμοποιούμε σφαιρικές συντεταγμένες

$$x = r\sin\theta\cos\varphi$$

$$y = r\sin\theta\sin\varphi$$

$$z = r\cos\theta$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \quad (2)$$

$$\boxed{(1)\overset{(2)}{\Rightarrow} -\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}\right] - \frac{e^2\psi}{4\pi\varepsilon_0 r} = E\psi}$$

$\Rightarrow \cdot \dfrac{r^2}{RY}$

$$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\cdot Y(\theta,\varphi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\underbrace{\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)}_{f(r)} + \underbrace{\frac{1}{Y\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial Y}{\partial\theta}\right)}_{g(\theta,\varphi)} + \underbrace{\frac{1}{Y\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2}}_{g(\theta,\varphi)}\right] - \underbrace{\frac{e^2 r}{4\pi\varepsilon_0}}_{f(r)} = \underbrace{Er^2}_{f(r)}$$

$f(r) \rightarrow$
$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)\right) - \frac{e^2 r}{4\pi\varepsilon_0} - Er^2 = \text{σταθ} \quad (3)$$

$g(\theta,\varphi) \rightarrow$
$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{1}{Y\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial Y}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{Y\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2}\right) = -\text{σταθ} \quad (4)$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \right] \quad : \text{Λεζαντριανή}$$

$$(4) \rightarrow \hat{L}^2\, Y_l^m(\theta,\varphi) = \hbar^2 l(l+1)\, \underbrace{Y_l^m(\theta,\varphi)}_{\text{σφαιρικές αρμονικές}} \quad , L^2 = \hbar^2 l(l+1),\ l = 0,1,2,\dots$$

$$Y(\theta,\varphi) = \Theta(\theta)\cdot\Phi(\varphi) \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$Y_l^m(\theta,\varphi) = \sqrt{\left(\frac{2l+1}{4\pi}\right)\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}\ \underbrace{P_l^{|m|}(\cos\theta)}_{\text{πολυώνυμα Legendre}}\cdot e^{im\varphi} \qquad \begin{cases} l = 0,1,2,\dots \\ m = 0,\pm1,\dots,\pm l \end{cases}$$

| | $m=-1$ | $m=0$ | $m=1$ |
|---|---|---|---|
| $l=0$ | | $Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ | |
| $l=1$ | $Y_1^{-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{-i\varphi}$ | $Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$ | $Y_1^1 = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{i\varphi}$ |

Ακτινική Εξίσωση

$$(3) \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2\mu r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[\underbrace{\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}}_{V_{eff}} - E\right]R = 0 \qquad (5)$$

$$\Downarrow \dots$$

$$(5) \rightarrow E_n = -\frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \quad , n = 1,2,\dots$$

ακτίνα Bohr $a_0 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi\mu e^2}$

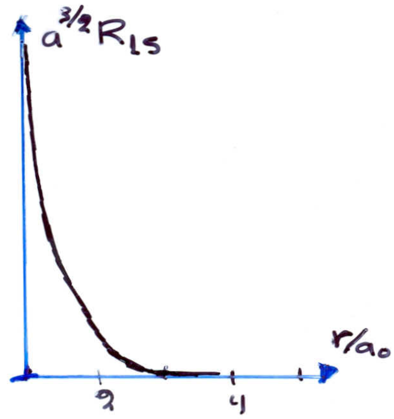
$$\Rightarrow \boxed{E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0}\frac{1}{n^2} \quad , n = 1,2,\dots}$$

περιορισμός λύσης (5) : $n \geqslant l+1 \Rightarrow \boxed{0 \leqq l \leqq n-1 \quad , n = 1,2,\dots}$

$$(5) \rightarrow R_{nl} = -\left[\frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}\right]^{1/2}\left(\frac{2}{na_0}\right)^{l+3/2} r^l e^{-r/na_0}\ \underbrace{L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right)}_{\text{πολυώνυμα Laguerre}}$$

$$R_{1s}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

κανονικοποίηση : $\int_0^\infty r^2 R_{1s}^2(r)\, dr = 1$




? ποιά είναι η πιθανότητα να βρεθεί το e μεταξύ r και r+dr

$$\text{Prob} = r^2 R_{1s}^2(r)\, dr = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a_0} dr$$

συνάρτηση ακτινικής κατανομής 1s →

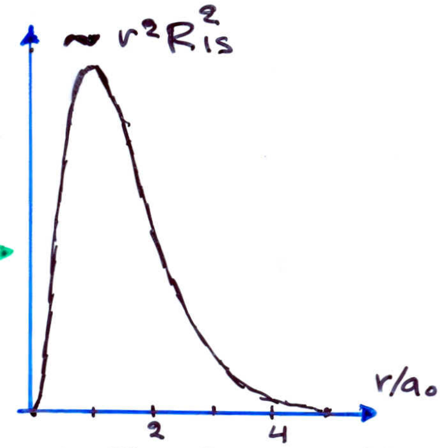
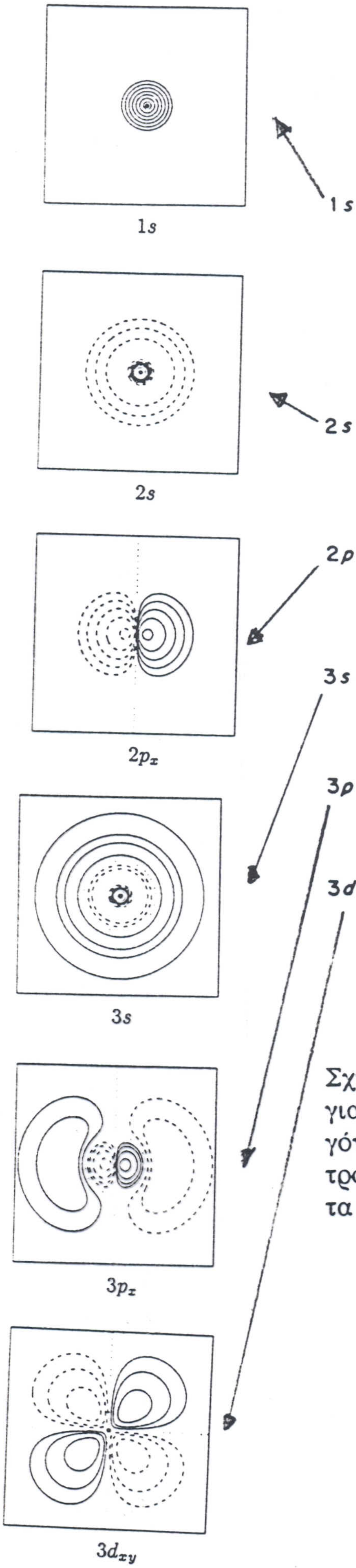


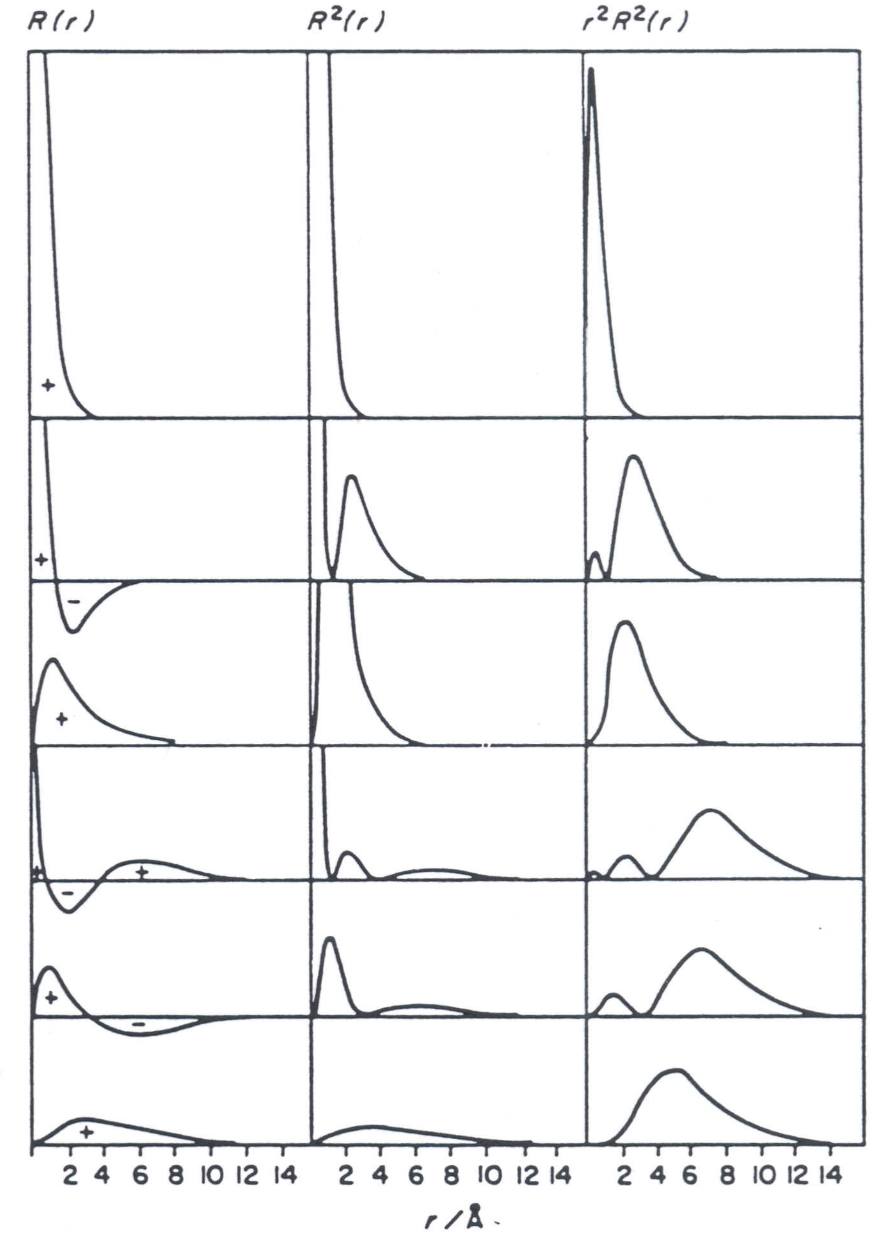



TABLE 6-5

**The Complete Hydrogenlike Atomic Wave Functions for $n = 1, 2,$ and 3. The Quantity $Z$ Is the Atomic Number of the Nucleus, and $\sigma = Zr/a_0$, Where $a_0$ is the Bohr Radius.**

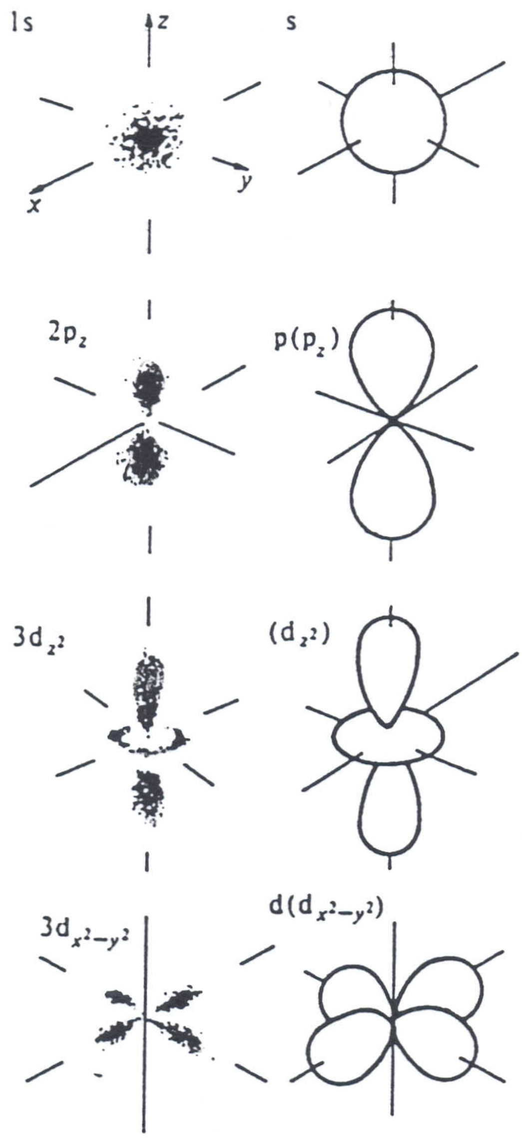
| | |
|---|---|
| $n = 1: l = 0, m = 0$ | $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\sigma}$ |
| $n = 2: l = 0, m = 0$ | $\psi_{200} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} (2 - \sigma)e^{-\sigma/2}$ |
| $l = 1, m = 0$ | $\psi_{210} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \sigma e^{-\sigma/2} \cos\theta$ |
| $l = 1, m = \pm 1$ | $\psi_{21\pm 1} = \frac{1}{\sqrt{64\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \sigma e^{-\sigma/2} \sin\theta e^{\pm i\phi}$ |
| $n = 3: l = 0, m = 0$ | $\psi_{300} = \frac{1}{81\sqrt{3\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} (27 - 18\sigma + 2\sigma^2)e^{-\sigma/3}$ |
| $l = 1, m = 0$ | $\psi_{310} = \frac{1}{81}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} (6\sigma - \sigma^2)e^{-\sigma/3} \cos\theta$ |
| $l = 1, m = \pm 1$ | $\psi_{31\pm 1} = \frac{1}{81\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} (6\sigma - \sigma^2)e^{-\sigma/3} \sin\theta e^{\pm i\phi}$ |
| $l = 2, m = 0$ | $\psi_{320} = \frac{1}{81\sqrt{6\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \sigma^2 e^{-\sigma/3}(3\cos^2\theta - 1)$ |
| $l = 2, m = \pm 1$ | $\psi_{32\pm 1} = \frac{1}{81\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \sigma^2 e^{-\sigma/3} \sin\theta \cos\theta e^{\pm i\phi}$ |
| $l = 2, m = \pm 2$ | $\psi_{32\pm 2} = \frac{1}{162\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \sigma^2 e^{-\sigma/3} \sin^2\theta e^{\pm 2i\phi}$ |




Σχήμα 3.4 Ακτινικές κυματοσυναρτήσεις και πιθανότητες για τα ατομικά τροχιακά $1s, 2s, 2p, 3s, 3p$, και $3d$ του υδρογόνου. Μια κοινή κάθετη κλίμακα χρησιμοποιείται για κάθε τροχιακό, αλλά διαφορετικές κλίμακες χρησιμοποιούνται για τα $R(r)$, $R^2(r)$ και $r^2R^2(r)$.

Ἠλεκτρονιακές πυκνότητες   Ὁριακές ἐπιφάνειες




Σχ. 4.18. (*Ἀριστερά*) Ἀπεικόνισις τῆς ἠλεκτρονιακῆς πυκνότητος τῶν τροχιακῶν.
Σχ. 4.19. (*Δεξιά*) Ὁριακές ἐπιφάνειες, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν στίς κατανομές τοῦ Σχ. 4.18.



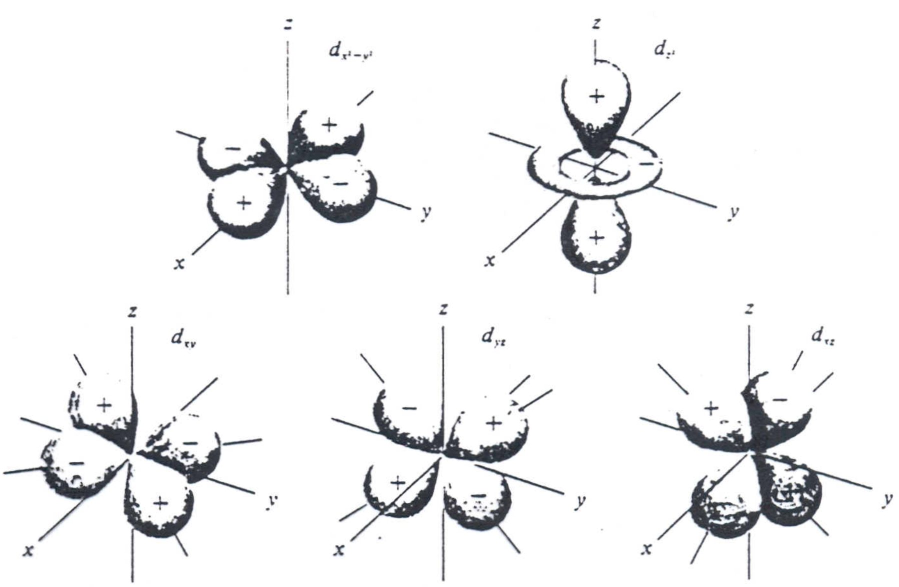
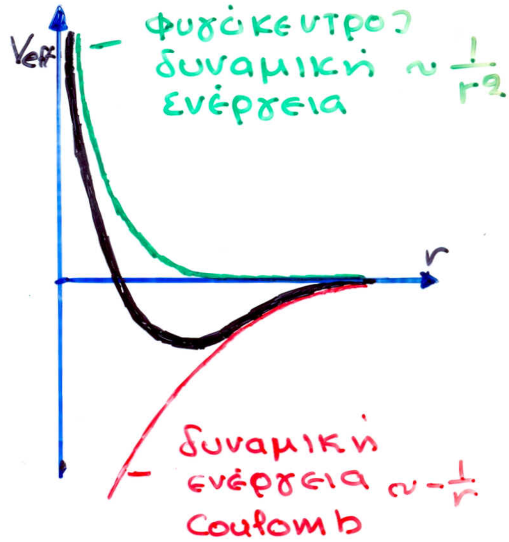



**Figure 6-15.** Three-dimensional polar plots of the angular part of the real representation of the hydrogen atomic wave functions for $l = 2$. Such plots show the directional character of these orbitals but are not good representations of the shape of these orbitals because the radial functions are not included.

$$V_{eff} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu}\frac{1}{r^2}$$




για μικρά r $\quad \frac{1}{r} < \frac{1}{r^2} \quad V_{eff} \to \frac{1}{r^2}$

για μεγάλα r $\quad \frac{1}{r} > \frac{1}{r^2} \quad V_{eff} \to \frac{1}{r}$

για $\ell = 0 \Rightarrow V_{eff} \sim \frac{1}{r} \Rightarrow \exists P(r=0)$

για $\ell \neq 0 \overset{\text{μικρά } r}{\Rightarrow} V_{eff} \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow \nexists P(r=0)$ : κόμβος

Μη Δέσμιες Καταστάσεις $E > 0 \quad \overset{(5)}{\rightsquigarrow} \quad R \sim e^{\pm i(2\mu E/\hbar^2)^{\frac{1}{2}} \cdot r}$

κινούμενα κύματα

Κανονικοποίηση

1D : $\psi(x) \rightsquigarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$

3D : $\psi(x,y,z) \rightsquigarrow \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,y,z)|^2 dx\,dy\,dz = 1$

καρτεσιανές $\quad dx.dy.dz = dV = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi \quad$ σφαιρικές

$$\boxed{\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \sin\theta \int_{r=0}^{\infty} r^2 |\psi(r,\theta,\varphi)|^2 dr.d\theta.d\varphi = 1}$$

Ορθογωνιότητα

$$\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \sin\theta \int_{r=0}^{\infty} r^2\, \psi^*_{nm\ell}(r,\theta,\varphi)\, \psi_{n'm'\ell'}(r,\theta,\varphi) = \delta_{nn'}\delta_{\ell\ell'}\delta_{mm'}$$

$$\langle \psi_{nm\ell} | \psi_{n'm'\ell'} \rangle = \delta_{nn'}\delta_{\ell\ell'}\delta_{mm'}$$

ορθοκανονικότητα

**Παραδειγμα -1-** Δειξτε ότι η $\Psi_{210}$ είναι κανονικοποιημένη και ορθογώνια στη $\Psi_{200}$ $\quad \int_0^{\infty} r^n e^{-Br} dr = \frac{n!}{B^{n+1}}$

$$\Psi_{210} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \sigma e^{-\frac{\sigma}{2}} \cos\theta \quad , \Psi_{200} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}(2-\sigma)e^{-\sigma/2} , \quad \sigma = \frac{Zr}{a_0}$$

$$\langle \Psi_{210} | \Psi_{210} \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin\theta \int_0^{\infty} r^2 \left[\frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-\frac{Zr}{2a_0}} \cos\theta\right]^2 dr\, d\theta\, d\varphi$$

$$= \frac{1}{32\pi}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^5 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0 \sin\theta \cos^2\theta\, d\theta \int_0^{\infty} r^4 e^{-2r/a_0} dr =$$

$$= \frac{1}{32\pi}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^5 (2\pi) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left[\left(\frac{a_0}{2}\right)^5 \cdot 24\right] = 1$$

$$\langle \Psi_{210} | \Psi_{200} \rangle = \int_0 d\varphi \int_0 \sin\theta\, d\theta \int_0^{\infty} r^2 dr \left[\frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-\frac{Zr}{2a_0}} \cos\theta\right] \times \left[\frac{1}{\sqrt{32\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(2-\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}\right]$$

$$= \frac{1}{32\pi}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^4 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\cos\theta\, d\theta \int_0^{\infty} r^3\left(2-\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-\frac{Zr}{a_0}} dr = 0$$

$$\int_0^{\pi} \sin\theta\, d(\sin\theta) = \frac{\sin^2\theta}{2}\Big|_0^{\pi} = 0$$

**Παράδειγμα -2-** Βρείτε την πιθανότητα του 1s e του Υδρογόνου να βρεθεί σε απόσταση $2a_0$ από τον πυρήνα

$$\Psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{Z}{a_0}\right]^{3/2} e^{-\sigma} \qquad \int x^n e^{ax} dx = \frac{x^n e^{ax}}{a} - \frac{n}{a}\int x^{n-1} e^{ax} dx$$

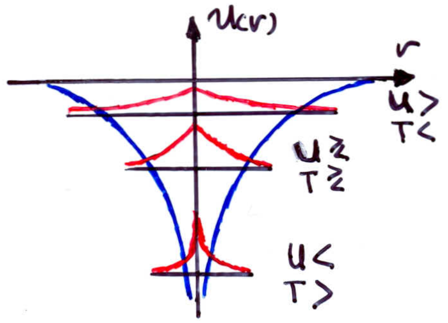
$$\Pi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2a_0} r^2 \left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^3 e^{-2\sigma}\right] dr =$$

$r \to s \quad , Z=1$

$$= 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{1}{\pi}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^3 \int_0^{2a_0} r^2 e^{-\frac{4r}{a_0}} dr = \qquad ds \to \frac{2}{a_0} dr = \frac{dr}{a_0}$$

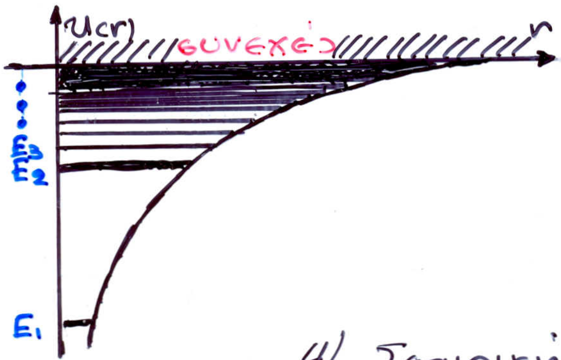
$$= 4 \int_0^2 \sigma^2 e^{-2\sigma} d\sigma = 4\left[\frac{1}{4} - \frac{13}{4}e^{-4}\right] = 1 - 13e^{-4} = 0.762$$

# Φυσική Ανάλυση Αποτελεσμάτων




1) Τι δικαιολογεί την αυξημένη σταθερότητα των S-τροχιακών;

2) $E_1 = \frac{-\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \neq 0$




3) Πύκνωση Ενεργειακών Επιπέδων

4) Σφαιρική συμμετρία

Δυναμικό σφαιρικά συμμετρικό.

$Y(\ell=0) = \text{σταθ} \Rightarrow \Psi(\ell=0)$ σφαιρικά συμμετρικώς  S

$Y(\ell=1) \begin{cases} \sin\theta\cos\varphi & P_x \\ \sin\theta\sin\varphi & P_y \\ \cos\theta & P_z \end{cases}$

$x = r\sin\theta\cos\varphi$
$y = r\sin\theta\sin\varphi$
$z = r\cos\theta$

- Ποιά είναι τα κομβικά επίπεδα των $P_x, P_y, P_z$;
- Υπάρχουν "προτιμηταίοι" άξονες για ένα ελεύθερο άτομο;

$\hookrightarrow P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = \sin^2\theta\cos^2\varphi + \sin^2\theta\sin^2\varphi + \cos^2\theta =$

$= \sin^2\theta(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) + \cos^2\theta =$

$= \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 = \text{σταθ}$

$\Psi_{total}(\ell=1)$ σφαιρικά συμ. $\leftarrow Y_{total}(\ell=1) = \text{σταθ.}$

$Y(\ell=2) \rightarrow d_{z^2} \sim 3\cos^2\theta - 1$

$d_{zx} \sim \sin\theta\cos\theta\cos\varphi$

$d_{yz} \sim \sin\theta\cos\theta\sin\varphi$

$d_{x^2-y^2} \sim \sin^2\theta\cos 2\varphi$

$d_{xy} \sim \sin^2\theta\sin 2\varphi$

# Το μέγεθος των ατόμων και η πυκνότητα της ύλης #

5) Ακτίνα Bohr – Απαγορευτική Αρχή του Pauli

$a_0 \sim \frac{\hbar^2}{me^2}$ κλασικό όριο $\begin{matrix}\hbar \to 0 \\ m \to \infty\end{matrix} \Rightarrow a_0 \to 0$

Το μέγεθος των ατόμων $a \simeq \frac{\hbar^2}{me^2 Z} = \frac{a_0}{Z}$

χωρίς την απαγορευτική αρχή του Pauli $\Rightarrow a(U) \simeq \frac{a(H)}{100} \Rightarrow V(U) \simeq \frac{V(H)}{1.000.000}$

$\Rightarrow$ πυκνότητα ύλης : gr/cm³ – tn/cm³ !!!

→ Πώς θα ήταν ο κόσμος αν ...

$\hbar = 10^{-27}$ ergsec $\Rightarrow \hbar' = 10^{-26}$ ergsec $(\hbar' = 10\hbar)$

$a_0' \sim \frac{\hbar'^2}{me^2} = 100 \frac{\hbar^2}{me^2} = 100 a_0 \Rightarrow V'(H) = 1.000.000\, V(H)$

$\Rightarrow$ .... πχ πυκνότητα νερού $10^{-6}$ gr/cm³

→ Τα βασικά χαρακτηριστικά της δομής των ατόμων και των μορίων καθώς και μια σειρά από φυσικοχημικές ιδιότητες της μακροσκοπικής ύλης εξαρτώνται από τρεις παραμέτρους:

$\hbar, m, e$